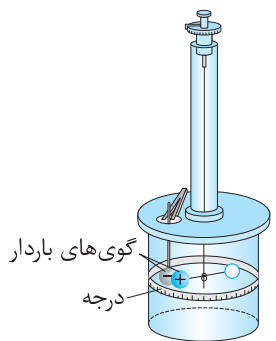


فصل ۱

قسمت دوم

قانون کولن



اجسام باردار به یکدیگر نیروی جاذبه و دافعه وارد می‌کنند که به آن نیروی الکتریکی می‌گویند. دانشمند فرانسوی، شارل آگوستین کولن با استفاده از یک ترازوی پیچشی، عوامل مؤثر بر نیروی بین دو جسم باردار کوچک را مشخص کرد.

کولن با استفاده از ترازوی پیچشی مقابل عوامل را بررسی کرد. در دو سر میله‌ای نارسانا بار مثبت و یک قرص قرار داد و توسط سیم نازک آویزان کرد. یک گوی با بار منفی و هم‌اندازه با بار مثبت داخل استوانه برد و با توجه به مقدار چرخش میله نارسانا، نیروی وارد بر بار مثبت را تعیین کرد. نتیجه آزمایش کولن به صورت قانون بیان شد.

اگر دو بار q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار گیرند، مطابق شکل‌های زیر به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند:



(ا) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی هم‌نام، رانشی است. (ب) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی ناهم‌نام، ربایشی است.

F_{12} نیرویی است که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند و F_{21} نیرویی است که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند. در مورد جهت این نیروها به نکات زیر توجه کنید: (۱) این دو نیرو همیشه خلاف جهت هم هستند.

(۲) راستای این دو نیرو در راستای خطی است که دو ذره را به هم متصل می‌کند.

(۳) اندازه این دو نیرو همیشه با هم برابر است و از رابطه قانون کولن به صورت زیر به دست می‌آید.

تعریف قانون کولن: بزرگی نیروی الکتریکی ربایشی و رانشی بین دو ذره باردار q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، با حاصل ضرب اندازه بار دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصله بین دو ذره از هم، نسبت وارون دارد:

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{F_{12} = F_{21} = F}_{\text{قانون سوم نیوتون}} , F \propto |q_1| \times |q_2| \\ F \propto \frac{1}{r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow F \propto \frac{|q_1| \times |q_2|}{r^2} \Rightarrow \mathbf{F} = k \frac{|q_1| \times |q_2|}{r^2}$$

q_1 و q_2 : بار دو جسم بر حسب کولن (C)، r : فاصله بین دو ذره بر حسب متر (m)

k : ثابت کولن بر حسب $\frac{N.m^2}{C^2}$ ($k = 8.99 \times 10^9 \approx 9 \times 10^9$)

ضریب k را بر حسب ضریب ثابت دیگری به نام ϵ_0 (ضریب گذردهی الکتریکی خلأ) بیان می‌کنند.

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N.m^2}$$

مثال

دو ذره $q_1 = +2\mu C$ و $q_2 = -6\mu C$ در فاصله 30 cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. (آ) اندازه نیرویی که ذره q_1 به q_2 وارد می‌کند، بزرگ‌تر است یا اندازه نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند؟ (ب) نیرویی که این دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند را محاسبه کنید.

پاسخ: (آ) طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند با هم برابر است: $F_{12} = F_{21}$

$$F = k \frac{q_1 \times |q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{(30)^2 \times 10^{-4}} = 1.8\text{ N}$$

(ب) از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

تست

دو بار نقطه‌ای q و $5q$ در فاصله r از یکدیگر ثابت شده‌اند. اگر بزرگی نیرویی که بار q به بار $5q$ وارد می‌کند برابر F باشد، بزرگی نیرویی که بار $5q$ به q وارد می‌کند چند F است؟

- (۱) F (۲) $3F$ (۳) $5F$ (۴) $6F$

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره باردار به هم وارد می‌کنند هم‌اندازه هستند، بنابراین گزینه (۱) درست است.

تست

دو ذره باردار q_1 و q_2 در محل خود ثابت شده‌اند. اگر \vec{F}_{21} در جهت شمال شرق باشد، \vec{F}_{12} در کدام جهت است؟

- (۱) شمال شرق (۲) جنوب غرب (۳) شمال غرب (۴) جنوب شرق

پاسخ: طبق قانون سوم جهت نیروها خلاف یکدیگر است، بنابراین اگر یکی از نیروها در جهت شمال شرق باشد، نیروی دیگر در جهت جنوب غرب است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

تست

دو ذره باردار در محل خود ثابت شده‌اند. اگر $\vec{F}_{12} = 6\vec{i} - 7\vec{j}$ باشد، \vec{F}_{21} کدام است؟

- (۱) $6\vec{i} - 7\vec{j}$ (۲) $-6\vec{i} + 7\vec{j}$ (۳) $-6\vec{i} - 7\vec{j}$ (۴) $6\vec{i} + 7\vec{j}$

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون نیروها خلاف جهت هستند.

گزینه (۲) درست است. $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} = -(6\vec{i} - 7\vec{j}) = -6\vec{i} + 7\vec{j}$

نکته طبق رابطه قانون کولن اگر فاصله بین دو بار الکتریکی n برابر شود، نیرو $\frac{1}{n^2}$ برابر می‌شود و اگر یکی از بارها n برابر شود، نیرو نیز n برابر می‌شود.

مثال

در هر یک از حالت‌های زیر، نیروی بین دو ذره باردار چند برابر می‌شود؟

(آ) فاصله بارها دو برابر شود.

(ب) فاصله بارها نصف شود.

(مشابه امتحان نهایی)

(ت) اندازه هر یک از بارها دو برابر شود.

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

پاسخ: (آ) طبق قانون کولن، نیرو با مجذور فاصله رابطه عکس دارد.

بنابراین:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2=2r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

اگر فاصله دو بار دو برابر شود، نیرو $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود یا:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2=\frac{1}{2}r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 4$$

(ب) اگر فاصله نصف شود، نیرو ۴ برابر می‌شود یا:

$$F \propto |q_1| |q_2| \xrightarrow{\text{اندازه } q_1 \text{ دو برابر، اندازه } q_2 \text{ ثابت}} F \propto |q_1| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1|}{|q_1|} = 2$$

(پ)

$$F \propto |q_1| |q_2| \xrightarrow{\text{اندازه } q_1 \text{ و } q_2 \text{ دو برابر شده‌اند}} \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1| \times 2|q_2|}{|q_1| |q_2|} = 4$$

(ت)

توجه رابطه قانون کولن برای نیروی بین دو ذره باردار است. محاسبه نیروی الکتریکی بین دو جسم باردار بزرگ نیاز به ریاضیات پیشرفته‌تری دارد. در مسائل و تست‌ها فرض بر این است که می‌توانید دو جسم را مانند دو ذره در نظر بگیرید.

تست

دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله معین بر هم نیرو وارد می‌کنند. اگر اندازه یکی از بارها دو برابر شود، فاصله بین دو بار را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟

- (۱) $\sqrt{2}$ برابر (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ برابر (۳) ۲ برابر (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر

پاسخ:

$$\begin{cases} F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \\ F' = k \frac{2|q_1| |q_2|}{r'^2} \end{cases}, F = F' \Rightarrow k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} = k \frac{2|q_1| |q_2|}{r'^2} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{2}{r'^2} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \sqrt{2} \Rightarrow$$

گزینه (۱) درست است.

مثال

دو بار هم‌اندازه q روی دو کره فلزی مشابه در فاصله معینی از یکدیگر قرار دارند. اگر نیمی از بار یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، نیروی الکتریکی بین دو بار در همان فاصله، در هر یک از حالات زیر چند برابر می‌شود؟
(آ) بارها هم‌نام باشند. (ب) بارها ناهم‌نام باشند.

$$\frac{F'}{F} = \frac{k \frac{|\frac{1}{2}q| |\frac{3}{2}q|}{r^2}}{k \frac{|q| |q|}{r^2}} = \frac{3}{4}$$

پاسخ: (آ) اگر بارها هم‌نام باشند، بار ذره اول به $\frac{1}{2}q$ و بار ذره دوم به $\frac{3}{2}q$ می‌رسد.

(ب) اگر بارها ناهم‌نام باشند و نیمی از بار اول را برداریم، آن‌گاه بار آن به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد و اگر این نصف بار را به بار دوم اضافه کنیم، با توجه به ناهم‌نام بودن بارها، نصف بار دوم خنثی می‌شود و بار دوم نیز از نظر مقدار به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد.

$$q_1 = \frac{1}{2}q, q_2 = -\frac{1}{2}q \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{k \frac{|\frac{1}{2}q| \times |\frac{1}{2}q|}{r^2}}{k \frac{q^2}{r^2}} = \frac{1}{4}$$

تست

دو کره فلزی یکسان که روی دو پایه عایق قرار دارند، دارای بار الکتریکی $q_1 = +12\mu C$ و $q_2 = -2\mu C$ می‌باشند. اگر این دو کره را با هم تماس داده و سپس از هم جدا کنیم و در همان فاصله قبل قرار دهیم، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

- ۲۵ (۱) ۲۵ (۲) ۱ (۳) ۲۴ (۴)

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{12 + (-2)}{2} = +5\mu C$$

پاسخ: با توجه به یکسان بودن کره‌ها، بار جدید کره‌ها به صورت مقابل به دست می‌آید:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| \times |q'_2|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{5 \times 5}{12 \times 2} \times 1 = \frac{25}{24} \Rightarrow \text{گزینه (۲) درست است.}$$

نکته STP اگر مجموع بار دو کره هم‌نام و هم‌اندازه ثابت باشد، نیروی دافعه بین دو کره هنگامی بیشینه است که اندازه بار کره‌ها یکسان باشند.

تست

دو کره هم‌اندازه، بارهای $q_1 = -10nC$ و $q_2 = -12nC$ دارند. تقریباً چند درصد از بار کره دوم را به کره اول منتقل کنیم تا نیروی بین آن‌ها بیشینه شود؟

- ۸/۳۳ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲/۳ (۳) ۹۱/۶۷ (۴)

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-10 + (-12)}{2} = -11nC$$

پاسخ: برای این‌که نیروی بین کره‌ها بیشینه شود، باید بار کره‌ها هم‌اندازه و برابر $-11nC$ شود.

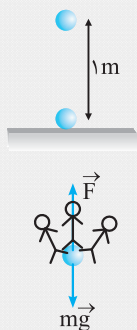
بنابراین باید $-1nC$ بار از کره دوم به کره اول منتقل شود که به صورت درصد باید محاسبه گردد.

$$\left(\frac{-1}{-12}\right) \times 100 = \frac{100}{12} = \frac{25}{3} = 8/33 \Rightarrow \text{گزینه (۱) درست است.}$$

نکته یک کولن بار الکتریکی ساکن، مقدار بار بسیار زیادی می‌باشد. در مثال زیر این موضوع را درک خواهید کرد.

مثال

دو کره رسانای بزرگ در فاصله یک متری از هم قرار دارند و به هر کدام از آن‌ها بار $+1C$ داده‌ایم. برای این‌که کره بالایی در همان فاصله یک متری باقی بماند، چند انسان 100 کیلوگرمی باید روی کره بالایی



$$\text{بایستند؟ از وزن کره‌ها صرف نظر کنید. } (g = 10 \frac{N}{kg}, k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$$

پاسخ: باید وزن انسان‌ها، نیروی F را خنثی کند، بنابراین:

$$F = mg \times N \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r^2} = mg \times N \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 1}{1^2} = 1000 \times N \Rightarrow N = 9 \times 10^6 \text{ !!! میلیون نفر}$$

توجه امکان قراردادن بار یک کولن روی یک کره وجود ندارد.

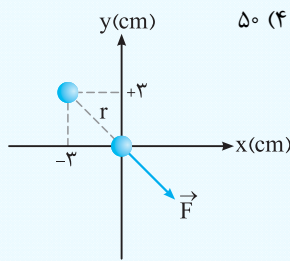
نکته STP اگر بارها بر حسب μC و فاصله بر حسب سانتی‌متر باشد، می‌توان تمام توان‌ها را با هم ساده کرد و رابطه را به صورت زیر با همان

$$F = 90 \frac{\mu C \mu C}{cm^2}$$

یکای μC و cm قرار داد.

تست

دو بار الکتریکی هم اندازه $+2\mu\text{C}$ یکی در مبدأ مختصات و دیگری در مکان $(-3\text{cm}, +3\text{cm})$ قرار دارند. نیروی وارد بر ذره‌ای که در مبدأ مختصات قرار دارد، چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$



پاسخ: فاصله بین دو ذره را از رابطه فیثاغورس به دست می‌آوریم:

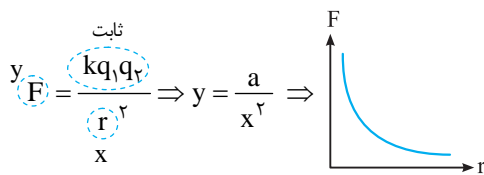
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

طبق نکته STP، محاسبات را انجام می‌دهیم:

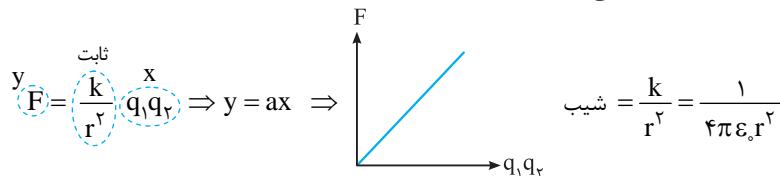
$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 90 \times \frac{2 \times 2}{(3\sqrt{2})^2} = \frac{90 \times 4}{18} = 20 \text{ N} \Rightarrow \text{گزینه (1) درست است.}$$

نمودارهای مربوط به قانون کولن ویژه علاقمندان

در این قسمت نمودار نیرو بر حسب فاصله بارها و نیرو بر حسب حاصل ضرب دو بار را رسم می‌کنیم. در رسم نمودارها از فرمول کولن کمک می‌گیریم: اگر مقدار بارها ثابت باشند و فقط فاصله بارها تغییر کند، نمودار نیرو بر حسب فاصله مطابق شکل زیر می‌شود:

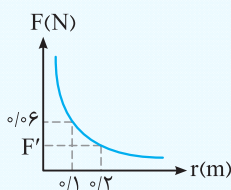


ب) اگر فاصله بین دو بار ثابت باشد و اندازه بارها تغییر کند، نمودار به صورت زیر می‌شود:



تست

نمودار نیروی بین دو ذره باردار بر حسب فاصله بین آن‌ها به صورت مقابل است. مقدار F' چند نیوتون است؟



۰/۰۱ (۱)

۰/۰۱۵ (۲)

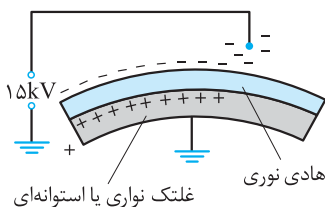
۰/۰۳ (۳)

۰/۰۴۵ (۴)

پاسخ: طبق نمودار، فاصله از 0.1m به 0.2m رسیده است، یعنی فاصله دو برابر شده است، بنابراین نیرو $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

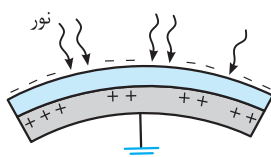
$$F' = \frac{1}{4} \times 0.06 = 0.015 \Rightarrow \text{گزینه (۲) درست است.}$$

روش کار دستگاه کپی



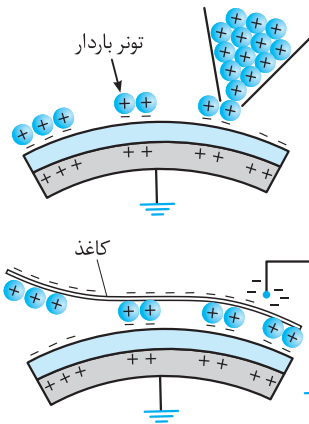
اساس کار دستگاه کپی باردار شدن و نیروی بین اجسام باردار است.

دستگاه کپی شامل استوانه‌ای است که به آن درام می‌گویند و مطابق شکل آن را به صورت مثبت باردار می‌کنند. سطح استوانه با روکش رسانا پوشانده شده است که آن را به صورت ناهم‌نام با درام یعنی منفی باردار می‌کنند.



هنگامی که برگه را روی سطح شیشه‌ای دستگاه قرار می‌دهند، نور شدیدی به آن تابانده می‌شود. قسمت‌های سفید رنگ کاغذ، نور را بازتاب می‌کنند ولی قسمت‌های تیره رنگ که شامل نوشته یا تصویر هستند، تقریباً بازتاب ناچیزی دارند. نورهای بازتاب شده پس از برخورد با بخش رسانای روی گلنگ باعث خنثی شدن بار آن قسمت‌ها می‌شوند.

در مرحله بعد، پودر باردار را از روی غلتک عبور می‌دهند که جذب قسمت‌های باردار می‌شوند.



در مرحله آخر، کاغذ سفید که به صورت ناهم‌نام با پودر سیاه، باردار شده است را از روی آن عبور می‌دهند تا پودر سیاه را جذب می‌کند.

ترکیب مسائل نیرو با حرکت شناسی

با رابطه $F = ma$ آشنا شده‌اید؛ در این رابطه، نیروی F ممکن است نیروی الکتریکی باشد. بنابراین اگر نیرو از جنس الکتریکی باشد، باز هم می‌توانید از فرمول نیوتون استفاده کرده و شتاب حرکت ذره را به دست آورید.

دو جسم کوچک رسانا و باردار با جرم یکسان $2g$ حامل بارهای $+10 \mu C$ هستند و در فاصله 30 cm از یکدیگر نگه داشته شده‌اند؛

اگر در این حالت رها شوند، شتاب ناشی از نیروی الکتریکی، بلافاصله پس از رها شدن چند m/s^2 می‌شود؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{900 \times 10^{-4}} = 10 \text{ N}$$

پاسخ: ابتدا نیروی بین دو جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^3 \text{ m/s}^2$$

حال از رابطه نیوتون استفاده می‌کنیم تا شتاب را به دست آوریم:

دو جسم باردار با بارهای $q_1 = 4q_2$ و جرم‌های $m_1 = 4m_2$ در فاصله کمی از یکدیگر نگه داشته شده‌اند. اگر تنها نیروی وارد بر این دو جسم نیروی الکتریکی آن‌ها به یکدیگر باشد، شتاب جسم دوم چند برابر شتاب جسم اول می‌شود؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: نیروی الکتریکی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه است، بنابراین رابطه $q_1 = 4q_2$ نکته انحرافی تست است.

شتاب با جرم رابطه عکس دارد:

$$a = \frac{F}{m} \xrightarrow{F \text{ هم‌اندازه}} \frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{4m_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{گزینه (۳) درست است.}$$

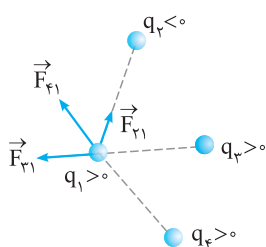
دو ذره باردار هم‌نام و کوچک را در فاصله معینی از یکدیگر رها می‌کنیم. اگر تنها نیروی وارد به آن‌ها، نیروی الکتریکی باشد، شتاب آن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟

- ۱) به طور پیوسته کاهش می‌یابد.
- ۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
- ۳) ابتدا کاهش و سپس شتاب صفر می‌شود.
- ۴) ابتدا کاهش و سپس ثابت می‌شود.

پاسخ: نیروی بین دو ذره هم‌نام دافعه است، بنابراین با گذشت زمان فاصله بین ذره‌ها افزایش و اندازه نیروی الکتریکی کاهش می‌یابد. طبق رابطه $a = \frac{F}{m}$ ، با کاهش F ، اندازه شتاب نیز کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه (۱) درست است.

توجه: اگر دو ذره ناهم‌نام بودند، با گذشت زمان فاصله بین دو ذره کاهش و اندازه نیرو افزایش می‌یافت و شتاب به طور پیوسته افزایش می‌یافت.

بر هم نهی نیروهای الکتروستاتیکی



آزمایش نشان می‌دهد اگر تعدادی ذره در یک فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برآیند نیروهایی است که هر یک از ذره‌ها در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کنند. به عنوان مثال، اگر چند ذره مطابق شکل قرار داشته باشند، نیروهای وارد بر بار q_1 را مطابق شکل رسم کرده و سپس برآیندگیری می‌کنیم: موضوع بیان شده را اصل برهم‌نهی نیروهای کولنی می‌گویند.

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

مراحل استفاده از اصل برهم‌نهی

(۱) مطابق شکل قبل نیروهای وارد بر ذره مورد نظر را طوری رسم کنید که ابتدای هر کدام از نیروها، روی ذره مورد نظر باشد.

(۲) اندازه هر یک از نیروها را با استفاده از رابطه کولن محاسبه کنید.

(۳) بردار نیروی خالص (نیروی برآیند) را رسم کنید. با توجه به جهت نیروها، اندازه بردار برآیند را به دست آورید.

انواع سؤال‌های اصل برهم‌نهی: سؤال‌های مربوط به اصل برهم‌نهی به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند:

(۱) ذره‌ها روی یک خط باشند. (۲) ذره‌ها در صفحه باشند به طوری که روی یک خط نباشند. (۳) ذره‌ها به صورت سه‌بعدی نسبت به هم قرار داشته باشند.

در کتاب درسی حالت (۱) و حالت (۲) فقط برای کنج قائم بررسی شده است.

حالت اول: ذره‌ها روی یک خط باشند.

در این حالت راستای نیروی بین ذره‌ها، هم‌راستا با خطی است که ذره‌ها روی آن قرار دارند. بنابراین نیروهای وارد بر هر ذره با هم هم‌جهت یا خلاف جهت هستند یعنی در هنگام برآیندگیری به ترتیب نیروها با هم جمع یا از هم کم می‌شوند.

توجه اگر نیروها در راستای محور x باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار یکد \hat{i} و اگر نیروها در راستای محور y باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار یکد \hat{j} نوشت.

مثال

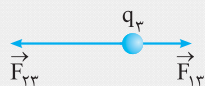
سه ذره $q_1 = +2.5 \mu\text{C}$ ، $q_2 = -1.0 \mu\text{C}$ و $q_3 = +4.0 \mu\text{C}$ مطابق شکل در محل خود ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار q_3 چند نیوتون و در کدام جهت است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

پاسخ: نیروی وارد بر q_3 برابر است با برآیند نیروهای وارد بر q_3 از طرف q_1 و q_2 در غیاب بار دیگر. بنابراین باید F_{13} (نیروی که بار q_1 به q_3 وارد می‌کند) و F_{23} را جداگانه محاسبه کنیم:

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2.5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6)^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 10^{-2}}{36 \times 10^{-4}} = \frac{1}{4} \times 10^2 = 25 \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 \times |q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(2)^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 4 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}} = 90 \text{ N}$$

با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای F_{13} و F_{23} را تعیین می‌کنیم:



$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$

با توجه به این‌که دو نیرو در خلاف جهت هم هستند، باید آن‌ها را از هم کم کنیم:

$$F_T = F_{23} - F_{13} = 90 - 25 = 65 \text{ N}$$

$F_{23} > F_{13}$ است، بنابراین \vec{F}_T هم‌جهت با \vec{F}_{23} و به سمت چپ خواهد شد.

مثال

مثال قبل را بر حسب بردارهای یگه بنویسید.

$$\vec{F}_{13} = +25 \hat{i}, \vec{F}_{23} = -90 \hat{i}$$

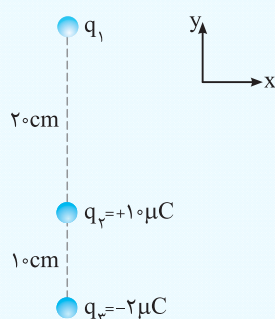
پاسخ: \vec{F}_{13} به سمت راست و \vec{F}_{23} به سمت چپ است.

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 25 \hat{i} + (-90 \hat{i}) = -65 \hat{i}$$

حال نیروی برآیند را محاسبه می‌کنیم:

یعنی اندازه نیرو 65 N و به سمت خلاف جهت محور x است.

تست



مطابق شکل سه ذره باردار در محل خود روی محور y ها ثابت شده‌اند. بار q_1 چند میکروکولن باشد تا برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر \vec{j} در SI باشد؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

$$-60 \text{ (2)}$$

$$+60 \text{ (1)}$$

$$-120 \text{ (4)}$$

$$+120 \text{ (3)}$$

پاسخ: نیرویی که بار q_2 به q_3 وارد می‌کند، جاذبه و رو به بالا است:

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(10)^2 \times 10^{-4}} = 18 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{23} = +18 \hat{j}$$

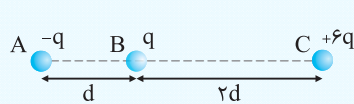
برای این‌که نیروی برآیند 6 N و به سمت پایین شود باید F_{13} برابر 24 N و به سمت پایین باشد. به همین علت q_1 باید با q_3 هم‌نام باشد. می‌توان این نتیجه را به صورت برداری نیز به دست آورد:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \Rightarrow -6 \hat{j} = \vec{F}_{13} + 18 \hat{j} \Rightarrow \vec{F}_{13} = -24 \hat{j}$$

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow 24 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1| \times 2 \times 10^{-6}}{(30)^2 \times 10^{-4}} \Rightarrow |q_1| = 12 \times 10^{-5} \text{ C} = 120 \mu\text{C} \xrightarrow{q_1 < 0} q_1 = -120 \mu\text{C} \Rightarrow \text{گزینه (۴) درست است.}$$

تست

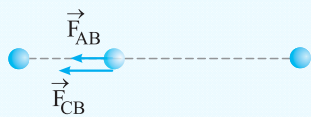
بارهای مشابه q در فاصله d به یکدیگر نیرویی به بزرگی F وارد می‌کنند. در شکل زیر بزرگی برآیند نیروهای وارد بر بار q کدام است؟



- (۲) $2F$
- (۴) $\frac{5}{4}F$

- (۱) $\frac{1}{2}F$
- (۳) $\frac{3}{2}F$

پاسخ: ابتدا با توجه به علامت بارها، جهت نیروها را رسم می‌کنیم.



$$F = k \frac{|qq|}{d^2} = k \frac{q^2}{d^2}$$

طبق متن سؤال نیروی F به صورت مقابل می‌باشد:

طبق شکل F_{AB} و F_{CB} را محاسبه می‌کنیم و بر حسب F به دست می‌آوریم:

$$F_{AB} = k \frac{|q||-q|}{d^2} = k \frac{q^2}{d^2} = F, \quad F_{CB} = k \frac{6q \times q}{4d^2} = \frac{6}{4} k \frac{q^2}{d^2} = \frac{3}{2} F$$

با توجه به هم‌جهت بودن نیروها، نیروی برآیند را محاسبه می‌کنیم:

$$F_T = F_{AB} + F_{CB} = F + \frac{3}{2} F = \frac{5}{2} F \Rightarrow \text{گزینه (۴) درست است.}$$

نیروی صفر و بار در حال تعادل: اگر دو ذره باردار q_1 و q_2 در محل خود ثابت شده باشند، می‌توان بار q_3 را در محلی قرار داد که برآیند نیروهای وارد بر q_3 از طرف q_1 و q_2 صفر شود و یا اصطلاحاً بار q_3 در حالت تعادل قرار گیرد. برای تعیین محل q_3 به نکات زیر توجه کنید.

- (۱) q_3 حتماً روی خطی که بارهای q_1 و q_2 را به یکدیگر متصل می‌کند، قرار می‌گیرد؛ زیرا اگر روی خط نباشند، نیروهای وارد بر q_3 ، با هم زاویه‌ای می‌سازند که برآیند آن‌ها صفر نمی‌شود.
- (۲) مقدار و علامت q_3 اهمیتی ندارد.
- (۳) اگر q_1 و q_2 هم‌نام باشند، q_3 بین دو بار قرار می‌گیرد و اگر ناهم‌نام باشند، q_3 خارج از دو بار قرار می‌گیرد.
- (۴) q_3 همیشه نزدیک‌تر به باری است که اندازه کوچک‌تری دارد.

مسئله

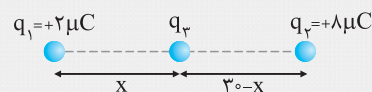
دو بار q_1 و q_2 در فاصله 30 cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. در هر یک از حالت‌های زیر بار q_3 را دقیقاً در چه محلی قرار دهیم تا بار q_3 در حالت تعادل قرار گیرد؟ (برآیند نیروهای وارد بر q_3 صفر باشد).

(مشابه: ریاضی- شهباز ۹۰)

(ب) $q_2 = -8 \mu\text{C}, q_1 = +2 \mu\text{C}$

(آ) $q_2 = +8 \mu\text{C}, q_1 = +2 \mu\text{C}$

پاسخ: (آ) بارها هم‌نام هستند، بنابراین بار سوم بین دو بار قرار داده می‌شود. چون اگر در خارج دو بار قرار گیرد، دو نیروی \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} هم‌جهت می‌شوند و برآیند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.



برای در تعادل ماندن بار q_3 ، باید نیروهای وارد بر آن از طرف q_1 و q_2 در خلاف جهت هم و هم‌اندازه باشند.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{x^2} = k \frac{q_2 q_3}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(30-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(30-x)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x} = \frac{2}{30-x} \Rightarrow 30-x = 2x \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

ب) بارها ناهم نام هستند. بنابراین محل بار سوم خارج فاصله دو بار و به بار کوچکتر نزدیکتر است. چون $q_1 = 2\mu\text{C}$ ، $q_2 = -8\mu\text{C}$ و q_3 اگر در فاصله بین دو بار قرار گیرد، \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} هم جهت بوده و برابند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.

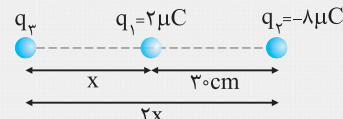
$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{x^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(30+x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{30+x} \Rightarrow 2x = 30+x \Rightarrow x = 30\text{cm}$$

روش STP: با توجه به رابطه $\frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2}$ نتیجه می‌گیریم $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}}$

یعنی در قسمت (ا)، نسبت بارها ۲ به ۸ یا ۱ به ۴ است. بنابراین نسبت فاصله‌ها ۱ به ۲ است. یعنی ۳۰cm را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کنیم، یعنی ۱۰cm و ۲۰cm

در قسمت (ب) نیز می‌توان شکل مقابل را با همین نسبت در نظر گرفت و با توجه به این شکل می‌توان نوشت: $2x - x = 30 \Rightarrow x = 30\text{cm}$



تست

دو بار q_1 و q_2 در محل خود ثابت شده‌اند. بار q_3 را در چه فاصله‌ای از بار q_1 قرار دهیم تا بار q_3 در حالت تعادل قرار گیرد؟

$q_1 = +2\mu\text{C}$	$q_2 = +27\mu\text{C}$	۲۰ (۲)	۱۵ (۱)
60cm		۴۵ (۴)	۳۰ (۳)

روش اول: نسبت بارها ۳ به ۲۷ یا ۱ به ۹ است. بنابراین نسبت فاصله‌ها ۱ به ۳، یعنی ۱۵ به ۴۵ سانتی‌متر است. پس فاصله از q_1 برابر ۱۵cm است.

روش دوم:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{x^2} = k \frac{q_2 q_3}{(60-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{x^2} = \frac{27}{(60-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{9}{(60-x)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x} = \frac{3}{60-x} \Rightarrow 3x = 60-x \Rightarrow 4x = 60 \Rightarrow x = 15\text{cm}$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

تست

سه بار الکتريکی $q_1 = 1\mu\text{C}$ ، $q_2 = 4\mu\text{C}$ و q_3 روی یک خط قرار دارند. مقدار q_3 و مکان آن را طوری تعیین کنید تا هر سه بار به حال تعادل و سکون بمانند. (فاصله q_1 تا q_2 برابر ۶cm است.)

- ۱) $+4\mu\text{C}$ از ۲cm از بار q_1
- ۲) $-4\mu\text{C}$ از ۲cm از بار q_1
- ۳) $+9\mu\text{C}$ از ۲cm از بار q_2
- ۴) $-9\mu\text{C}$ از ۲cm از بار q_2

پاسخ: با توجه به هم نام بودن q_1 و q_2 ، باید q_3 را بین دو بار و نزدیک به بار q_1 قرار دهیم. ابتدا مکان q_3 که فاصله آن تا بار q_1 را x در نظر گرفته‌ایم، به دست می‌آوریم. برای متعادل ماندن q_3 باید F_{13} با F_{23} هم اندازه و خلاف جهت باشند.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k \times 1 \times |q_3|}{x^2} = \frac{k \times 4 \times |q_3|}{(6-x)^2} \Rightarrow 4x^2 = (6-x)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x = 6-x \Rightarrow x = 2\text{cm}$$

بنابراین فاصله q_3 تا q_1 باید ۲ سانتی‌متر باشد. اکنون برای تعیین اندازه آن برای بار دیگری مثل q_1 مسئله را دنبال می‌کنیم. برای تعادل q_1 باید F_{31}

$$F_{31} = F_{21} \Rightarrow \frac{k|q_3| \times 1}{2^2} = \frac{k \times 4 \times 1}{6^2} \Rightarrow |q_3| = \frac{4}{9}\mu\text{C}$$

با توجه به جهت نیروی F_{31} باید بار q_3 منفی باشد تا نیروی وارد از آن بر q_1 ربابشی باشد. پس $q_3 = -\frac{4}{9}\mu\text{C}$ و فاصله آن تا بار q_1 ، ۲cm است.

ضمناً دیگر برای تعادل بار q_2 لازم نیست روابط را بنویسیم. چون اگر به روابط بالا نگاه کنیم، داریم:

$$F_{13} = F_{23} = F_{31} = F_{21} \Rightarrow F_{32} = F_{12} \Rightarrow q_2 \text{ در حالت تعادل بار } q_2$$

توجه کنید وقتی جای اعداد زیروند (اندیس) را عوض می‌کنیم، به علت کنش و واکنش در قانون سوم نیوتون، نیروها برابر می‌شوند. بنابراین گزینه (۲) درست است.

حالت دوم: کنج قائم (نیروهای عمود بر هم)

اگر نیروها بر هم عمود باشند، با استفاده از رابطه فیثاغورس می‌توانید اندازه نیروی برابند را محاسبه کنید.

یادآوری نمایش بردارها بر حسب بردارهای یکه \vec{i} و \vec{j}

یکی از روش‌های نمایش بردارها استفاده از بردارهای یکه \vec{i} و \vec{j} است. اندازه بردارهای \vec{i} و \vec{j} برابر ۱ واحد است. بردار \vec{i} در جهت محور X ها و بردار \vec{j} در جهت محور Y ها است. به عنوان مثال؛ اگر برداری با اندازه ۲۰ واحد به سمت مثبت محور X ها باشد، می‌توانیم آن را به صورت $20\vec{i}$ نمایش دهیم. اگر برداری با اندازه ۲۰ واحد به سمت منفی محور Y ها باشد، می‌توانیم آن را به صورت $20\vec{j}$ نمایش می‌دهیم.

مثال مطابق شکل سه ذره باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند.

(آ) برابند نیروهای وارد بر q_1 را، بر حسب بردارهای یکه بنویسید.

(ب) اندازه برابند را به دست آورده و جهت نیروی برابند را روی شکل نشان دهید. ($k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)

پاسخ: با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای وارد بر q_1 را نمایش می‌دهیم و سپس اندازه آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{21} = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3)^2 \times 10^{-4}} = 10^2 N$$

$$\vec{F}_{21} = +100 \vec{i}$$

$$F_{31} = k \frac{|q_1| |q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(4)^2 \times 10^{-4}} = 80 N$$

$$\vec{F}_{31} = -80 \vec{j}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} = +100 \vec{i} - 80 \vec{j}$$

(ب) بردارهای \vec{i} و \vec{j} بر هم عمود هستند. بنابراین از رابطه فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$F_T = \sqrt{F_{21}^2 + F_{31}^2} = \sqrt{100^2 + 80^2} = \sqrt{10000 + 6400} = \sqrt{16400} = \sqrt{400(25 + 16)} = 20\sqrt{41} N$$

تست مطابق شکل زیر، ۴ ذره باردار در فواصل مساوی بر روی محیط دایره‌ای به شعاع ۳cm قرار گرفته‌اند. اگر بار $q_\Delta = 2\mu C$ را در مرکز دایره قرار دهیم، اندازه برابند نیروهای وارد شده به آن چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)

(آزمون‌های گاج)

- ۱) $40\sqrt{3}$
- ۲) $80\sqrt{5}$
- ۳) $80\sqrt{3}$
- ۴) $40\sqrt{5}$

پاسخ: روش اول: راه حل کلی این‌گونه است که ۴ نیروی وارد بر q_Δ را جداگانه و با استفاده از قانون کولن محاسبه کرده و سپس برابندگیری نماییم.

روش دوم: با توجه به این‌که اندازه q_Δ از بقیه کوچک‌تر است، ابتدا نیرویی که بار q_Δ به بار q_Δ وارد می‌کند را پیدا کرده و سپس با توجه به یکسان بودن فاصله‌ها و نسبت اندازه بارها بقیه نیروها را به دست می‌آوریم:

$$F_{\Delta 1} = k \frac{q_\Delta q_1}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 20 N$$

$$q_1 = 2q_\Delta \Rightarrow F_{1\Delta} = 2F_{\Delta 1}$$

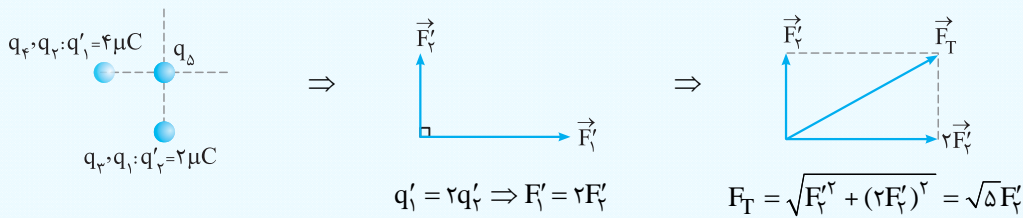
$$|q_2| = 3q_\Delta \Rightarrow F_{2\Delta} = 3F_{\Delta 1}$$

$$q_3 = 4q_\Delta \Rightarrow F_{3\Delta} = 4F_{\Delta 1}$$

$$F_T = \sqrt{(2F_{\Delta 1})^2 + (4F_{\Delta 1})^2} = \sqrt{4F_{\Delta 1}^2 + 16F_{\Delta 1}^2} = \sqrt{20} F_{\Delta 1}$$

$$\Rightarrow F_T = \sqrt{20} \times 20 = 40\sqrt{5} N \Rightarrow \text{گزینه (۴) درست است.}$$

روش سوم: با توجه به جذب و دفع q_1 توسط بارها و یکسان بودن فاصله‌ها، به جای چهار بار الکتریکی، مطابق شکل از دو بار الکتریکی استفاده می‌کنیم:

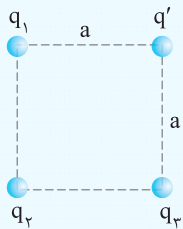


گزینه (۴) درست است. $F'_1 = k \frac{q'_1 \times q_d}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 40 \text{ N} \Rightarrow F_T = \sqrt{5} F'_1 = 40\sqrt{5} \text{ N}$

تست

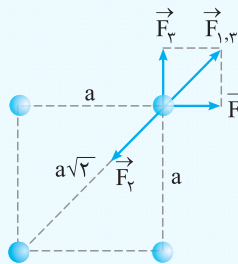
مطابق شکل چهار ذره باردار در چهار رأس مربعی ثابت شده‌اند. $q_1 = q_3 = +8 \text{ nC}$ است.

بار q_2 چند نانوکولن باشد تا بار q' در حال تعادل باشد؟



- (۱) $+16\sqrt{2}$
- (۲) $-16\sqrt{2}$
- (۳) $+16$
- (۴) -16

پاسخ: علامت و مقدار بار در حال تعادل اهمیتی ندارد. برای رسم شکل فرض می‌کنیم علامت q' مثبت است. برای تعادل بار q' باید برابری سه نیروی رسم شده، صفر شود.



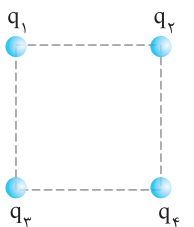
$$F_1 = F_2 \Rightarrow F_{1,3} = \sqrt{F_1^2 + F_3^2} = \sqrt{2} F_1$$

$$\text{در حال تعادل } q' \Rightarrow F_2 = F_{1,3} \Rightarrow k \frac{|q_2||q'|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} \times k \frac{|q_1||q'|}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{2a^2} = \sqrt{2} \frac{|q_1|}{a^2} \Rightarrow |q_2| = 2\sqrt{2} |q_1| \Rightarrow |q_2| = 16\sqrt{2} \text{ nC}$$

علامت q_2 باید مخالف علامت q_1 و q_3 باشد. یعنی $q_2 = -16\sqrt{2} \text{ nC}$ است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

نکته STP هرگاه در چهار رأس یک مربع، بارهای الکتریکی وجود داشته باشد و یکی از بارها، مثلاً q_4 در شکل زیر در تعادل باشد، آن‌گاه:



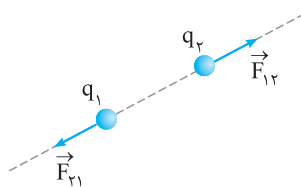
(۱) اندازه و نوع باری که در تعادل است (یعنی q_4) اهمیتی ندارد.

(۲) بارهای رأس‌های کناری با q_4 باید هم‌اندازه و هم‌نام باشند، یعنی $q_2 = q_3 = q_4$ باشد.

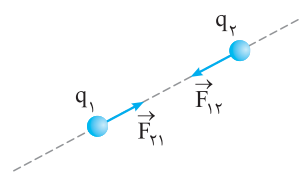
(۳) بار رأس مقابل با بار q_4 باید نسبت به دو بار دیگر ناهم‌نام بوده و اندازه آن $2\sqrt{2}$ برابر آن‌ها باشد؛ یعنی $q_1 = -2\sqrt{2} q_4$ باشد.

توجه طبق اصل کواتیته بودن بار، مقدار بار یک جسم نمی‌تواند به صورت رادیکالی باشد ولی از نظر تنوری مقدار رادیکالی را می‌پذیریم.

نکته نیروی بین دو بار الکتریکی در راستای خط واصل بین دو بار است و جهت آن به علامت بارها بستگی دارد.



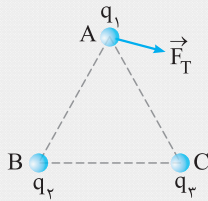
بارهای هم‌نام



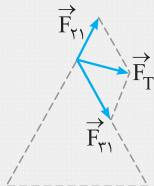
بارهای ناهم‌نام

در تجزیه نیروی برابری، از نکته بالا استفاده می‌کنیم.

سه ذره باردار در سه رأس مثلث متساوی الاضلاعی قرار گرفته‌اند. اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 مطابق شکل باشد، علامت و اندازه بارهای q_2 و q_3 را با هم مقایسه کنید.



پاسخ: نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع BA و نیرویی که بار q_3 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع CA است. بنابراین نیروی F_T را تجزیه می‌کنیم تا F_{T1} و F_{T2} مشخص شوند.

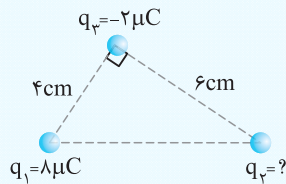


از انتهای F_T به موازات ضلع AB و AC رسم کنید. طبق جهت F_{T1} و F_{T2} نتیجه می‌گیریم: q_1 با q_3 و q_2 با q_1 ناهم‌نام است و q_1 با q_3 و q_2 نیز ناهم‌نام هستند. طبق شکل، $|F_{T1}| > |F_{T2}|$ است:

$$|F_{T1}| > |F_{T2}| \Rightarrow k \frac{|q_3||q_1|}{r^2} > k \frac{|q_2||q_1|}{r^2} \Rightarrow |q_3| > |q_2|$$

توجه: اندازه q_1 با q_2 و q_3 قابل مقایسه نیست.

مطابق شکل سه ذره باردار در سه رأس مثلثی ثابت شده‌اند. اگر نیروی وارد بر بار q_3



برابر $90\sqrt{2} \text{ N}$ باشد، اندازه بار q_3 کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$

- ۱۲ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۲۶ (۴)

پاسخ: ابتدا نیروی بین q_1 و q_3 را به دست می‌آوریم:

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow F_{13} = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 2 \times 10^{-12}}{6^2 \times 10^{-4}} = 90 \text{ N}$$

با توجه به قائم بودن نیروهایی که به بار q_3 وارد می‌شود، باید از فیثاغورس استفاده کنیم:

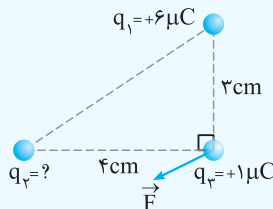
$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} \Rightarrow 90\sqrt{2} = \sqrt{90^2 + F_{23}^2} \Rightarrow F_{23} = 90 \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r^2} \Rightarrow 90 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_2| \times 2 \times 10^{-6}}{6^2 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{1}{3} \times |q_2| \times 10^7 \Rightarrow |q_2| = 18 \times 10^{-6} \text{ C} = 18 \mu\text{C} \Rightarrow \text{گزینه (۲) درست است.}$$

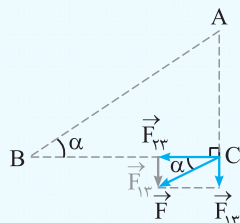
توجه: مثبت یا منفی بودن بار q_3 تأثیری بر اندازه نیروی برآیند ندارد، بنابراین علامت q_3 را نمی‌توان تعیین کرد.

مطابق شکل سه ذره باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. بار q_3 کدام باشد تا نیروی برآیند وارد بر بار q_3 ، موازی وتر شود؟



- 128/9 microC (۱)
- + 128/9 microC (۲)
- 8 microC (۳)
- + 8 microC (۴)

پاسخ: با توجه به جهت نیروی برآیند F ، می‌توان نتیجه گرفت که بار q_3 باید بار q_2 را جذب کند. طبق شکل زیر و با توجه به زاویه α در مثلث بزرگ و مثلث کوچک می‌توان نوشت:



$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{AC}{BC} \\ \tan \alpha &= \frac{F_{13}}{F_{23}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{F_{13}}{F_{23}} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{k \frac{|q_1||q_3|}{AC^2}}{k \frac{|q_2||q_3|}{BC^2}} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \frac{BC^2}{AC^2}$$

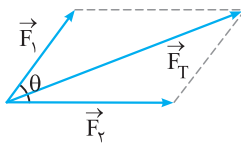
$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{|q_2|} \times \frac{4^2}{3^2} \Rightarrow \frac{6}{|q_2|} = \frac{3 \times 3^2}{4 \times 4^2} \Rightarrow \frac{6}{|q_2|} = \frac{27}{64} \Rightarrow |q_2| = \frac{128}{9} \Rightarrow q_2 = -\frac{128}{9} \mu\text{C} \Rightarrow \text{گزینه (۱) درست است.}$$

برهم‌نهی نیروهای الکتریکی در حالت کلی ویژه علاقمندان

اگر نیروها هم‌راستا نباشند، یا نیروها با یکدیگر زاویه 90° نسازند و یا در یک صفحه نباشند و شکل به صورت سه‌بعدی و فضایی باشد، می‌توانید از نکات ریاضی زیر استفاده کنید:

در تست‌ها اگر از روش زیر استفاده کنید، سریع‌تر و راحت‌تر به جواب می‌رسید.

اگر دو بردار \vec{F}_1 و \vec{F}_2 با یکدیگر زاویه θ بسازند، رسم و محاسبه برآیند به صورت زیر است:



$$\begin{cases} \vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta} \end{cases}$$

حالت‌های خاص

اگر دو بردار هم‌جهت $\Rightarrow \theta = 0^\circ \Rightarrow F_T = F_1 + F_2$

اگر دو بردار عمود بر هم $\Rightarrow \theta = 90^\circ \Rightarrow F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

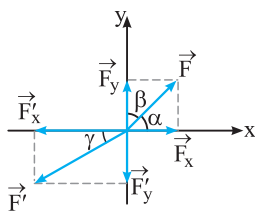
اگر دو بردار خلاف جهت $\Rightarrow \theta = 180^\circ \Rightarrow F_T = |F_2 - F_1|$

اگر دو بردار هم‌اندازه باشند، برآیند از روابط مقابل هم، قابل محاسبه است:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow F_T = 2F_1 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \theta = 60^\circ \Rightarrow F_T = \sqrt{3}F_1 \\ \theta = 90^\circ \Rightarrow F_T = \sqrt{2}F_1 \\ \theta = 120^\circ \Rightarrow F_T = F_1 = F_2 \end{cases}$$

هم‌چنین اگر بخواهید از روش تجزیه و بردارهای یک‌ه \vec{i} و \vec{j} استفاده کنید باید به صورت زیر عمل کنید:

اگر بردار F با محورهای مختصات زاویه‌های α و β بسازد، می‌توان این بردار را به صورت زیر تجزیه کرده و برحسب بردارهای یک‌ه نوشت:



$$\sin \beta = \cos \alpha = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F \cos \alpha = F \sin \beta$$

$$\sin \alpha = \cos \beta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F \cos \beta = F \sin \alpha$$

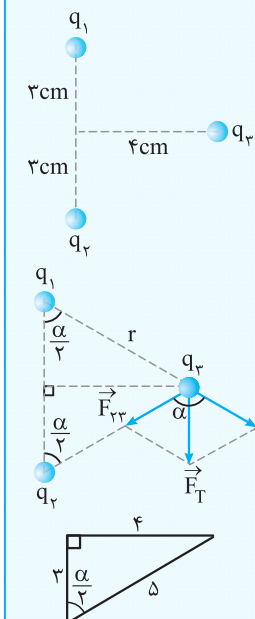
$$\begin{cases} \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \\ F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \tan \alpha = \frac{F_y}{F_x} \end{cases}$$

بردار F' با محور x زاویه γ ساخته است:

$$\cos \gamma = \frac{F'_x}{F'} \Rightarrow F'_x = F' \cos \gamma \quad \sin \gamma = \frac{F'_y}{F'} \Rightarrow F'_y = F' \sin \gamma \quad \begin{cases} \vec{F}' = -F'_x \vec{i} - F'_y \vec{j} \\ F' = \sqrt{F'^2_x + F'^2_y}, \tan \gamma = \left| \frac{F'_x}{F'_y} \right| \end{cases}$$

مطابق شکل سه ذره باردار $q_1 = -q_2 = +2\mu\text{C}$ و $q_3 = 10\mu\text{C}$ در محل‌های نشان

داده شده، ثابت شده‌اند. برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟



۷۲ (۱) ۸۶/۴ (۲)

۱۴۴ (۳) ۱۷۲/۸ (۴)

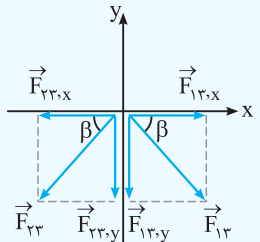
پاسخ: روش اول: ابتدا نیروهای وارد بر q_3 را رسم کرده و اندازه آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{13} = F_{23} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} \quad r = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ cm} \rightarrow F = 9 \times 10^{-9} \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F = \frac{18}{25} \times 10^{-2} = \frac{36}{5} = 7.2 \text{ N}$$

با توجه به مثلث‌های قائم‌الزاویه در شکل:

$$F_T = 2F \cos \frac{\alpha}{2} \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{5} \rightarrow F_T = 2 \times 7.2 \times \frac{3}{5} = \frac{43.2}{5} = 8.64 \text{ N}$$



روش دوم: \vec{F}_{1r} و \vec{F}_{2r} را به مؤلفه‌های قائم و افقی تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{1r,x} = F_{1r} \cos \beta = 72 \times \frac{4}{5} \\ F_{1r,y} = F_{1r} \sin \beta = 72 \times \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{1r} = +72 \times \frac{4}{5} \vec{i} - 72 \times \frac{3}{5} \vec{j}$$

با توجه به هم‌اندازه بودن F_{1r} و F_{2r} می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{2r} = -72 \times \frac{4}{5} \vec{i} - 72 \times \frac{3}{5} \vec{j}$$

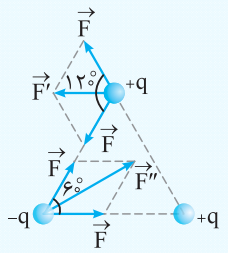
$$\vec{F}_T = \vec{F}_{1r} + \vec{F}_{2r} = 0 \vec{i} - 2(72 \times \frac{3}{5}) \vec{j} = -\frac{432}{5} \vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_T| = \frac{432}{5} = 86.4 \text{ N}$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.

تست

در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی بارهای $+q$ ، $+q$ و $-q$ ثابت شده‌اند. برایند نیروهای وارد بر $+q$ چند برابر برایند نیروهای وارد بر $-q$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$



پاسخ: با توجه به هم‌اندازه بودن بارها و فاصله بین دو بار، نیروی بین هر دو بار را F در نظر می‌گیریم:

اگر نیروی برایند وارد بر بار $+q$ را F' و نیروی برایند وارد بر بار $-q$ را F'' نام‌گذاری کنیم، خواهیم داشت:

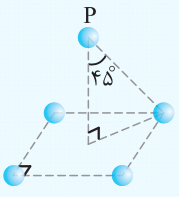
$$\begin{cases} F' = 2F \cos\left(\frac{120^\circ}{2}\right) = 2F \cos 60^\circ = 2F \times \frac{1}{2} = F \\ F'' = 2F \cos\left(\frac{60^\circ}{2}\right) = 2F \cos 30^\circ = 2F \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}F \end{cases} \Rightarrow \frac{F'}{F''} = \frac{F}{\sqrt{3}F} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \text{گزینه (۴) درست است.}$$

حالت سوم: اصل بر هم نهی در فضای سه‌بعدی

در تست‌های سه‌بعدی فقط کافی است شکل دقیقی در ذهن بسازید تا بتوانید از نکات ریاضی برایند‌گیری به راحتی استفاده کنید.

تست

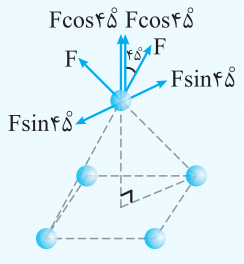
مطابق شکل چهار ذره باردار مشابه در چهار رأس مربعی ثابت شده‌اند. نقطه P دقیقاً بالای مرکز مربع قرار دارد و بار q' در این نقطه به طریقی ثابت شده است. اگر اندازه نیرویی که هر ذره باردار به بار q' وارد می‌کند برابر 10^5 N باشد، نیروی برایند وارد بر q' چند نیوتون است؟ ($\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$)



(مشابه کنکور سراسری ریاضی - ۸۸)

- (۱) صفر (۲) $2/8 \times 10^5$ (۳) $4/7 \times 10^6$ (۴) 4×10^5

پاسخ: اگر چهار نیرو در نقطه P در نظر بگیریم، مطابق شکل مؤلفه‌های افقی نیروها دوه‌دو یکدیگر را خنثی می‌کنند. بنابراین فقط چهار مؤلفه قائم باقی می‌ماند:

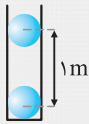


$$F_T = 4F_y = 4 \times (F \cos 45^\circ) = 4 \times (10^5 \times 0.7) = 2/8 \times 10^5 \text{ N} \Rightarrow \text{گزینه (۲) درست است.}$$

ترکيب نيروي الكتريكي با نيروهاي ديگر

نيروي كولني مي تواند با ساير نيروها تركيب شود. در اين گونه سؤالاها كافي است با توجه به متن سؤال رابطه بين نيروها را مشخص كنيد. نيروهاي كولني مشابه سؤالهاي زير مي تواند با نيروي وزن، كشش نخ، نيروي فنر و ... تركيب شود. در هر حالت كافي است، نيروهاي وارد بر جسم را رسم كنيد تا به راحتی رابطه بين نيروها با نيروي كولني را مشخص كنيد.

مثال



مطابق شكل دو گلوله رسانا و كوچك كه بار يكسان دارند، در فاصله 1m از هم ثابت شده اند و در حالت تعادل داخل لوله شيشه اي و بدون اصطكاك قرار دارند.
(آ) بار گلوله ها را از نظر هم نام و ناهم نام بودن مشخص كنيد.

(ب) اگر جرم هر گلوله 260g باشد، اندازه بار هر گلوله چقدر است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2$ و $g = 10 \text{ N/kg}$)



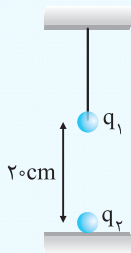
(پاسخ: آ) اگر گلوله در حال تعادل بالايي را در نظر بگيريد، نيروي وزن رو به پايين است، بنابراین نيروي كولني رو به بالا مي شود؛ يعني نيروي بين گلوله ها دافعه است. بنابراین اين گلوله ها هم نام هستند يعني هر دو مثبت يا هر دو منفي هستند.

(ب) با توجه به حالت تعادل گلوله بالايي، نتيجه مي گيريم كه اندازه F و mg بايد هم اندازه باشند:

$$F = mg \Rightarrow k \frac{|q||q|}{r^2} = mg$$

$$\Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{q^2}{1^2} = 360 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow q^2 = \frac{36 \times 10^{-1}}{9 \times 10^9} = 4 \times 10^{-10} \Rightarrow |q| = 2 \times 10^{-5} \text{ C} = 20 \mu\text{C}$$

تست



مطابق شكل گلوله بسيار سبكي (جرم ناچيز) توسط نخ نازك و نارسانا از سقف آويزان شده است و اين نخ مي تواند حداكثر نيروي 45 N را تحمل كند. اگر $q_1 = +10 \mu\text{C}$ باشد، بيش ترين مقدار بار q_2 چقدر مي تواند باشد تا نخ پاره نشود؟

(۱) -10

(۲) -20

(۳) $+20$

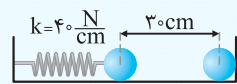
(۴) $+40$

(پاسخ: حداكثر نيروي كولني مي تواند 45 N و رو به پايين باشد؛ در غير اين صورت نخ پاره مي شود.

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 45 = 90 \times \frac{10 \times |q_2|}{20^2} \Rightarrow |q_2| = 20 \mu\text{C}$$

نيروي بين دو گلوله بايد جاذبه باشد تا نخ پاره شود، بنابراین $q_2 = -20 \mu\text{C}$ است و گزينه (۲) درست است.

تست



دو گلوله رسانا مطابق شكل، روبه روي هم روي سطح نارسانا قرار دارند و به تعادل رسیده اند. اگر بار هر گلوله $20 \mu\text{C}$ باشد، فشردگي فنر نسبت به حالت آزاد چند سانتی متر است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

(ويژه علاقمندان)

(۱) ۷

(۲) ۵

(۳) ۴

(۴) ۱

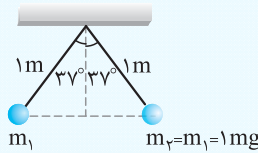
(پاسخ: ابتدا نيروي الكتريكي بين دو گلوله را محاسبه مي كنيم:

$$F = 90 \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F = 90 \times \frac{20 \times 20}{3^2} = 40 \text{ N}$$

به گلوله سمت چپ دو نيروي الكتريكي و نيروي فنر وارد مي شود. با توجه به در تعادل بودن گلوله، نتيجه مي گيريم اين دو نيرو هم اندازه هستند.

گزينه (۱) درست است. $\Rightarrow k\Delta x = F \Rightarrow (40)(\Delta x) = 40 \Rightarrow \Delta x = 1 \text{ cm}$

ترکیب نیروی الکتریکی و آونگ: اگر اجسام باردار را توسط دو نخ نارسانا آویزان کنیم، دو آونگ ساخته می‌شود که باز هم کافی است، نیروهای وارد بر اجسام باردار را رسم کنید و رابطه بین نیروها را طبق شکل مشخص کنید.

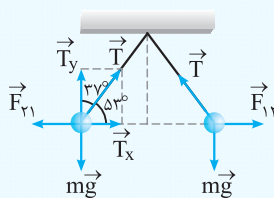


مطابق شکل دو گلوله رسانا و باردار از نخ‌های نارسانا آویزان شده‌اند و در حالت تعادل قرار دارند. با توجه به شکل، اگر اندازه بار دو گلوله یکسان باشد، مقدار بار چند میکروکولن

است؟ $(\sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \text{ N/kg}, k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2)$

- ۱) 3×10^{-2}
- ۲) 4×10^{-2}
- ۳) $2\sqrt{3} \times 10^{-2}$
- ۴) $3\sqrt{3} \times 10^{-2}$

پاسخ: نیروی وارد بر m_2 و m_1 را رسم می‌کنیم:



$$\text{تعالی} \Rightarrow \begin{cases} F_{r1} = T_x \Rightarrow F_{r1} = T \sin 37^\circ \\ mg = T_y \Rightarrow mg = T \cos 37^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{r1}}{mg} = \frac{T \sin 37^\circ}{T \cos 37^\circ} = \tan 37^\circ$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F \Rightarrow \frac{F}{mg} = \tan 37^\circ \Rightarrow F = \frac{3}{4} \times 1 \times 10^{-3} \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow F = \frac{3}{4} \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$r = 2(1 \times \sin 37^\circ) = 2 \times 0.6 = 1.2 \text{ m}$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{3}{4} \times 10^{-5} = 9 \times 10^9 \times \frac{q^2}{(1.2)^2} \Rightarrow q^2 = \frac{3 \times 1.44}{4 \times 9} \times 10^{-14}$$

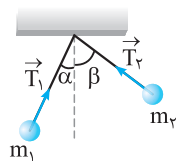
$$\Rightarrow q^2 = \frac{1.44}{4 \times 3} \times 10^{-14} \Rightarrow q = \frac{1.2}{2 \times \sqrt{3}} \times 10^{-7} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 0.6 \times 10^{-7} = 2\sqrt{3} \times 10^{-8} \text{ C} = 2\sqrt{3} \times 10^{-2} \mu\text{C} \Rightarrow \text{گزینه (۳) درست است.}$$

نکته در آونگ اگر F بر mg عمود باشد، می‌توانید از رابطه روبه‌رو استفاده کنید:

$$\tan \alpha = \frac{F}{mg}$$

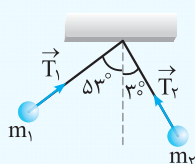
α : زاویه بین نخ و راستای قائم است، mg وزن ذره باردار است و F نیروی الکتریکی بین دو ذره باردار است.

نکته STP اگر جرم آونگ‌ها برابر نباشند، آن‌گاه زاویه‌ای که هر نخ با راستای قائم می‌سازد، برابر نخواهند بود و همیشه رابطه زیر بین کشش نخ‌ها برقرار است:



$$T_1 \sin \alpha = T_2 \sin \beta$$

آیا می‌توانید رابطه بالا را اثبات کنید؟



مطابق شکل دو ذره باردار از دو نخ نارسانا آویزان شده‌اند و در حالت تعادل قرار دارند.

اگر $T_1 = 10 \text{ N}$ باشد، T_2 چند نیوتون است؟ $(\sin 53^\circ = 0.8)$ (مشابه سراسری ریاضی - ۹۵)

- ۱) ۸
- ۲) ۱۰
- ۳) ۱۲
- ۴) ۱۶

پاسخ: طبق نکته STP بالا می‌توان نوشت:

$$T_1 \sin 53^\circ = T_2 \sin 30^\circ \Rightarrow 10 \times 0.8 = T_2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow T_2 = 16 \text{ N} \Rightarrow \text{گزینه (۴) درست است.}$$

نیروی بین دو ذره باردار

۲۷☆ الکترونی در مسیر دایره‌ای به شعاع ۱ آنگستروم به دور هسته‌ای که ۱۰ پروتون دارد، می‌چرخد. نیروی وارد بر الکترون چند نیوتون است؟

(بار الکترون $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ، $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ ، $1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$)

(۱) $3/3 \times 10^{-5}$ (۲) $2/3 \times 10^{-7}$ (۳) 3×10^{-10} (۴) 2×10^{-18}

۲۸☆ بار الکتريکی ۵ میکروکولنی را در چند سانتی‌متری از یک بار ۴ میکروکولنی قرار دهیم تا بر آن نیروی ۱۸ نیوتون را وارد کند؟

($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

(۱) ۱ (۲) ۳/۱۴ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲۹☆ در سیستم بین‌المللی یکاها (SI)، به ترتیب از راست به چپ، یکای ثابت کولن و یکای ضریب گذردهی الکتريکی خلأ کدام است؟

(۱) $\frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ ، $\frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$ (۲) $\frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$ ، $\frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ (۳) $\frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}$ ، $\frac{\text{C}^2}{\text{m}^2}$ (۴) $\frac{\text{C}^2}{\text{f.m}^2}$ ، $\frac{\text{m}^2}{\text{C}^2}$

۳۰☆ بارهای الکتريکی $q_1 = 4 \text{ nC}$ و $q_2 = -2 \text{ nC}$ به ترتیب در مختصات $(0, 3 \text{ m})$ و $(0, -3 \text{ m})$ قرار دارند. نیروی الکتريکی که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند، در SI کدام است؟

($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

(۱) $2 \times 10^{-9} \vec{j}$ (۲) $-2 \times 10^{-9} \vec{j}$ (۳) $-8 \times 10^{-9} \vec{j}$ (۴) $8 \times 10^{-9} \vec{j}$

۳۱☆ دو بار الکتريکی q و $8q$ در فاصله a از هم قرار دارند. اگر ϵ_0 ضریب گذردهی الکتريکی خلأ باشد، کدام گزینه اندازه نیرویی را که این دو ذره به هم وارد می‌کنند، به درستی نشان می‌دهد؟

(۱) $\epsilon_0 \frac{8q^2}{a^2}$ (۲) $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$ (۳) $\frac{9q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$ (۴) $\frac{2q^2}{\pi\epsilon_0 a^2}$

۳۲☆ دو بار الکتريکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 5q_1$ در فاصله ۳ متری هم قرار دارند و نیروی دافعه 2 N به یکدیگر وارد می‌کنند. q_1 چند میکروکولن است؟

($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

(۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۲

۳۳☆ دو بار نقطه‌ای q و $2q$ روی یک خط راست قرار دارند. اگر بار $4q$ به بار q نیروی $\vec{F} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ را وارد کند، بار q چه نیرویی را به بار $2q$ وارد می‌کند؟

(۱) $4\vec{i} - 8\vec{j}$ (۲) $2\vec{i} - 4\vec{j}$ (۳) $\vec{i} - 2\vec{j}$ (۴) $-2\vec{i} + 4\vec{j}$

۳۴☆ دو ذره باردار q_1 و q_2 در یک ارتفاع قرار دارند. نیروی الکتريکی بار q_1 به بار q_2 در راستای غرب - شرق و جهت آن به سمت شرق است.

نیرویی که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند، در راستای و جهت آن به سمت است.

(۱) غرب - شرق، شرق (۲) غرب - شرق، غرب (۳) شمال - جنوب، جنوب (۴) شمال - جنوب، شمال

۳۵☆ دو کره رسانای مشابه دارای بارهای ناهم‌نام q و $-q$ به‌گونه‌ای قرار گرفته‌اند که سطح آن‌ها کمی از هم فاصله داشته و مرکز این دو کره به اندازه r از یکدیگر فاصله دارند. بزرگی نیرویی که این دو کره به هم وارد می‌کنند

(۱) برابر است با $k \frac{q^2}{r^2}$ (۲) کم‌تر است از $k \frac{q^2}{r^2}$ (۳) بیش‌تر است از $k \frac{q^2}{r^2}$ (۴) برابر است با $k \frac{q}{r}$

۳۶☆ دو ذره باردار با بارهای $q_1 = +2 \mu\text{C}$ و $q_2 = +5 \mu\text{C}$ در نقاط $A(-2 \text{ cm}, -2 \text{ cm})$ و $B(7 \text{ cm}, 1 \text{ cm})$ ثابت شده‌اند. اندازه نیرویی که این دو بار الکتريکی به یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟

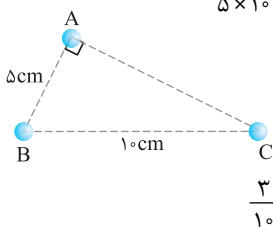
($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

(۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۰^۵ (۴) 5×10^4

۳۷☆ در سه رأس مثلث ABC سه بار نقطه‌ای قرار دارد. اگر اندازه نیروهایی که بارهای A و B بر هم وارد می‌کنند، ۵ نیوتون و اندازه نیروهایی که بارهای B و C بر هم وارد می‌کنند، برابر ۳ نیوتون باشد، نسبت

اندازه بارهای A و C $\left(\frac{|q_A|}{|q_C|}\right)$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{3}{10}$



۳۸★ دو گلوله به جرم‌های m_1 و $m_2 = 2m_1$ به ترتیب دارای بارهای الکتریکی q و $3q$ روی سطح افقی بدون اصطکاک در فاصله نزدیکی از هم رها می‌شوند. در این لحظه، تحت اثر نیروی الکتریکی شتاب گلوله m_2 چند برابر شتاب گلوله m_1 است؟ (آزمون‌های گاه)

$$1 \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad \frac{2}{3} \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (4)$$

تأثیر تغییر اندازه بارها یا فاصله بارها روی نیروی الکتریکی

۳۹★ نیروی بین دو بار الکتریکی q_1 و q_2 که به فاصله r از یکدیگر قرار دارند، F است. اگر اندازه یکی از بارها و همچنین فاصله بین دو بار نصف شود، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟ (سراسری ریاضی فارغ از کشور- ۸۷)

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad \frac{1}{2} \quad (3) \quad \frac{3}{2} \quad (4)$$

۴۰ بار الکتریکی ۸ میکروکولنی از فاصله r بر بار ۲ میکروکولنی نیروی F را وارد می‌کند. بار ۲ میکروکولنی در چه فاصله‌ای بر بار ۸ میکروکولنی نیرویی با اندازه $2F$ وارد می‌کند؟ (سراسری تجربی- ۸۵)

$$2r \quad (1) \quad \sqrt{2}r \quad (2) \quad \frac{1}{2}r \quad (3) \quad \frac{\sqrt{2}}{2}r \quad (4)$$

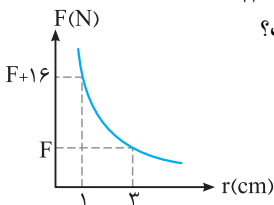
۴۱ نیروی دافعه بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در فاصله r از هم برابر با $2N$ است. اگر به یکی از بارها $2\mu C$ اضافه کنیم، این نیروی دافعه در همین فاصله برابر $3N$ می‌شود. اندازه اولیه هر یک از این بارهای الکتریکی چند میکروکولن بوده است؟ (سراسری تجربی فارغ از کشور- ۸۵)

$$2 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad 6 \quad (3) \quad 8 \quad (4)$$

۴۲★ دو بار الکتریکی در فاصله r به یکدیگر نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند. در چه فاصله‌ای از هم نیروی الکتریکی بین این دو بار ۴۴ درصد افزایش می‌یابد؟

$$\frac{5}{6}r \quad (1) \quad \frac{6}{5}r \quad (2) \quad \frac{36}{25}r \quad (3) \quad \frac{25}{36}r \quad (4)$$

۴۳★ نمودار نیروی الکتریکی بین دو ذره باردار بر حسب فاصله آن‌ها مطابق شکل مقابل است. F چند نیوتون است؟



$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۴۴ دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله معینی، به یکدیگر نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند. اگر اندازه یکی از دو بار نصف شده و فاصله بین آن‌ها ۷۵ درصد کاهش یابد، نیروی الکتریکی بین دو بار به F' می‌رسد، نسبت $\frac{F'}{F}$ کدام است؟ (آزمون‌های گاه)

$$8 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad \frac{1}{4} \quad (3) \quad \frac{1}{8} \quad (4)$$

۴۵★ دو بار نقطه‌ای هم‌اندازه و هم‌نام q در فاصله r از هم قرار داشته و بر هم نیروی دافعه F وارد می‌کنند. ۱۹٪ از بار یکی را کم می‌کنیم. برای این‌که نیروی دافعه بین آن‌ها همان F بماند، فاصله میان دو بار را چند درصد و چگونه باید تغییر دهیم؟

$$10 \quad (1) \quad \text{درصد کاهش} \quad 10 \quad (2) \quad \text{درصد افزایش} \quad 19 \quad (3) \quad \text{درصد کاهش} \quad 19 \quad (4) \quad \text{درصد افزایش}$$

انتقال بار بین دو ذره باردار و اثر آن روی نیروی بین آن‌ها

۴۶★ دو بار الکتریکی هم‌نام $q_1 = q_2 = 8\mu C$ و q_2 ، در فاصله r ، نیروی F را بر هم وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصله بارها، نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیه q_2 چند میکروکولن است؟ (سراسری ریاضی- ۸۹)

$$1 \quad (1) \quad 2 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 4 \quad (4)$$

۴۷ دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر در فاصله ثابتی از هم قرار دارند و به یکدیگر نیروی F وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار الکتریکی یکی را کم کرده و همان مقدار بر بار دیگر اضافه کنیم، نیرویی که به هم وارد می‌کنند، چند F می‌شود؟ (سراسری تجربی- ۸۸)

$$1 \quad (1) \quad 4 \quad (2) \quad \frac{15}{16} \quad (3) \quad \frac{16}{15} \quad (4)$$

۴۸★ دو ذره با بارهای الکتریکی $+q$ و $-q$ در فاصله معینی به یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی F وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، دو بار جدید در همان فاصله قبل به هم نیروی الکتریکی به بزرگی F' را وارد می‌نمایند. نسبت $\frac{F'}{F}$ کدام است؟ (آزمون‌های گاه)

$$1 \quad (1) \quad \frac{15}{16} \quad (2) \quad \frac{9}{16} \quad (3) \quad \frac{3}{4} \quad (4) \quad \frac{5}{4}$$

۴۹. دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2\mu\text{C}$ و $q_2 = -2\mu\text{C}$ به فاصله r از یکدیگر قرار دارند. اگر نصف یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم و دو بار را به فاصله $\frac{r}{4}$ از هم قرار دهیم، اندازه نیرویی که دو بار به یکدیگر وارد می‌کنند، در مقایسه با حالت قبل چند برابر می‌شود؟

(سراسری تجربی فاج از کشور - ۸۷)

- (۱) ۱
(۲) ۳
(۳) $\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{16}$

۵۰. دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 2q_1$ در فاصله r از هم قرار دارند و به هم نیروی دافعه وارد می‌کنند. چند درصد از بار q_2 را به q_1 منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروی دافعه بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟

(سراسری ریاضی فاج از کشور - ۹۵)

- (۱) ۱۵
(۲) ۲۵
(۳) ۴۰
(۴) ۵۰

نیروی بین دو کره رسانا قبل و بعد از اتصال

۵۱. دو کره رسانای کوچک و هم‌اندازه دارای بارهای الکتریکی $-9\mu\text{C}$ و $+1\mu\text{C}$ بوده و در فاصله r بر هم نیروی F وارد می‌کنند. دو کره را با هم تماس داده و این بار آن‌ها را در فاصله $2r$ از هم قرار می‌دهیم. نیروی الکتریکی بین دو کره چند برابر F خواهد شد؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{4}{9}$
(۳) $\frac{16}{9}$
(۴) $\frac{25}{36}$

۵۲. دو گلوله فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می‌باشند، از فاصله 30 سانتی‌متری، نیروی جاذبه 4 نیوتون بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام $+3\mu\text{C}$ خواهد شد. بار اولیه گلوله‌ها بر حسب میکروکولن کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

(سراسری ریاضی - ۹۴)

- (۱) ۱۲ ، ۶-
(۲) ۱۰ ، ۴-
(۳) ۹ ، ۳-
(۴) ۸ ، ۲-

۵۳. دو کره فلزی مشابه دارای بارهای الکتریکی $q_1 = +5\mu\text{C}$ و $q_2 = +15\mu\text{C}$ در فاصله r ، نیروی F بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو کره را در یک لحظه با یکدیگر تماس دهیم به طوری که فقط بین دو کره مبادله بار صورت گیرد و مجدداً به همان فاصله قبلی برگردانیم، نیروی دافعه بین دو کره چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.
(۲) ۲۵ درصد کاهش می‌یابد.
(۳) تقریباً ۳۳ درصد کاهش می‌یابد.
(۴) تقریباً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد.

۵۴. دو کره فلزی که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، دارای بار الکتریکی هستند. اندازه نیروی الکتریکی بین این دو کره با فاصله d برابر F است. اگر آن دو را به هم تماس داده و دوباره در همان فاصله قرار دهیم، اندازه نیرو، F' می‌شود. کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟ (kg)

- (۱) $F > F'$
(۲) $F < F'$
(۳) $F = F'$
(۴) بسته به شرایط، هر کدام ممکن است درست باشد.

۵۵. اندازه بار دو کره رسانای هم‌اندازه یکسان نیست و یکدیگر را از فاصله r می‌رانند. دو کره را به هم تماس داده و سپس به همان فاصله r می‌بریم. نیروی الکتریکی بین دو کره نسبت به حالت اول چگونه می‌شود؟

- (۱) تغییر نمی‌کند.
(۲) افزایش می‌یابد.
(۳) کاهش می‌یابد.
(۴) بسته به شرایط هر سه ممکن است.

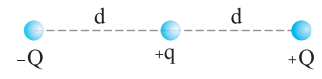
۵۶. دو کره رسانای هم‌اندازه A و B به ترتیب با بارهای الکتریکی $\frac{3}{4}Q$ و $\frac{3}{4}Q$ داریم که در فاصله نسبتاً دوری از هم قرار دارند. کره رسانای خنثای C را که هم‌اندازه کره A می‌باشد، با آن تماس می‌دهیم. سپس کره C را با کره B تماس می‌دهیم و در نهایت کره C را به فاصله بسیار دوری از دو کره A و B منتقل می‌کنیم. اندازه نیروی الکتریکی بین دو کره A و B در همان فاصله اولیه پس از تماس کره C چند برابر قبل از تماس با کره C است؟

(آزمون‌های گاج)

- (۱) $\frac{5}{16}$
(۲) $\frac{8}{16}$
(۳) ۱
(۴) $\frac{24}{16}$

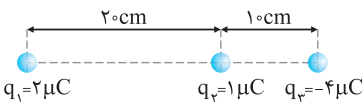
برهم‌نهی نیروهای الکتریکی هم‌راستا

۵۷. اندازه نیروی کولنی بین دو بار Q و q در فاصله d برابر F است. در شکل روبه‌رو، اندازه برایند نیروهای وارد از طرف دو بار $+Q$ و $-Q$ بر بار $+q$ برابر است با:



- (۱) صفر
(۲) $\frac{F}{2}$
(۳) F
(۴) $2F$

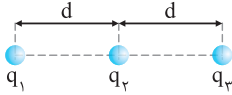
۵۸. در شکل مقابل، اندازه برایند نیروهای وارد بر بار q_3 چند برابر اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_1 است؟



- (۱) $\frac{88}{7}$
(۲) $\frac{12}{5}$
(۳) $\frac{84}{25}$
(۴) $\frac{60}{7}$

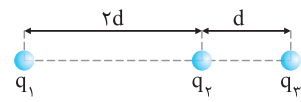
۵۹. در شکل، سه بار نقطه‌ای روی سه نقطه ثابت شده‌اند. اگر بار q_3 ، بار q_2 را با نیروی الکتریکی F براند، بزرگی برابری نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $\frac{F}{3}$ و به سمت چپ شکل می‌شود. نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟

(آزمون‌های گاج)



- (۱) $\frac{1}{6}$
 (۲) $-\frac{1}{6}$
 (۳) -6
 (۴) 6

۶۰. در شکل مقابل، برابری نیروهای وارد بر بار q_2 برابر 30N است. اگر q_3 را خنثی کنیم، نیروی وارد بر بار q_2 ، 10N در جهت عکس می‌شود.

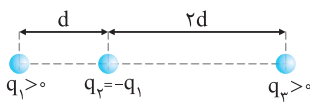


نسبت $\frac{q_3}{q_1}$ کدام است؟

- (۱) 1
 (۲) -1
 (۳) 4
 (۴) -4

۶۱. سه بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر ثابت شده‌اند. اگر برابری نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 هم‌اندازه برابری نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 باشد،

(سراسری تمبری فارغ از کشور - ۹۵)



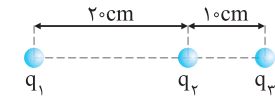
کدام است $\frac{q_3}{q_1}$ ؟

- (۱) $\frac{8}{13}$
 (۲) $\frac{13}{8}$
 (۳) $\frac{13}{13}$
 (۴) $\frac{13}{13}$

نیروی صفر و بار در حال تعادل

۶۲. در شکل روبه‌رو، برابری نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای نقطه‌ای برابر صفر است. $\frac{q_3}{q_2}$ کدام است؟

(سراسری تمبری - ۹۳)



- (۱) -4
 (۲) $+4$
 (۳) $-\frac{9}{4}$
 (۴) $+\frac{9}{4}$

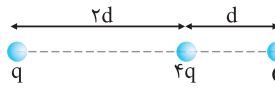
۶۳. دو بار الکتریکی $-q$ و $+4q$ در دو نقطه A و B به فاصله $AB = 30\text{cm}$ از هم قرار دارند. بار q' را در چه فاصله‌ای بر حسب

(kg)

سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حالت تعادل قرار گیرد؟

- (۱) 15
 (۲) 30
 (۳) 45
 (۴) 60

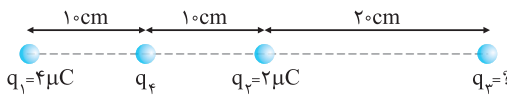
۶۴. اگر در شکل روبه‌رو برابری نیروهای وارد بر بار $4q$ برابر صفر باشد، بار Q برابر کدام است؟



- (۱) $4q$
 (۲) $2q$
 (۳) $\frac{q}{2}$
 (۴) $\frac{q}{4}$

۶۵. در شکل مقابل برابری نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 برابر صفر است. بار q_3 چند میکروکولن است؟

(سراسری ریاضی - ۹۱)

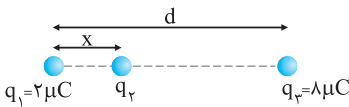


- (۱) 18
 (۲) 8
 (۳) -8
 (۴) -18

۶۶. سه بار نقطه‌ای مطابق شکل قرار دارند. برابری نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هر یک از بارها صفر است. بار q_3 چند میکروکولن

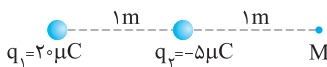
(سراسری تمبری فارغ از کشور - ۸۹)

است؟



- (۱) $-\frac{2}{9}$
 (۲) $+\frac{2}{9}$
 (۳) $-\frac{8}{9}$
 (۴) $+\frac{8}{9}$

۶۷. در شکل روبه‌رو در نقطه M ، بار الکتریکی نقطه‌ای چند میکروکولنی قرار دهیم تا برابری نیروهای



وارد بر آن از طرف بارهای دیگر صفر شود؟

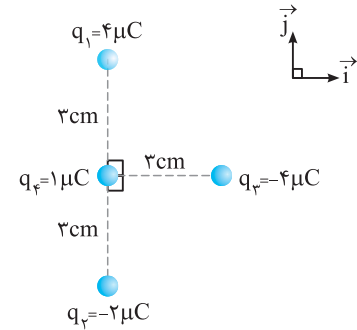
- (۱) -4
 (۲) 1
 (۳) 5
 (۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

۶۸. دو بار الکتریکی هم‌نام و هم‌اندازه در فاصله L از هم قرار دارند. در فاصله بین دو بار و در راستای خط واصل، بار سوم را از فاصله $\frac{L}{4}$

(آزمون‌های گاج)

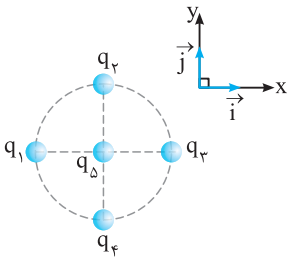
یکی از بارها تا فاصله $\frac{L}{4}$ بار دیگر جابه‌جا می‌کنیم. نیروی وارد بر این بار

- (۱) کاهش می‌یابد.
 (۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
 (۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
 (۴) افزایش می‌یابد.



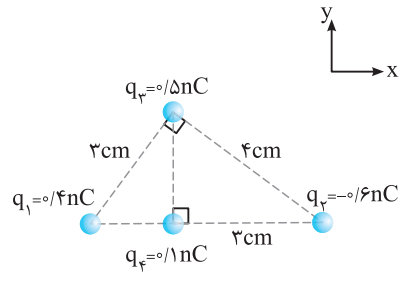
۶۹ ☆ در شکل مقابل، بردار نیروی خالص وارد بر بار q_4 در SI کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

- (۱) $\vec{F} = 4\vec{i} - 6\vec{j}$
- (۲) $\vec{F} = 4\vec{i} + 6\vec{j}$
- (۳) $\vec{F} = 4\vec{i} - 2\vec{j}$
- (۴) $\vec{F} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$



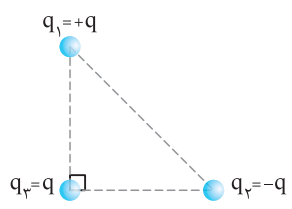
۷۰ ☆ در شکل روبه‌رو، چهار بار نقطه‌ای $q_1 = q_2 = -q_3 = -q_4 = +q$ روی محیط دایره‌ای قرار گرفته‌اند و بار $q_\delta = +q$ در مرکز دایره قرار دارد. اگر بزرگی نیروی الکتریکی که بار q_1 به بار q_δ وارد می‌کند، یک نیوتون باشد، بردار برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_δ بر حسب نیوتون کدام است؟ (آزمون‌های گاج)

- (۱) $2\vec{i} - 2\vec{j}$
- (۲) $2\sqrt{2}\vec{i} - 2\sqrt{2}\vec{j}$
- (۳) $2\vec{i} + 2\vec{j}$
- (۴) $-2\sqrt{2}\vec{i} + 2\sqrt{2}\vec{j}$



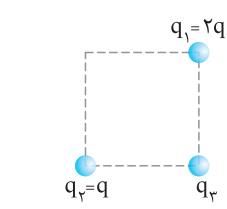
۷۱. نیروی خالص وارد بر بار q_4 از طرف بارهای دیگر کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

- (۱) $10^{-7}(15\vec{i} + 9\vec{j})$
- (۲) $10^{-7}(15\vec{i} - 9\vec{j})$
- (۳) $10^{-7}(3\vec{i} - 9\vec{j})$
- (۴) $10^{-7}(3\vec{i} + 9\vec{j})$



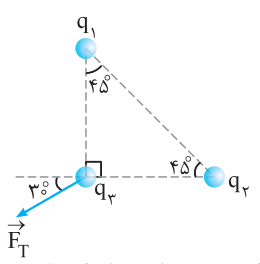
۷۲ ☆ مطابق شکل سه ذره در سه رأس یک مثلث متساوی‌الساقین قرار دارند و اندازه نیروی خالص وارد بر ذره q_3 برابر F_T است. اگر بار q_1 قرینه شود، اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_3 کدام خواهد شد؟ (برگرفته از کتاب درسی)

- (۱) F_T
- (۲) $2F_T$
- (۳) $\sqrt{2}F_T$
- (۴) صفر



۷۳ ☆ در شکل مقابل، سه ذره باردار در گوشه‌های یک مربع قرار دارند. اگر q_2 به q_3 نیروی F وارد کند، اندازه نیروی کل وارد بر q_3 چند برابر F است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

- (۱) $3F$
- (۲) $\sqrt{3}F$
- (۳) $\sqrt{2}F$
- (۴) $\sqrt{5}F$

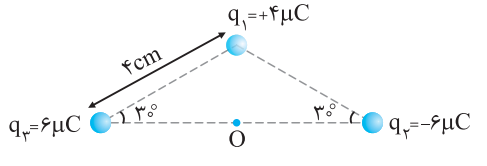


۷۴. در شکل مقابل، نیروی کل وارد بر بار q_3 از طرف دو بار q_1 و q_2 نشان داده شده است. با توجه به آن، q_1 و q_2 و $|q_2|$ از $|q_1|$ است.

- (۱) هم‌نام، بزرگ‌تر
- (۲) هم‌نام، کوچک‌تر
- (۳) ناهم‌نام، بزرگ‌تر
- (۴) ناهم‌نام، کوچک‌تر

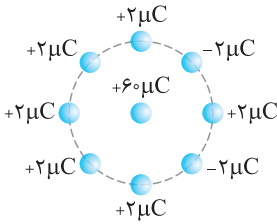
۷۵ ☆ سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار $q_4 = 1 \mu C$ واقع در نقطه O ، در وسط خط واصل دو

(سراسری ریاضی-۸۴)



بار q_2 و q_3 چند نیوتون است؟

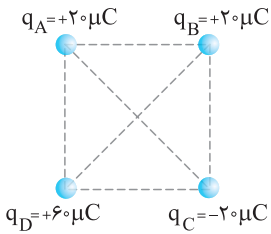
- (۱) ۴۵
- (۲) ۹۰
- (۳) $45\sqrt{3}$
- (۴) $90\sqrt{2}$



۷۶☆ در شکل مقابل، بارهای نقطه‌ای به طور متقارن روی محیط دایره‌ای به شعاع ۳ cm قرار دارند. برایند

نیروهای وارد بر بار قرار گرفته در مرکز دایره چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$ (آزمون‌های گاه)

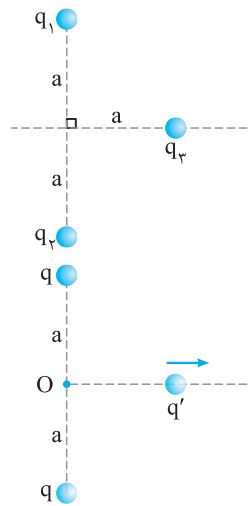
- (۱) ۴۸
- (۲) $24\sqrt{2}$
- (۳) ۹۶
- (۴) $12\sqrt{2}$



۷۷ در چهار رأس یک مربع به ضلع ۲۰ سانتی‌متر، مطابق شکل بارهای نقطه‌ای قرار داده‌ایم. اگر یک

بار $-1 \mu C$ را در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی وارد بر آن چند نیوتون و در کدام جهت خواهد بود؟ (kg)

- (۱) $180\sqrt{2}$ ، به سمت چپ
- (۲) $180\sqrt{2}$ ، به سمت بالا
- (۳) $270\sqrt{2}$ ، به سمت بالا
- (۴) $270\sqrt{2}$ ، به سمت چپ



۷۸☆ در شکل مقابل، نیروی خالص وارد بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر کدام است؟ $(q_1 = q_2 = q_3 = q)$

- (۱) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$
- (۲) $\frac{1}{\lambda\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$
- (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$
- (۴) $\frac{\sqrt{2}}{\lambda\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$

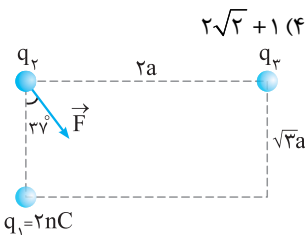
۷۹☆ مطابق شکل، بار q' را روی عمود منصف خط واصل بین دو بار از نقطه O تا بی نهایت جابه‌جا می‌کنیم.

نیروی خالص وارد بر بار q' در این جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) افزایش می‌یابد.
- (۲) کاهش می‌یابد.
- (۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
- (۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۸۰ بار الکتریکی مثبت و هم‌اندازه q در رأس‌های یک مربع به ضلع d قرار دارند. اندازه نیرویی که از طرف بارهای دیگر بر یکی از آن‌ها وارد

می‌شود، چند $\frac{kq^2}{2d^2}$ است؟ $(k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0})$ و اندازه‌ها در SI است.) (سراسری ریاضی فارغ از کشور- ۸۵)



- (۱) ۱
- (۲) $\sqrt{2}$
- (۳) $\sqrt{2} + 1$
- (۴) $2\sqrt{2} + 1$

۸۱☆ مطابق شکل سه بار نقطه‌ای روی سه رأس یک مستطیل قرار گرفته‌اند. اگر نیروی خالص وارد بر بار q_3

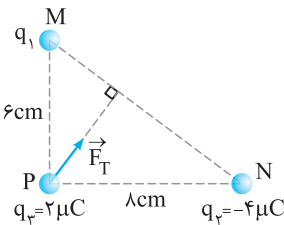
از طرف دو بار دیگر \vec{F} باشد، q_3 چند نانوکولن است؟ $(\tan 37^\circ = \frac{3}{4})$

- (۱) ۲
- (۲) -۲
- (۳) $1/5$
- (۴) $-1/5$

۸۲☆ سه بار الکتریکی روی رأس‌های مثلث قائم‌الزاویه MNP ثابت شده‌اند. اگر راستای نیروی خالص وارد

بر بار q_3 مطابق شکل بر ضلع MN عمود باشد، q_1 چند میکروکولن است؟

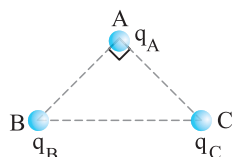
- (۱) ۲
- (۲) -۲
- (۳) ۳
- (۴) -۳



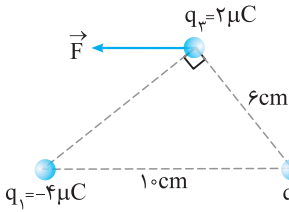
۸۳☆ در شکل روبه‌رو، مثلث نشان داده شده متساوی‌الساقین و قائم‌الزاویه است و بارهای q_A ، q_B و q_C به

ترتیب q ، $\sqrt{3}q$ و $-q$ است. زاویه‌ای که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_A با امتداد

پاره خط AB می‌سازد، چند درجه است؟ (سراسری تجربی- ۸۷)

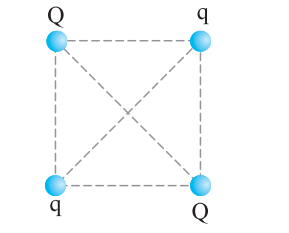


- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۵۳
- (۴) ۶۰



۸۴ ☆ سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در جای خود ثابت شده‌اند. برابند نیروهایی که بارهای q_1 و q_2 بر بار q_3 وارد می‌کنند (\vec{F})، موازی با قاعده مثلث است. بار q_2 چند میکروکولن است؟ (سراسری ریاضی فارغ از کشور - ۸۸)

- | | |
|-----|-----------------|
| (۱) | ۳ |
| (۲) | ۴ |
| (۳) | $\frac{9}{4}$ |
| (۴) | $\frac{27}{16}$ |

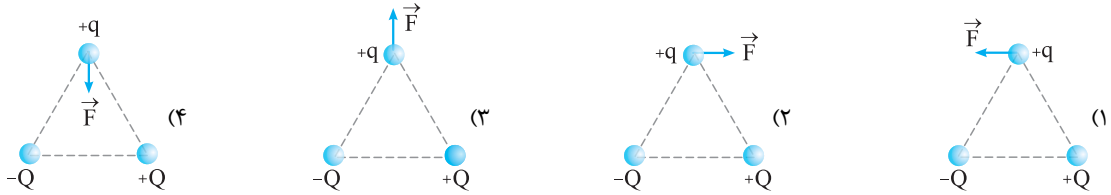


۸۵ ☆ بارهای الکتریکی q و Q مطابق شکل در ۴ رأس مربع قرار دارند. اگر برابند نیروهای وارد بر بار Q صفر باشد، نسبت $\frac{Q}{q}$ کدام است؟

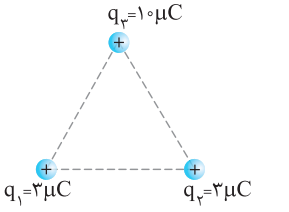
- (kg)
- | | |
|-----|--------------|
| (۱) | $2\sqrt{2}$ |
| (۲) | $\sqrt{2}$ |
| (۳) | $-\sqrt{2}$ |
| (۴) | $-2\sqrt{2}$ |

۸۶ سه بار نقطه‌ای $+Q$ ، $-Q$ و $+q$ در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع واقع‌اند. کدام‌یک از شکل‌های زیر جهت نیروی وارد بر بار $+q$ را درست نشان می‌دهد؟

(kg)

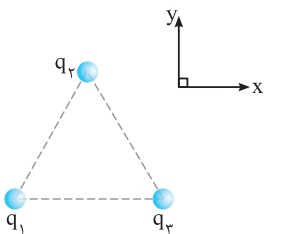


برهم‌نهی نیروهای الکتریکی در حالت کلی | ویژه علاقمندان



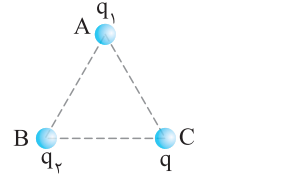
۸۷ سه بار الکتریکی نقطه‌ای مطابق شکل در ۳ رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۳۰ cm قرار دارند. برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$) (سراسری تجربی فارغ از کشور - ۹۳)

- | | |
|-----|--------------|
| (۱) | $3\sqrt{3}$ |
| (۲) | ۳ |
| (۳) | $10\sqrt{3}$ |
| (۴) | ۱۰ |



۸۸ روی رئوس مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۶ cm سه بار نقطه‌ای $q_1 = q_2 = -q_3 = 2 \mu C$ قرار داده‌ایم. برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 بر حسب بردارهای یکه در SI کدام است؟

- ($\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)
- | | |
|-----|---------------------------------|
| (۱) | $2\vec{i}$ |
| (۲) | $10\vec{i}$ |
| (۳) | $20\vec{i} + 20\sqrt{3}\vec{j}$ |
| (۴) | $20\vec{i} - 20\sqrt{3}\vec{j}$ |



۸۹ ☆ سه بار الکتریکی نقطه‌ای و مثبت q_1 ، q_2 و q_3 در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاع ABC قرار دارند. اگر نیروی وارد از طرف q_2 بر q_1 برابر ۵ نیوتون و $q_1 = \frac{3}{5}q_2$ باشد، برابند نیروهای وارد بر q_1 چند نیوتون خواهد بود؟

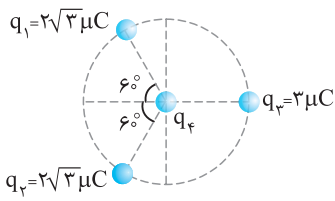
- | | |
|-----|---|
| (۱) | ۸ |
| (۲) | ۷ |
| (۳) | ۶ |
| (۴) | ۴ |

۹۰ سه بار الکتریکی $+q$ ، $+q$ و $-q$ در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار دارند. اندازه برابند نیروهای وارد بر بار $-q$ چند برابر اندازه برابند نیروهای وارد بر هر یک از بارهای $+q$ می‌باشد؟

- | | |
|-----|---------------|
| (۱) | $\sqrt{3}$ |
| (۲) | ۱ |
| (۳) | ۲ |
| (۴) | $\frac{1}{2}$ |

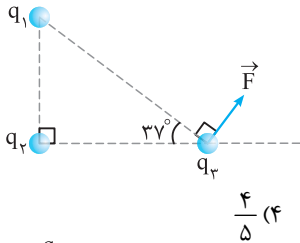
۹۱ ☆ روی محیط دایره‌ای به شعاع ۲ cm، سه بار نقطه‌ای $q = 4 \mu C$ در فاصله‌های مساوی از هم قرار می‌دهیم، نیروی خالص وارد بر هر یک از بارها چند نیوتون است؟ ($\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)

- | | |
|-----|---------------|
| (۱) | ۳۶۰ |
| (۲) | ۱۲۰ |
| (۳) | $360\sqrt{3}$ |
| (۴) | $120\sqrt{3}$ |



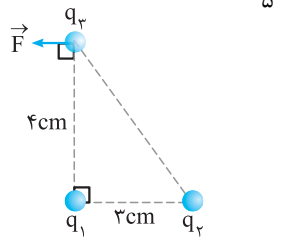
۹۲★ مطابق شکل، سه بار نقطه‌ای روی محیط دایره‌ای به شعاع 10cm ، ثابت نگه داشته شده‌اند و بار چهارم (q_4) در مرکز دایره قرار دارد. اگر برابری نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 برابر $8/1$ نیوتون باشد، بار مثبت q_4 چند میکروکولن است؟ (بارهای الکتریکی مثبت و $k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$ است.)

- (سراسری ریاضی-۹۰)
- | | |
|--------|--------|
| ۱ (۱) | ۲ (۲) |
| ۲۰ (۳) | ۱۰ (۴) |



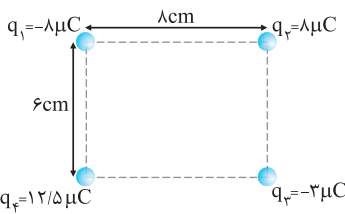
۹۳★ در شکل مقابل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 ، q_2 و q_3 روی رأس‌های مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند و برابری نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 بردار \vec{F} است. نسبت $\frac{F_{23}}{F_{13}}$ کدام است؟ ($\sin 53^\circ = 0.8$)

- | | |
|-------|---------------|
| ۱ (۱) | $\frac{3}{4}$ |
| ۲ (۲) | $\frac{5}{4}$ |
| ۳ (۳) | $\frac{4}{3}$ |



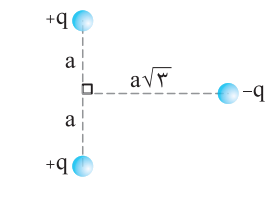
۹۴★ سه ذره باردار در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. اگر برابری نیروهای وارد بر q_3 مطابق شکل باشد، $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟

- | | |
|-------|-------------------|
| ۱ (۱) | $\frac{4}{5}$ |
| ۲ (۲) | $-\frac{4}{5}$ |
| ۳ (۳) | $-\frac{64}{125}$ |



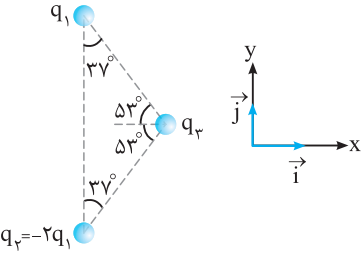
۹۵★ چهار بار الکتریکی در رأس‌های مستطیلی مطابق شکل قرار دارند. نیروی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

- (سراسری ریاضی فایز از کشور-۹۰)
- | | |
|-------|--------------|
| ۱ (۱) | ۳۰ |
| ۲ (۲) | ۶۰ |
| ۳ (۳) | $9\sqrt{10}$ |



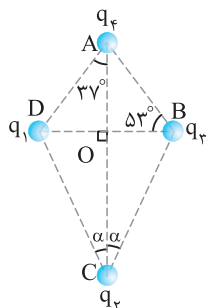
۹۶★ در شکل روبه‌رو، بزرگی برابری نیروهای الکتریکی وارد بر بار $-q$ کدام است؟

- (آزمون‌های گاج)
- | | |
|-------|---------------------------------------|
| ۱ (۱) | $\frac{kq^2}{2a^2}$ |
| ۲ (۲) | $\frac{kq^2}{4a^2}$ |
| ۳ (۳) | $\frac{\sqrt{3}}{4} \frac{kq^2}{a^2}$ |
| ۴ (۴) | $\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{kq^2}{a^2}$ |



۹۷★ در شکل مقابل، بار نقطه‌ای $q_1 > 0$ به بار نقطه‌ای $q_3 > 0$ نیروی الکتریکی به بزرگی 10N را وارد می‌کند. بردار برابری نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 در SI کدام است؟ ($\cos 53^\circ = 0.6$, $\sin 53^\circ = 0.8$)

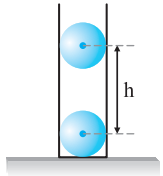
- (آزمون‌های گاج)
- | | |
|-------|----------------------------|
| ۱ (۱) | $-\vec{e}_i - 24\vec{e}_j$ |
| ۲ (۲) | $-\vec{e}_i + 18\vec{e}_j$ |
| ۳ (۳) | $\vec{e}_i - 24\vec{e}_j$ |
| ۴ (۴) | $\vec{e}_i + 18\vec{e}_j$ |



۹۸★ چهار ذره باردار مطابق شکل در یک صفحه قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی وارد بر q_4 از طرف بارهای دیگر برابر صفر باشد، زاویه α کدام است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$, $AO = 4\text{cm}$, $q_2 = 6.4\text{nC}$, $q_1 = q_3 = -1.0\text{nC}$)

- (سراسری تیربی-۸۹)
- | | |
|-------|--------------------------|
| ۱ (۱) | 37° |
| ۲ (۲) | 53° |
| ۳ (۳) | $\tan^{-1}(2)$ |
| ۴ (۴) | $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$ |

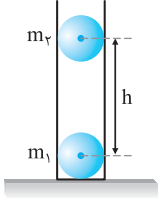
ترکیب نیروی الکتریکی با نیروهای دیگر



۹۹☆ در لوله‌ای شیشه‌ای و قائم دو گلوله کوچک و همسان به جرم‌های ۲۰g و با بارهای الکتریکی ۴μC مطابق شکل قرار دارند. هنگامی که مجموعه به تعادل برسد، فاصله قائم h بر حسب متر را به دست آورید؟ (از اصطکاک و آثار

الکتریکی شیشه صرف نظر کنید. $(g = 10 \frac{N}{kg}, k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$ (آزمون‌های گاج)

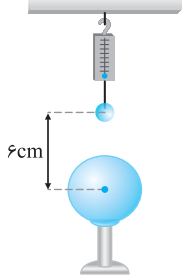
- ۰/۲√۳ (۱)
- ۰/۲√۳ (۲)
- ۰/۶√۳ (۳)
- ۰/۶√۳ (۴)



۱۰۰. در یک لوله شیشه‌ای قائم، دو گلوله کوچک با بارهای هم‌نام و جرم‌های $m_2 > m_1$ مطابق شکل قرار دارند و به علت نیروی دافعه الکتریکی مجموعه در تعادل است. اگر جای این دو گلوله را بدون این‌که بار آن‌ها تغییر کند، عوض کنیم، در حالت تعادل فاصله آن‌ها از هم h' می‌شود. کدام گزینه درست است؟ (از اثر الکتریکی شیشه و اصطکاک سطح داخلی شیشه صرف نظر کنید.)

- $h' = h$ (۱)
- $h' > h$ (۲)
- $h' < h$ (۳)

(۴) با توجه به نسبت بار دو کره هر سه ممکن است.

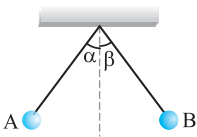


۱۰۱☆ مطابق شکل، کره باردار کوچکی به جرم ۳۰۰ گرم توسط یک نخ نارسانا و نیروسنج آویزان است. درست در زیر این کره، کره دیگری قرار دارد. روی هر کره بار $q = 1 \mu C$ به طور یکنواخت پخش می‌کنیم. پس از این کار فاصله آن‌ها مطابق شکل

خواهد شد. در این لحظه نیروسنج چه عددی را بر حسب نیوتون نشان می‌دهد؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}, g = 10 \frac{N}{kg})$

- ۰/۵ (۱)
- ۲/۵ (۲)
- ۳ (۳)
- ۵/۵ (۴)

ترکیب نیروی الکتریکی و آونگ ویژه علاقمندان

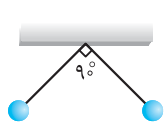


۱۰۲☆ در شکل روبه‌رو گلوله‌های باردار از دو نخ با طول‌های متفاوت به‌گونه‌ای آویزان هستند که گلوله‌ها در یک راستای افقی قرار گرفته و زاویه انحراف آن‌ها از راستای قائم برابر α و β بوده و اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آن‌ها F_A و F_B است. اگر $m_A < m_B$ و $q_A > q_B$ باشد، کدام رابطه زیر درست است؟

- $\alpha = \beta, F_A = F_B$ (۱)
- $\alpha > \beta, F_A = F_B$ (۲)
- $\alpha > \beta, F_A > F_B$ (۳)
- $\alpha = \beta, F_A < F_B$ (۴)

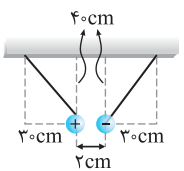
۱۰۳. دو گلوله کوچک هم‌جرم دارای بار $q_1 = q$ و دیگری دارای بار $q_2 = 2q$ را به انتهای دو نخ با طول‌های مساوی بسته و انتهای دیگر نخ‌ها را از یک نقطه می‌آویزیم. زاویه انحراف دو گلوله از وضعیت تعادل که آن‌ها را به ترتیب α و β می‌گیریم، چه رابطه‌ای دارند؟ (kg)

- $\alpha = \beta$ (۱)
- $\beta = 2\alpha$ (۲)
- $\tan \beta = 2 \tan \alpha$ (۳)
- $2\alpha > \beta > \alpha$ (۴)



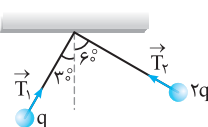
۱۰۴☆ مطابق شکل مقابل، دو آونگ الکتریکی مشابه با بارهای الکتریکی $q = +200nC$ و جرم‌های برابر ۱۰g در حال تعادل قرار دارند. طول هر یک از آونگ‌ها چند سانتی‌متر است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}, g = 10 \frac{N}{kg})$ (آزمون‌های گاج)

- ۳ (۱)
- $3\sqrt{2}$ (۲)
- $2\sqrt{2}$ (۳)
- $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۴)



۱۰۵. مطابق شکل، دو کره کوچک فلزی یکسان که دارای بار غیر هم‌علامت هستند، توسط دو نخ خشک و بی‌وزن آویزانند و در فاصله ۲cm از یکدیگر به حالت تعادل درمی‌آیند. اگر اندازه بار هر دو کره ۲μC باشد و این بار به صورت متمرکز در مرکز هندسی آن دو فرض شود، وزن هر کره چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}, g = 10 \frac{N}{kg})$ (آزمون‌های گاج)

- ۱۵ (۱)
- ۱۵۰ (۲)
- ۱۲۰ (۳)
- ۱۲ (۴)



۱۰۶☆ در شکل روبه‌رو، دو آونگ الکتریکی باردار و هم‌طول، در حالت تعادل قرار دارند. کشش نخ T_1 چند برابر کشش نخ T_2 است؟ (سراسری ریاضی-۹۵)

- $\frac{1}{2}$ (۱)
- $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲)
- $\sqrt{3}$ (۳)
- ۲ (۴)

۲۴

هنگامی که دو کره به هم تماس داده می‌شوند بار هر کدام به صورت زیر به دست می‌آید:

$$q = \frac{q_A + q_B}{2} = \frac{-4 + 6}{2} = 1 \text{ nC}$$

به عبارت دیگر بار کره B از 6nC به 1nC کاهش پیدا کرده است. با یک استدلال ساده می‌توان نتیجه گرفت که الکترون‌ها از کره A به کره B رفته و باعث خنثی شدن 5nC از بار B شدند. به عبارت دیگر مقدار بار جابه‌جا شده بین دو کره برابر 5nC است.

$$q = ne \Rightarrow 5 \times 10^{-9} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 3/125 \times 10^{10}$$

۲۵

طبق اصل پایستگی بار الکتریکی، مقدار بار مجموعه قبل و بعد از تماس با هم برابر است. از طرفی چون کره‌ها مشابه هستند، بار آن‌ها بعد از تماس یکسان است. به عبارت دیگر بعد از تماس بار همه کره‌ها -2μC است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$-2 + 8 - 14 + 2 + q_\Delta = 5 \times (-2) \Rightarrow -6 + q_\Delta = -10 \Rightarrow q_\Delta = -4 \mu\text{C}$$

۲۶

بعد از تماس، بار الکتریکی کره‌ها به نسبت شعاع‌های آن‌ها توزیع خواهد شد:

$$\frac{q_1}{r_1} = \frac{q_2}{r_2} \Rightarrow \frac{q_1}{2} = \frac{q_2}{6} \Rightarrow q_2 = 3q_1$$

از طرفی بار الکتریکی کره‌ها قبل از تماس با هم، با بار الکتریکی آن‌ها بعد از تماس برابر است.

$$q_1 + q_2 = 16 + (-4) \Rightarrow q_1 + q_2 = 12 \mu\text{C}$$

$$q_2 = 3q_1 \Rightarrow 4q_1 = 12 \Rightarrow q_1 = 3 \mu\text{C}$$

روش STP: بار کل مجموعه 12μC است، چون نسبت شعاع کره‌ها، 3 به 1 است، کل بار را بر 4 تقسیم می‌کنیم و به نسبت 3 به 1 بین کره‌ها پخش می‌کنیم. به همین دلیل بار کره کوچکتر 3μC و کره بزرگتر 9μC می‌شود.

۲۷

از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q_1| \times |q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1/6 \times 10^{-19} \times (10 \times 1/6 \times 10^{-19})}{(10^{-10})^2}$$

$$= 9 \times 1/6 \times 1/6 \times \frac{10^{-28}}{10^{-20}} = 23/6 \times 10^{-8} = 2/3 \times 10^{-7} \text{ N}$$

۲۸

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 18 = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{r^2}$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{18 \times 10^{-2}}{18} \Rightarrow r = 10^{-1} \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

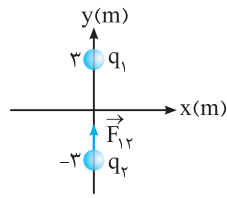
۲۹

ابتدا بر اساس قانون کولن و این که یکای نیرو، نیوتون، یکای فاصله، متر و یکای بار، کولن است، می‌توانیم یکای ثابت کولن را به دست آوریم.

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow N \equiv k \frac{C^2}{m^2} \Rightarrow k \equiv \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

از طرفی، $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ است. چون 4π عدد و بدون یکا است، بنابراین یکای ε₀ در SI، عکس یکای ثابت کولن است.

۳۰



فاصله دو بار الکتریکی 6 متر است. بنابراین نیروی الکتریکی بین این دو بار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-9} \times 4 \times 10^{-9}}{36} = 2 \times 10^{-9} \text{ N}$$

با توجه به این که نیروی بین این دو بار جاذبه است، مطابق شکل نیروی وارد بر q₂ در جهت مثبت محور y ها است.

$$\vec{F}_{12} = 2 \times 10^{-9} \vec{j}$$

۳۱

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow{k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}} F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{q \times \lambda q}{a^2} = \frac{2q^2}{\pi\epsilon_0 a^2}$$

۳۲

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 0.02 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1| \times |\Delta q_1|}{3^2} \Rightarrow 0.02 = 10^9 \times 5 \Delta q_1^2$$

$$\Rightarrow q_1^2 = \frac{2 \times 10^{-2}}{5 \times 10^9} = 4 \times 10^{-12} \Rightarrow q_1 = 2 \times 10^{-6} \text{ C} = 2 \mu\text{C}$$

۳۳

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت یکدیگر است. بنابراین:

$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} = -(2\vec{i} - 4\vec{j}) = -2\vec{i} + 4\vec{j}$$

۳۴

طبق قانون سوم نیوتون، نیروهایی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌راستا و در خلاف جهت هم است. بنابراین بار q₂ نیز در همان راستای غرب - شرق به بار q₁ نیرو وارد می‌کند و جهت آن در خلاف نیروی بار q₁ به q₂ یعنی در جهت غرب است.

۳۵

همان‌طور که در شکل می‌بینید. هنگامی که این دو کره در نزدیکی هم قرار می‌گیرند، به علت پدیده القای بار، فاصله مرکز مؤثر بارهای مثبت و منفی در دو کره، کوچکتر از R است. بنابراین نیروی الکتریکی بین این دو کره قوی‌تر از زمانی است که بارها را در مرکز دو کره فرض کنیم.

توجه در اغلب مسئله‌هایی که بار الکتریکی کره رسانا را در مرکز آن در نظر می‌گیریم، فاصله کره‌ها از هم بسیار بزرگتر از شعاع کره‌ها است. این صورت اثر القا بسیار ناچیز و قابل چشم‌پوشی است.

۳۶

ابتدا فاصله بین دو نقطه را محاسبه می‌کنیم:

$$r = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{(1+2)^2 + (7+2)^2}$$

$$= \sqrt{9+81} = \sqrt{90} \text{ cm}$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{90 \times 10^{-4}} = 10 \text{ N}$$

۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴

وقتی فاصله ۷۵ درصد کاهش داشته است، می‌توانیم فاصله را در حالت اول ۱۰۰ و در حالت دوم ۲۵ در نظر بگیریم.

$$\frac{F'}{F} = \left| \frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2} \right| \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \xrightarrow{q_1' = \frac{1}{2} q_1, q_2' = q_2} \frac{F'}{F} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{100}{25} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$$

۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴

فاصله اولیه را ۱۰۰ در نظر می‌گیریم و فاصله حالت دوم را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{F'}{F} = \left| \frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2} \right| \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \rightarrow \frac{1}{1} = \frac{0.81 q \times q}{q \times q} \times \left(\frac{100}{r'} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1} = \frac{81}{100} \times \frac{10000}{r'^2} \Rightarrow r'^2 = 8100 \Rightarrow r' = 90$$

$$\Delta r = 90 - 100 = -10$$

چون فاصله اولیه را ۱۰۰ واحد در نظر گرفته بودیم و $\Delta r = -10$ شد، بنابراین باید فاصله بین دو بردار ۱۰ درصد کاهش پیدا کند.

۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴

۲۵ درصد از بار q_1 برابر $2\mu C$ است:

$$q_1 = 8\mu C$$

$$q_1' = 6\mu C, q_2' = q_2 + 2, F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F \propto |q_1||q_2|$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{q_1' \times q_2'}{q_1 \times q_2} \Rightarrow \frac{1/5 F}{F} = \frac{6 \times (q_2 + 2)}{8 \times q_2}$$

$$\Rightarrow 12q_2 = 6q_2 + 12 \Rightarrow 6q_2 = 12 \Rightarrow q_2 = 2\mu C$$

۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$|q_1| = |q_2| = q, |q_1'| = \frac{75}{100} q = \frac{3}{4} q, |q_2'| = \frac{125}{100} q = \frac{5}{4} q$$

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q_1' \times q_2'}{q_1 \times q_2} = \frac{\frac{3}{4} q \times \frac{5}{4} q}{q \times q} = \frac{15}{16}$$

۴۸ ۱ ۲ ۳ ۴

دقت کنید در این سؤال بارهای الکتریکی در ابتدا نام‌نام هستند. بنابراین وقتی $\frac{1}{4}$ از یکی را به دیگری اضافه کنیم، در عمل اندازه هر دو بار کاهش می‌یابد. به عنوان مثال اگر دو بار در ابتدا $4\mu C$ و $-4\mu C$ باشند، در صورتی که $1\mu C$ از بار مثبت را به بار منفی اضافه کنیم، اندازه آن‌ها $3\mu C$ و $-3\mu C$ خواهد شد. با این توضیح به بررسی نسبت تغییرات نیروی F می‌پردازیم:

$$\begin{cases} q_1 = +q \\ q_2 = -q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} q_1' = \frac{3}{4} q \\ q_2' = -\frac{3}{4} q \end{cases}$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'| |q_2'|}{|q_1| |q_2|} = \frac{\frac{3}{4} q \times \frac{3}{4} q}{q \times q} = \frac{9}{16}$$

۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} F_{AB} = k \frac{|q_A||q_B|}{\Delta^2 \times 10^{-4}} = 5 \\ F_{BC} = k \frac{|q_C||q_B|}{10^2 \times 10^{-4}} = 3 \end{cases}$$

$$\frac{F_{AB}}{F_{BC}} = \frac{|q_A|}{|q_C|} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{q_A}{q_C} \Rightarrow \frac{q_A}{q_C} = \frac{5}{3}$$

۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق قانون سوم نیوتون، اندازه نیرویی که گلوله‌ها به یکدیگر وارد می‌کنند یکسان است. حالا با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow \frac{a_2}{a_1} = \frac{2m_1}{m_2} = \frac{1}{2}$$

۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴

$$q_1' = \frac{1}{2} q_1, r' = \frac{1}{2} r$$

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q_1' \times q_2'}{q_1 \times q_2} \times \left(\frac{r}{r'} \right)^2 = \frac{1}{2} \times (2)^2 = 2$$

۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴

نیرو با مجذور فاصله، رابطه عکس دارد:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{2F}{F} = \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \Rightarrow 2 = \left(\frac{r}{r_2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} = \left(\frac{r}{r_2} \right) \Rightarrow r_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} r = \frac{\sqrt{2}}{2} r$$

۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} F_1 = k \frac{|q||q|}{r^2} = k \frac{q^2}{r^2} = 0.2 \\ F_2 = k \frac{|q| \times (|q| + 2)}{r^2} = 0.3 \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{kq^2}{kq(q+2)} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{|q|}{|q| + 2} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3|q| = 2|q| + 4 \Rightarrow |q| = 4\mu C$$

۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{q_2, q_1 \text{ ثابت می‌مانند}} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'} \right)^2$$

$$\frac{F' = 144}{F = 100} \rightarrow \frac{144}{100} = \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow \frac{r}{r'} = \frac{12}{10} \Rightarrow r' = \frac{5}{6} r$$

۴۳ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق قانون کولن، نیرو با مجذور فاصله رابطه عکس دارد:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'} \right)^2 \Rightarrow \frac{F + 16}{F} = \left(\frac{r}{1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F + 16}{F} = 9 \Rightarrow F + 16 = 9F \Rightarrow 8F = 16 \Rightarrow F = 2N$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۵۴

در این سؤال در مورد مقدار بارها و نوع بارها و اندازه کره‌ها اطلاعات داده نشده است. بنابراین ممکن است:

(۱) هیچ باری بین آن‌ها جابه‌جا نشود که در این صورت نیروی بین آن‌ها تغییر نمی‌کند. $F' = F$

(۲) ممکن است بار بین کره‌ها جابه‌جا شود به طوری که حاصل ضرب اندازه بارها زیاد یا کم شود. بنابراین نیروی بین بارها ممکن است زیاد یا کم شود. دو مثال عددی زیر را مشاهده کنید و فرض کنید کره‌ها هم‌اندازه هستند.

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = +4\mu\text{C}, q_2 = +6\mu\text{C} \xrightarrow{\text{تماس}} q'_1 = 5\mu\text{C}, q'_2 = 5\mu\text{C} \\ q_1 q_2 = 24, q'_1 q'_2 = 25 \Rightarrow F' > F \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = -4\mu\text{C}, q_2 = +6\mu\text{C} \xrightarrow{\text{تماس}} q'_1 = 1\mu\text{C}, q'_2 = 1\mu\text{C} \\ q_1 q_2 = 24, q'_1 q'_2 = 1 \Rightarrow F' < F \end{array} \right.$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۵۵

با توجه به این که کره‌ها یکدیگر را می‌رانند، پس بار آن‌ها هم‌نام است؛ ولی اندازه بارها طبق گفته سؤال یکسان نیست. وقتی آن‌ها را به هم تماس دهیم، بدون این که مقدار کل بار تغییر کند، اندازه بار دو کره برابر می‌شود. می‌دانیم اگر مجموع بار دو کره هم‌نام ثابت باشد، ضرب بارها زمانی بیشینه است که اندازه بار آن‌ها یکسان باشد. به این ترتیب بعد از اتصال دو کره نیروی بین دو کره بیش‌تر از قبل می‌شود.

۴ ۳ ۲ ۱ ۵۶

هرگاه دو کره رسانای هم‌اندازه را با هم تماس دهیم، بار الکتريکی هر کدام از آن‌ها برابر میانگین بار اولیه آن‌ها می‌شود. بنابراین وقتی کره خنثای C را با کره A که در ابتدا بار $\frac{3}{4}Q$ دارد، تماس می‌دهیم، بار هر کدام $\frac{3}{8}Q$ می‌شود. سپس وقتی کره C را با کره B تماس می‌دهیم، بار هر کدام به صورت روبه‌رو به دست می‌آید:

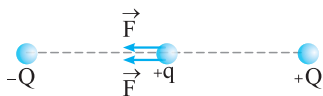
$$q'_B = \frac{\frac{3}{2}Q + \frac{3}{8}Q}{2} = \frac{15}{16}Q$$

به این ترتیب نیروی کولنی بین دو کره A و B بعد از این اتفاق‌ها نسبت به قبل به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q'_A q'_B}{q_A q_B} \times \left(\frac{r'}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{\frac{3}{8}Q \times \frac{15}{16}Q}{\frac{3}{4}Q \times \frac{3}{2}Q} = \frac{5}{16}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۵۷

با توجه به این که فاصله +Q و -Q از بار q برابر d است، بنابراین دو نیروی F مطابق شکل به بار q وارد می‌شود.



با توجه به هم‌جهت بودن نیروها، برآیند برابر $2F$ می‌باشد.

۴ ۳ ۲ ۱ ۴۹

اگر نصف q_1 را برداریم بار جدید آن $1\mu\text{C}$ می‌شود و اگر $1\mu\text{C}$ بار q_2 به q_1 منتقل کنیم، به دلیل ناهم‌نام بودن، مقدار بار جدید q_2 نیز برابر $-1\mu\text{C}$ می‌شود.

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = 2\mu\text{C} \\ q_2 = -2\mu\text{C} \end{array} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} q'_1 = 1\mu\text{C} \\ q'_2 = -1\mu\text{C} \end{array} \right. \right.$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1| \times |q'_2|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{1 \times 1}{2 \times 2} \times \left(\frac{r}{r}\right)^2 = \frac{1}{4} \times 4 = 1$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۵۰

اگر دو بار هم‌نام داشته باشیم که مجموع بار آن‌ها ثابت باشد، نیروی الکتريکی بین آن‌ها زمانی بیشینه است که اندازه بار آن‌ها برابر باشد. در این تست مجموع دو بار $3q_1$ است. حال اگر هر کدام از بارها $\frac{3}{2}q_1$ باشند، نیروی الکتريکی بین آن‌ها بیشینه می‌شود.

$$\text{درصد تغییرات } q_2 = \frac{\Delta q_2}{q_2} \times 100 = \frac{\frac{3}{2}q_1 - 2q_1}{2q_1} \times 100 = -25\%$$

به عبارت دیگر باید ۲۵ درصد از بار q_2 را کم کرده و همان مقدار را به q_1 اضافه کنیم تا نیروی الکتريکی آن‌ها بیشینه شود.

۴ ۳ ۲ ۱ ۵۱

بعد از اتصال دو کره با هم، بار هر کدام از آن‌ها به صورت زیر خواهد شد:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{+1 - 9}{2} = -4\mu\text{C}$$

حالا می‌توانیم نسبت نیروها را به دست آوریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{r'=2r} \frac{F'}{F} = \frac{4 \times 4}{1 \times 9} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۵۲

در حالت اول بار گلوله‌ها مخالف هم می‌باشد:

$$F = \frac{k|q_1 q_2|}{r^2} \Rightarrow 4 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1 q_2| \times 10^{-12}}{(0.3)^2}$$

$$\Rightarrow 4 = 10^{-1} \times |q_1 q_2| \Rightarrow |q_1 q_2| = 40$$

طبق گزینه‌ها فقط در گزینه (۲) حاصل ضرب بارها 40 می‌شود.

توجه می‌توانید بدون توجه به گزینه‌ها، معادله تشکیل داده و بارها را به دست آورید:

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2} \Rightarrow 3 = \frac{q_1 + q_2}{2} \Rightarrow q_1 + q_2 = 6$$

$$q_1 q_2 = -40 \Rightarrow q^2 - 6q - 40 = 0 \Rightarrow (q - 10)(q + 4) = 0$$

$$q = +10\mu\text{C}, q = -4\mu\text{C}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۵۳

اگر کره‌ها را با هم تماس دهیم، بار جدید کره‌ها از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{5 + 15}{2} = 10\mu\text{C}$$

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}, \text{ یکسان } r \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1 q'_2|}{|q_1 q_2|} = \frac{10 \times 10}{5 \times 15} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{4}{3}$$

F' به اندازه $\frac{1}{3}$ یا تقریباً ۳۳ درصد افزایش یافته است.

حال با توجه به هم‌اندازه بودن برابری نیروهای وارد بر q_2 و q_1 می‌توان نوشت:

$$F_{32} - F_{12} = F_{21} - F_{11} \Rightarrow F_{32} + F_{31} = 2F_{12}$$

$$\Rightarrow \frac{k|q_3||q_2|}{4d^2} + \frac{k|q_3||q_1|}{9d^2} = 2 \times \frac{k|q_1||q_2|}{d^2}$$

دقت کنید $|q_2| = |q_1|$ و ساده کردن دو طرف

$$\frac{q_3}{4} + \frac{q_3}{9} = \frac{2q_1}{1} \Rightarrow \frac{13q_3}{36} = \frac{2q_1}{1} \Rightarrow \frac{q_3}{q_1} = \frac{72}{13}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۶۲

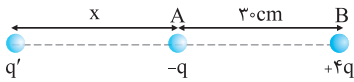
با توجه به این‌که مورد سؤال است، تعادل بار q_1 را بررسی کنید. q_1 خارج فاصله q_2 و q_3 است. بنابراین q_2 و q_3 ناهم‌نام هستند. (گزینه‌های (۱) و (۳))

$$F_{21} = F_{31} \Rightarrow k \frac{|q_2||q_1|}{20^2} = k \frac{|q_3||q_1|}{30^2} \Rightarrow \frac{|q_2|}{20^2} = \frac{|q_3|}{30^2}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{q_2}{q_3} \right| = \left(\frac{20}{30} \right)^2 = \frac{4}{9}, \text{ ناهم نام} \Rightarrow \frac{q_3}{q_2} = -\frac{9}{4}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۶۳

دو بار، ناهم‌نام هستند. بنابراین بار سوم را باید خارج دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار دهیم:



$$F_A = F_B \Rightarrow k \frac{|q_A||q'|}{x^2} = k \frac{|q_B||q'|}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{|q_A|}{x^2} = \frac{|q_B|}{(30+x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{q}{x^2} = \frac{4q}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{30+x} \Rightarrow 2x = 30+x$$

$$\Rightarrow x = 30 \text{ cm} \Rightarrow$$

بنابراین طبق شکل بالا باید q' را در فاصله 60 سانتی‌متری Q قرار دهیم.

۴ ۳ ۲ ۱ ۶۴

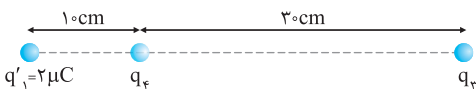
برای این‌که برابری نیروهای وارد بر بار $4q$ صفر شود، باید دو نیروی وارد بر بار، برابر و در خلاف جهت هم باشند.

$$F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{|q| \times |4q|}{(2d)^2} = k \times \frac{|Q| \times |4q|}{d^2} \Rightarrow \frac{q}{4d^2} = \frac{Q}{d^2}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{4}q$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۶۵

بارهای q_1 و q_2 هم‌نام هستند. بنابراین اثر آن‌ها روی q_4 را می‌توان با بار $2\mu\text{C}$ در محل q_1 جایگزین کرد:

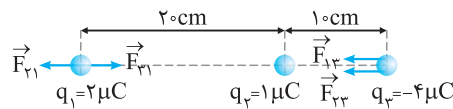


طبق شکل بالا بار q_4 بین q_1 و q_2 قرار دارد. بنابراین q_3 با q_1 هم‌نام است یعنی q_3 مثبت می‌شود.

$$F_{14} = F_{34} \Rightarrow \frac{k|q_1||q_4|}{10^2} = \frac{k|q_3||q_4|}{30^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{10^2} = \frac{q_3}{30^2} \Rightarrow q_3 = 18\mu\text{C}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۵۸



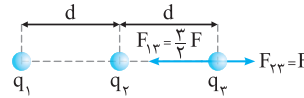
نیروهای وارد بر بارهای q_1 و q_2 مطابق شکل است. از آنجایی که نسبت نیروها خواسته شده است، لازم نیست تک‌تک نیروها را دقیق پیدا کنیم. بنابراین به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{|\sum \vec{F}_2|}{|\sum \vec{F}_1|} = \frac{|F_{12} + F_{32}|}{|F_{21} - F_{31}|}$$

در محاسبات نگران تبدیل یکان نباشید فقط کافی است یک‌ها یکسان باشند.

$$\frac{|\sum \vec{F}_2|}{|\sum \vec{F}_1|} = \frac{\frac{k \times 2 \times 4}{900} + \frac{k \times 1 \times 4}{100}}{\left| \frac{k \times 2 \times 1}{400} - \frac{k \times 2 \times 4}{900} \right|} = \frac{\frac{8+36}{900}}{\left| \frac{18-32}{3600} \right|} = \frac{44}{\frac{14}{36}} = \frac{88}{7}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۵۹



مطابق شکل، وقتی $F_{23} = F$ به سمت راست باشد (به خاطر دافعه بودن)، برای این‌که برابری نیروهای وارد بر بار q_3 به سمت چپ بیفتد، باید $F_{13} = \frac{2}{3}F$ به سمت چپ باشد، حالا با توجه به قانون کولن می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{|q_2||q_3|}{|q_1||q_3|} \times \left(\frac{2d}{d} \right)^2 \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times 4 \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = 6$$

از آنجایی که نیروی بین q_1 و q_2 جاذبه است، پس q_1 و q_2 ناهم‌نام‌اند. از طرفی q_2 و q_3 یکدیگر را می‌رانند، پس q_2 و q_3 هم‌نام‌اند، نتیجه می‌گیریم q_1 و q_2 نیز ناهم‌نام‌اند. بنابراین:

۴ ۳ ۲ ۱ ۶۰

از آنجایی که با خنثی کردن بار q_3 ، جهت نیرو تغییر می‌کند، مشخص است که قبل از خنثی کردن بار q_3 ، نیروهای وارد بر بار q_2 (یعنی \vec{F}_{12} و \vec{F}_{32}) در خلاف جهت هم بودند. از طرفی با توجه به فرض سؤال $F_{12} = 10\text{N}$ است. بنابراین:

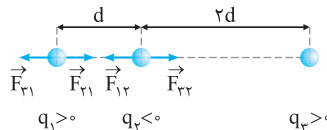
$$|\vec{F}_2| = |\vec{F}_{22} - \vec{F}_{12}| \Rightarrow 30 = F_{22} - 10 \Rightarrow F_{22} = 40\text{N}$$

حالا می‌توانیم نسبت دو نیرو را نوشته و نسبت بارها را پیدا کنیم:

$$\frac{F_{22}}{F_{12}} = \frac{|q_2||q_2|}{|q_1||q_2|} \times \left(\frac{2d}{d} \right)^2 \Rightarrow \frac{40}{10} = \frac{|q_2|}{|q_1|} \times 4 \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = 1$$

با توجه به این‌که نیروی وارد بر بار q_2 از طرف q_1 و q_3 در خلاف هم است و $\frac{q_2}{q_1} = 1$ بین q_1 و q_3 قرار دارد، باید q_1 و q_3 هم‌نام باشند. به همین دلیل:

۴ ۳ ۲ ۱ ۶۱



نیروهای وارد بر بارهای q_1 و q_2 مطابق شکل است. با توجه به هم‌اندازه بودن بارهای q_1 و q_2 و این‌که q_3 به q_2 نزدیک‌تر است، قطعاً $|\vec{F}_{23}| > |\vec{F}_{31}|$ است. از طرفی طبق قانون سوم نیوتون $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}|$ است.

۶۶

ابتدا فرض کنید q_2 در حالت تعادل است:

$$F_{12} = F_{22} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_2|}{x^2} = k \frac{|q_3||q_2|}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_3|}{(d-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(d-x)^2} \Rightarrow 2x = d-x \Rightarrow 3x = d$$

حال فرض کنید q_3 در حالت تعادل است. q_3 خارج فاصله q_1 و q_2 است. بنابراین q_1 و q_2 مثبت است، بنابراین q_3 منفی است. (گزینه‌های (۱) و (۳))

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{d^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{d^2} = \frac{|q_2|}{(d-x)^2}$$

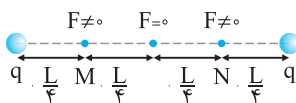
$$\Rightarrow \frac{2}{(3x)^2} = \frac{|q_2|}{(2x)^2} \Rightarrow \frac{2}{9x^2} = \frac{|q_2|}{4x^2} \Rightarrow |q_2| = \frac{8}{9} \Rightarrow q_2 = -\frac{8}{9} \mu C$$

۶۷

علامت و مقدار بار در حالت تعادل تأثیری ندارد. بنابراین هر مقدار باری را می‌توان در نقطه M قرار داد.

۶۸

در این‌گونه سؤال‌ها ابتدا باید نقاط خاص را پیدا کنیم. با توجه به هم‌نام و هم‌اندازه بودن بارها، اگر بار سوم درست در وسط این دو بار قرار بگیرد، برابری نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین اگر در شکل زیر بار سوم را از M تا N جابه‌جا کنیم، نیروی وارد بر آن ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

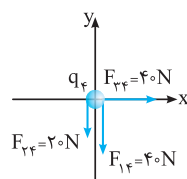


۶۹

با کمی دقت متوجه می‌شویم که فاصله هر سه بار تا بار q_4 به یک اندازه است. بنابراین اندازه نیروها با اندازه بارها رابطه مستقیم دارد. پس فقط کافی است یکی از نیروها را به دست آوریم.

$$F_{24} = F_{14} = k \frac{|q_1||q_4|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 40 N$$

$$F_{24} = \frac{1}{2} F_{34} = 20 N$$



با توجه به جهت نیروهای وارد بر بار q_4 که آن را در مبدأ مختصات قرار داده‌ایم، نیروی خالص وارد بر این بار به صورت زیر به دست می‌آید:

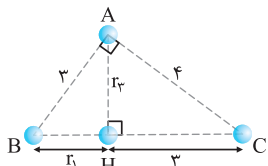
$$\vec{F} = 40\hat{i} - 60\hat{j}$$

۷۰

از آن جایی که فاصله تمام بارها تا بار q_5 به اندازه شعاع دایره است و از طرفی اندازه تمام بارها یکسان است، پس همگی به بار q_5 نیروی یک نیوتون وارد می‌کنند. جهت این نیروها با توجه به علامت بارها روی شکل کشیده شده است. بر اساس این شکل، نیروی خالص وارد بر بار q_5 به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\vec{F} = 2\hat{i} - 2\hat{j}$$

۷۱



ابتدا باید فاصله بارها را تا q_4 پیدا کنیم. در مثلث ABC می‌توان نوشت:

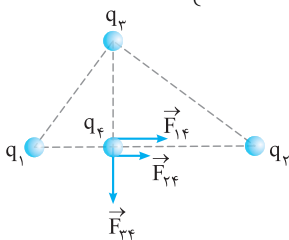
$$(3+r_1)^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow r_1 = 2 \text{ cm}$$

در مثلث ABH می‌توان نوشت:

$$3^2 = r_1^2 + r_2^2 \Rightarrow 9 = 4 + r_2^2 \Rightarrow r_2 = \sqrt{5} \text{ cm}$$

حالا می‌توانیم نیروهای وارد بر q_4 را جداگانه پیدا کنیم:

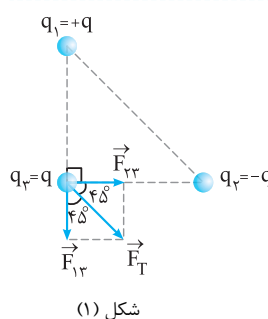
$$F = k \frac{|q||q'|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_{14} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-10} \times 1 \times 10^{-10}}{4 \times 10^{-4}} = 9 \times 10^{-7} \text{ N} \\ F_{24} = \frac{9 \times 10^9 \times 6 \times 10^{-10} \times 1 \times 10^{-10}}{9 \times 10^{-4}} = 6 \times 10^{-7} \text{ N} \\ F_{34} = \frac{9 \times 10^9 \times 5 \times 10^{-10} \times 1 \times 10^{-10}}{5 \times 10^{-4}} = 9 \times 10^{-7} \text{ N} \end{cases}$$



با توجه به علامت بارها، جهت این نیروها مطابق شکل مقابل است. اگر q_4 را در مبدأ مختصات در نظر بگیریم، نیروی خالص وارد بر آن به صورت زیر می‌شود:

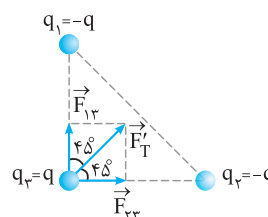
$$\vec{F} = (F_{14} + F_{34})\hat{i} - F_{24}\hat{j} \Rightarrow \vec{F} = 10^{-7}(15\hat{i} - 9\hat{j})$$

۷۲



شکل (۱)

$$F_T = \sqrt{F^y + F^x} = \sqrt{2} F$$

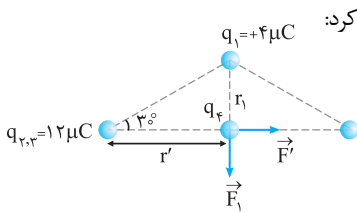


شکل (۲)

حال اگر مطابق شکل (۲)، q_1 قرینه شود، فقط جهت نیروی \vec{F}_{13} قرینه می‌شود. همان‌طور که در شکل می‌بینید، باز هم زاویه نیروهایی که \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} به q_3 وارد می‌کنند، 90° بوده و نیروی کل در این حالت نیز مانند قبل $\sqrt{2} F$ خواهد شد.

$$F'_T = \sqrt{F^y + F^x} = \sqrt{2} F \Rightarrow F'_T = F_T$$

روش دوم: بارهای q_1 و q_2 نامهم‌نام هستند و فاصله آن‌ها از نقطه O برابر می‌باشد، بنابراین می‌توان این دو بار را با بار $+12\mu\text{C}$ در محل q_3 یا بار $-12\mu\text{C}$ در محل q_2 جایگزین کرد:

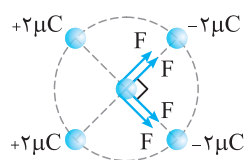


$$\begin{cases} \cos 30^\circ = \frac{r'}{r} \Rightarrow r' = 2\sqrt{3} \text{ cm} \\ \sin 30^\circ = \frac{r_1}{r} \Rightarrow r_1 = 2 \text{ cm} \end{cases}$$

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F' = 9 \times 10^9 \times \frac{12 \times 10^{-12}}{(2\sqrt{3})^2 \times 10^{-4}} = 90 \text{ N} \\ F_1 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-12}}{2^2 \times 10^{-4}} = 90 \text{ N} \end{cases}$$

$$F_T = 2F \cos\left(\frac{90^\circ}{2}\right) = 2 \times 90 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 90\sqrt{2} \text{ N}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۷۶



فقط نیروی حاصل از چهار بار نشان داده شده در شکل باقی می‌ماند و بقیه نیروها دوه‌دو خنثی می‌شوند. زیرا برای بقیه بارها، یک بار مشابه در روبه‌رو قرار دارد و برابند نیروهای آن‌ها بر بار مرکز صفر می‌شود.

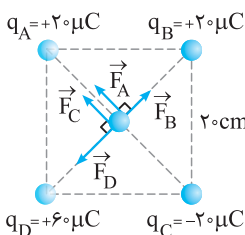
اگر اندازه نیروی هر یک از بارها را بر بار مرکزی، F بنامیم. در نهایت دو نیروی $2F$ داریم که بر هم عمودند.

$$F_T = \sqrt{(2F)^2 + (2F)^2} = 2F\sqrt{1+1} = 2\sqrt{2}F$$

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{(0.3)^2} = 12 \text{ N}$$

$$\Rightarrow F_T = 24\sqrt{2} \text{ N}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۷۷



روش اول: با توجه به این‌که فاصله هر چهار بار تا وسط مربع به یک اندازه است، نیروی الکتریکی هر بار به بار وسط با اندازه آن بارها رابطه مستقیم دارد. به همین علت فقط کافی است یک نیرو را حساب کنیم.

$$\text{مربع} = \text{نصف قطر مربع} = \text{فاصله هر بار تا وسط مربع} = \frac{1}{2} a\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$F_C = F_A = F_B = k \frac{|q_B||q_C|}{r^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{20 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{(10\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

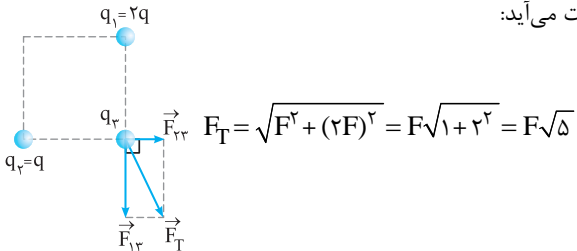
$$F_D = 2F_B \Rightarrow F_D = 270 \text{ N}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۷۳

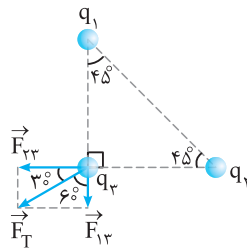
فاصله بارهای q_1 و q_2 تا بار q_3 یکسان است. با توجه به قانون کولن می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{13}}{F_{23}} = \frac{|q_1||q_3|}{|q_2||q_3|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_{13}}{F_{23}} = \frac{2q}{q} \Rightarrow F_{13} = 2F_{23}$$

\vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} بر هم عمودند. برای مثال اگر q_3 هم‌نام با آن‌ها فرض شود، نیروها مطابق شکل زیر خواهند شد، بنابراین برابند آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:



۴ ۳ ۲ ۱ ۷۴



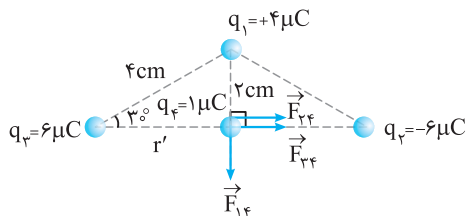
\vec{F}_T ، برابند دو نیروی \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} نشان داده شده در شکل است. از آنجایی که بارهای q_1 و q_2 ، هر دو q_3 را دفع کرده‌اند، پس q_1 و q_2 هم‌نام‌اند.

با توجه به برابر بودن دو زاویه 45° در شکل، این مثلث متساوی‌الساقین بوده و فاصله q_1 تا q_2 با q_3 یکسان است. از طرفی \vec{F}_T با \vec{F}_{13} زاویه کوچک‌تری ساخته و در نتیجه $F_{23} > F_{13}$ و بنابراین $|q_2| > |q_1|$ است.

۴ ۳ ۲ ۱ ۷۵

روش اول: در شکل زیر، با توجه به این‌که ضلع روبه‌روی زاویه 30° در مثلث قائم‌الزاویه نصف وتر است، فاصله q_1 تا q_2 برابر 2 cm خواهد شد. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه می‌توان نوشت:

$$4^2 = r'^2 + 2^2 \Rightarrow r'^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow r' = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$



حالا می‌توانیم نیروها را به دست آوریم:

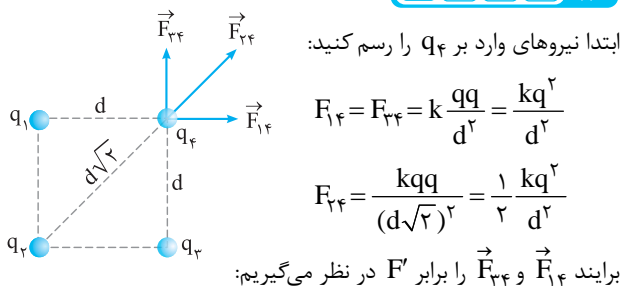
$$F_{23} = F_{32} = k \frac{|q_2||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{6 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(2\sqrt{3} \times 10^{-2})^2} = 45 \text{ N}$$

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

با توجه به شکل، نیروی خالص وارد بر بار q_3 به صورت زیر خواهد شد:

$$|F| = \sqrt{90^2 + 45^2} = 90\sqrt{1+1} = 90\sqrt{2} \text{ N}$$

۸۰



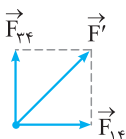
ابتدا نیروهای وارد بر q_f را رسم کنید:

$$F_{1f} = F_{2f} = k \frac{q_f q_f}{d^2} = \frac{kq^2}{d^2}$$

$$F_{2f} = \frac{kq_f q_f}{(d\sqrt{2})^2} = \frac{1}{2} \frac{kq^2}{d^2}$$

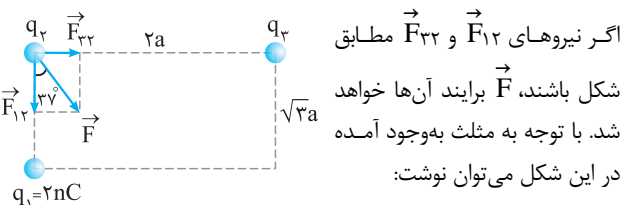
برایند \vec{F}_{1f} و \vec{F}_{2f} را برابر F' در نظر می‌گیریم:

$$F' = \sqrt{F_{1f}^2 + F_{2f}^2} \quad F_{1f} = F_{2f} \rightarrow F' = F_{1f} \sqrt{1+1} = F_{1f} \sqrt{2}$$



$$\Rightarrow F_T = F' + F_{2f} = \sqrt{2} \times \frac{kq^2}{d^2} + \frac{1}{2} \frac{kq^2}{d^2} = \frac{kq^2}{2d^2} (\sqrt{2} + 1)$$

۸۱



اگر نیروهای \vec{F}_{12} و \vec{F}_{13} مطابق شکل باشند، \vec{F} برایند آنها خواهد شد. با توجه به مثلث به وجود آمده در این شکل می‌توان نوشت:

$$\tan 37^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو به } 37^\circ}{\text{ضلع مجاور به } 37^\circ} = \frac{F_{22}}{F_{12}} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{F_{22}}{F_{12}}$$

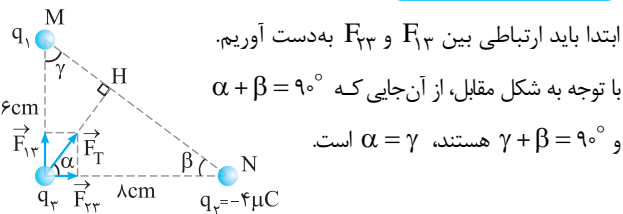
حالا با استفاده از قانون کولن می‌توان نوشت:

$$\frac{F_{22}}{F_{12}} = \frac{|q_2| |q_2|}{|q_1| |q_2|} \times \left(\frac{r_{12}}{r_{22}}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{|q_2|}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}a}{2a}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{|q_2|}{2} \times \frac{3}{4} \Rightarrow |q_2| = 2nC$$

با توجه به شکل و جهت نیروها باید $q_2 = 2nC$ و q_3 هم نام باشند.

۸۲



ابتدا باید ارتباطی بین F_{23} و F_{13} به دست آوریم.

با توجه به شکل متقابل، از آنجایی که $\alpha + \beta = 90^\circ$ و $\gamma + \beta = 90^\circ$ هستند، $\alpha = \gamma$ است.

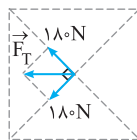
$$\frac{F_{23}}{F_{13}} = \tan \alpha = \tan \gamma \frac{\text{ضلع روبه‌رو به زاویه } \gamma}{\text{ضلع مجاور به زاویه } \gamma} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

از طرفی:

$$\frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{|q_1| |q_2|}{|q_1| |q_3|} \times \left(\frac{r_{23}}{r_{13}}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{|q_2|}{4} \times \left(\frac{8}{6}\right)^2$$

$$\Rightarrow |q_2| = 3\mu C$$

با توجه به شکل، q_1 نیز باید منفی باشد، بنابراین $q_1 = -3\mu C$ است.



با توجه به جهت نیروها در شکل اول، اگر در هر قطر برآیند نیروها را به‌دست آوریم، دو نیروی $180N$ می‌ماند که بر هم عمودند، بنابراین نیروی خالص وارد بر بار مرکزی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F_T = \sqrt{(180)^2 + (180)^2} = 180\sqrt{1+1} = 180\sqrt{2} N$$

روش دوم: جهت سادگی به جای q_C و q_A باری به اندازه $+4\mu C$ در محل A قرار می‌دهیم و به جای q_D و q_B بار $+4\mu C$ را در محل D قرار می‌دهیم:

$$q_1 = +4\mu C$$

$$F_1 = F_2 \Rightarrow F_T = 2F_1 \cos\left(\frac{90^\circ}{2}\right) = \sqrt{2} F_1$$

$$F_1 = \frac{kq_1 q_1}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{(2\sqrt{2})^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 4 \times 10^{-1}}{200 \times 10^{-4}}$$

$$= 180 N \Rightarrow F_T = 180\sqrt{2} N$$

اگر هر ضلع مربع a باشد، قطر $a\sqrt{2}$ می‌شود و نصف قطر $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ می‌شود.

۷۸

فاصله هر کدام از بارها تا بار q_3 به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$r = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{1+1} = a\sqrt{2}$$

نیرویی که هر کدام از بارهای q_1 و q_2 به q_3 وارد می‌کنند، هم‌اندازه است.

$$F_{13} = F_{23} = k \frac{|q_2| |q_3|}{r^2} = \frac{kq^2}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{kq^2}{2a^2}$$

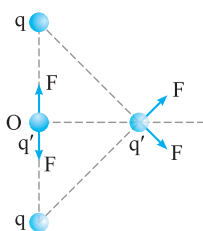
با توجه به شکل، \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} بر هم عمودند. بنابراین نیروی خالص وارد بر q_3 به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} \quad F_{13} = F_{23} \rightarrow F_T = F_{13} \sqrt{1+1} = F_{13} \sqrt{2}$$

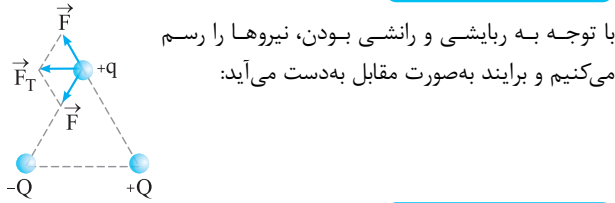
$$\Rightarrow F_T = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{kq^2}{a^2} \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rightarrow F_T = \frac{\sqrt{2}}{8\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{a^2}$$

۷۹

مطابق شکل، در نقطه O، به بار q' دو نیروی هم‌اندازه و خلاف جهت هم وارد می‌شود، به همین دلیل نیروی خالص وارد بر بار q' در این نقطه صفر است. با حرکت دادن بار q' ، دیگر دو نیروی هم‌اندازه دقیقاً در خلاف هم نیستند و یکدیگر را خنثی نمی‌کنند. به همین علت نیروی خالص وارد بر q' غیر صفر شده و به عبارت دیگر نسبت به حالت اول افزایش می‌یابد. اگر بار q' به بی‌نهایت برود، به علت این‌که نیروی الکتریکی با r^2 رابطه عکس دارد، دیگر هیچ‌کدام از بارها به q' نیرویی وارد نمی‌کنند و باز هم نیروی وارد بر بار q' صفر می‌شود. بنابراین از O تا بی‌نهایت، نیروی خالص وارد بر q' ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

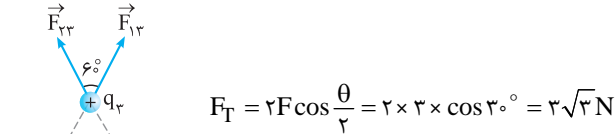


۴ ۳ ۲ ۱ ۸۶

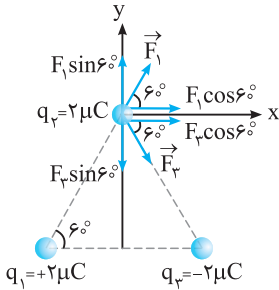


۴ ۳ ۲ ۱ ۸۷

$$F_{13} = F_{23} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-12} \times 10^{-12}}{(30)^2 \times 10^{-4}} = \frac{27 \times 10^{-2}}{9 \times 10^{-2}} = 3 \text{ N}$$



۴ ۳ ۲ ۱ ۸۸

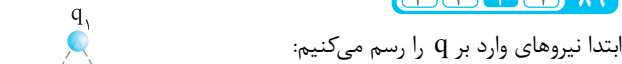


نیروهای وارد بر بار q_r مطابق شکل است. چون فاصله بارهای q_1 و q_2 تا q_r یکسان و اندازه بارها نیز یکسان است، به همین علت اندازه نیروها نیز یکسان است. بنابراین $F_1 \sin 60^\circ$ و $F_2 \sin 60^\circ$ یکدیگر را از بین می‌برند. با توجه به نیروهای باقی‌مانده، نیروی خالص وارد بر بار q_r به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_1 = F_2 = k \frac{|q_r||q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-4}} = 10 \text{ N}$$

$$F_T = (2 \times F_1 \cos 60^\circ) \hat{i} \Rightarrow F_T = 10 \hat{i}$$

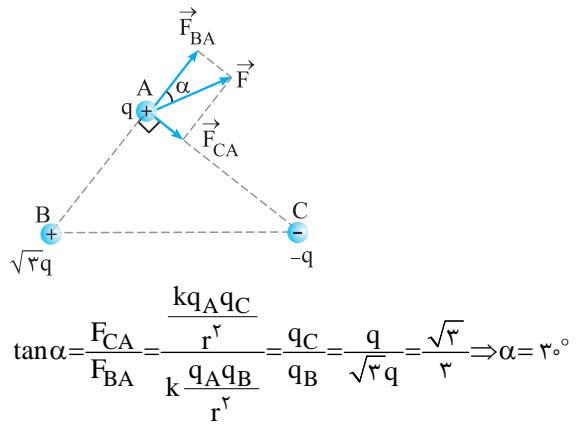
۴ ۳ ۲ ۱ ۸۹



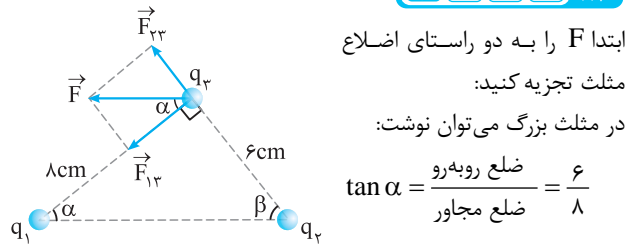
$$\begin{cases} F_r = \frac{kq_r q}{r^2} \\ F_1 = \frac{kq_1 q}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_r}{F_1} = \frac{q_r}{q_1} \Rightarrow \frac{5}{F_1} = \frac{5}{3} \Rightarrow F_1 = 3 \text{ N}$$

$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_r^2 + 2F_1 F_r \cos 60^\circ} = \sqrt{3^2 + 5^2 + 2 \times 3 \times 5 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{9 + 25 + 15} \Rightarrow F_T = \sqrt{49} = 7 \text{ N}$$

۴ ۳ ۲ ۱ ۸۳



۴ ۳ ۲ ۱ ۸۴



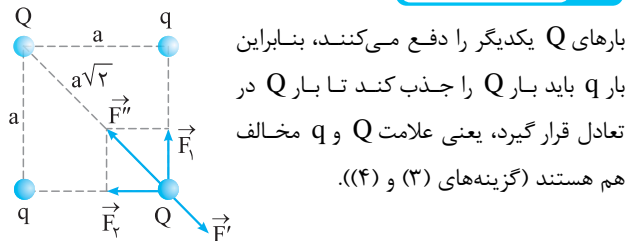
در مثلث روبه‌رو می‌توان نوشت:

$$\tan \alpha = \frac{F_{r2}}{F_{r1}} \Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{k|q_r||q_3|}{k|q_1||q_3|} \Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{|q_r| \times 8^2}{|q_1| \times 6^2}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{8} = \frac{|q_r| \times 64}{4 \times 36} \Rightarrow \frac{3}{4} = |q_r| \times \frac{4}{9} \Rightarrow |q_r| = \frac{3 \times 9}{4 \times 4} = \frac{27}{16} \mu\text{C}$$

با توجه به جهت نیروی F_{r2} ، بار q_r مثبت است.

۴ ۳ ۲ ۱ ۸۵



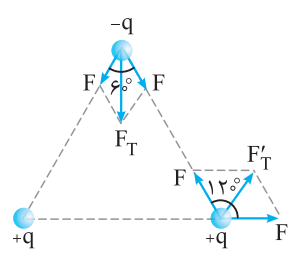
با توجه به $F_1 = F_2 = F$ است و اگر برآیند آن‌ها را F'' بنامیم و نیرویی را که بارهای Q به یکدیگر وارد می‌کنند F' بنامیم، آن‌گاه برای تعادل بار Q باید رابطه $F'' = F'$ برقرار باشد:

$$F'' = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = F\sqrt{2}$$

$$F'' = F' \Rightarrow \sqrt{2} \times k \frac{|q||Q|}{a^2} = k \frac{|Q||Q|}{(a\sqrt{2})^2} \Rightarrow \sqrt{2} \frac{|q|}{a^2} = \frac{|Q|}{2a^2}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = 2\sqrt{2} \xrightarrow{\text{با توجه به ناهم‌نام بودن } Q \text{ و } q} \frac{Q}{q} = -2\sqrt{2}$$

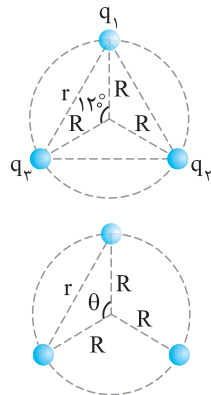
۹۰



با توجه به یکسان بودن بارها و فاصله‌ها، نیروهای وارد بر هر یک از بارها از طرف هر کدام از بارهای دیگر برابر می‌باشند، ولی زاویه بین بارها طبق شکل روبه‌رو برابر نیستند:

$$\begin{cases} F_T = 2F \cos\left(\frac{60^\circ}{2}\right) \\ F_T' = 2F \cos\left(\frac{120^\circ}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \frac{F_T}{F_T'} = \frac{\cos 30^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

۹۱



در حالت کلی اگر بخواهیم فاصله نقاط روی محیط دایره را از روی شعاع دایره به دست آوریم، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

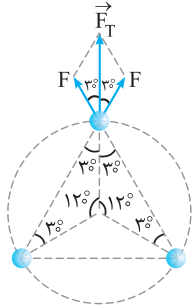
$$r = 2R \sin \frac{\theta}{2}$$

در این سؤال $R = 2\text{cm}$ و $\theta = 120^\circ$ است. بنابراین:

$$r = 2 \times 2 \times \sin 60^\circ \xrightarrow{\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}} r = 2\sqrt{3}\text{cm}$$

حالا می‌توانیم اندازه نیرویی که هر یک از بارها به بار مجاور وارد می‌کند، به دست آوریم:

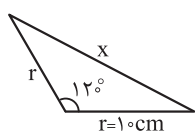
$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(2\sqrt{3} \times 10^{-2})^2} = 120\text{N}$$



مطابق شکل، نیروهای وارد بر یکی از بارها از طرف دو بار دیگر هم‌اندازه است و با هم زاویه 60° می‌سازند. بنابراین برآیند آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$F_T = 2F \cos 30^\circ = 2 \times 120 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 120\sqrt{3}\text{N}$$

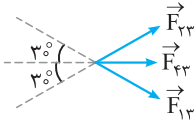
۹۲



فاصله بارهای q_1 و q_2 از بار q_3 طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$x = 2r \sin \frac{\theta}{2} = 2 \times 10 \times \sin 60^\circ = 10\sqrt{3}\text{cm}$$

اگر برآیند F_{23} و F_{13} را برابر F' در نظر بگیریم، خواهیم داشت:



$$F' = 2F_{13} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2 \times F_{13} \cos 30^\circ = \sqrt{3}F_{13}$$

$$F' = \sqrt{3} \times \frac{k|q_1||q_2|}{x^2} = \sqrt{3} \times \frac{9 \times 10^9 \times 2\sqrt{3} \times 3 \times 10^{-12}}{(10\sqrt{3})^2 \times 10^{-4}}$$

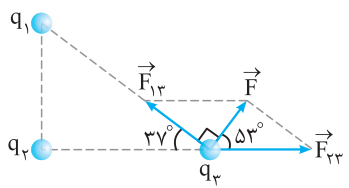
$$= \frac{9 \times 2 \times 3 \times 3 \times 10^9 \times 10^{-12}}{300 \times 10^{-4}} = 54 \times 10^{-1} = 5.4\text{N}$$

$$F_T = F' + F_{23} \Rightarrow 8.1 = 5.4 + F_{23} \Rightarrow F_{23} = 2.7\text{N}$$

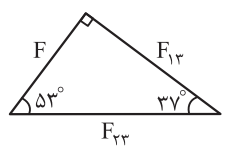
$$F_{23} = \frac{k|q_2||q_3|}{r^2} \Rightarrow 2.7 = \frac{9 \times 10^9 \times q_2 \times 3 \times 10^{-6}}{(0.1)^2}$$

$$\Rightarrow 2.7 = 27 \times 10^5 \times q_2 \Rightarrow q_2 = 10^{-6}\text{C} = 1\mu\text{C}$$

۹۳



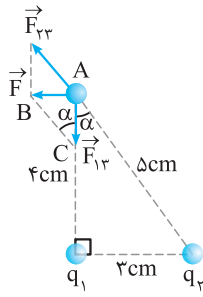
مطابق شکل، \vec{F} باید وتر یک متوازی‌الاضلاع باشد که اضلاع آن \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} هستند. با توجه به مثلث قائم‌الزاویه ایجادشده در پایین شکل سمت راست، که شکل آن برای درک بهتر دوباره رسم شده است، می‌توانیم نسبت نیروها را به دست آوریم:



$$\sin 53^\circ = \frac{\text{ضلع روبه‌رو به زاویه } 53^\circ}{\text{وتر}} \Rightarrow 0.8 = \frac{F_{13}}{F_{23}}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

۹۴



ابتدا نیروی F را تجزیه می‌کنیم:

در مثلث ABC رابطه بین F_{23} و F_{13} را مشخص می‌کنیم.

$$\cos \alpha = \frac{F_{23}}{F_{13}} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{k|q_1||q_3|}{k|q_2||q_3|} \Rightarrow \frac{4}{5} = \left| \frac{q_1}{q_2} \right| \times \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = \frac{4 \times 16}{5 \times 25} = \frac{64}{125}$$

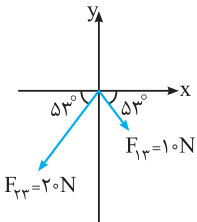
طبق شکل، q_1 ، q_2 را جذب کرده و q_3 را دفع کرده است. بنابراین q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند.

$$\frac{q_1}{q_2} = -\frac{64}{125}$$

روش اول: چون فاصله بار q_2 تا بار q_3 هم اندازه فاصله بار q_1 تا q_2 ولی اندازه q_2 دو برابر q_1 است، بنابراین نیرویی که q_2 بر q_3 وارد می‌کند، دو برابر نیروی q_1 بر q_3 بوده و 20N است. به عبارت دیگر:

$$\frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{|q_2||q_3|}{|q_1||q_3|} \times \left(\frac{r}{r}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_{23}}{F_{13}} = \frac{2q_1}{q_1} \Rightarrow F_{23} = 20\text{N}$$

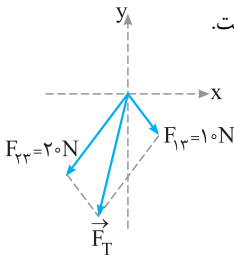
از طرفی، q_3 ، q_1 را جذب و q_3 ، q_2 را دفع می‌کند. بنابراین اگر مبدأ مختصات در نظر بگیریم، نیروهای وارد بر q_3 مطابق شکل است.



ابتدا هر یک از این نیروها را بر حسب بردارهای یک‌ه می‌نویسیم و سپس برابند آن‌ها را به دست می‌آوریم.

$$\begin{aligned} \vec{F}_{13} &= (F_{13} \times \cos 53^\circ)\vec{i} - (F_{13} \times \sin 53^\circ)\vec{j} = 6\vec{i} - 8\vec{j} \\ \vec{F}_{23} &= -(F_{23} \times \cos 53^\circ)\vec{i} - (F_{23} \times \sin 53^\circ)\vec{j} = -12\vec{i} - 16\vec{j} \\ \vec{F}_T &= \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -6\vec{i} - 24\vec{j} \end{aligned}$$

روش دوم: بدون حل تحلیلی این سؤال می‌توانستیم گزینه درست را حدس بزنیم. اگر به شکل زیر دقت کنید، از آن جایی که زاویه هر دو نیرو با محور y ها 37° و $F_{23} > F_{13}$ است، پس برابند این دو نیرو باید به F_{23} نزدیک‌تر بوده و در ربع سوم است. به همین علت هم $\vec{1}$ و هم \vec{j} آن باید منفی باشد که تنها در گزینه (۱) این شرایط است.



علامت و مقدار بار در حال تعادل اهمیت ندارد. جهت رسم شکل فرض کنید بار q_4 مثبت است.

$$F_{14} = F_{24} = k \frac{|q_1||q_4|}{r^2}$$

$$F_{1,3} = 2F_{14} \cos\left(\frac{74^\circ}{2}\right) = 2F_{14} \times 0.8 = 1.6F_{14}$$

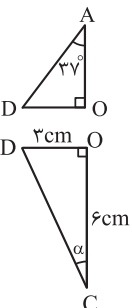
$$\vec{F}_T = 0 \Rightarrow F_{24} = F_{1,3} \Rightarrow k \frac{q_2 q_4}{(AC)^2} = 1.6 \times k \frac{q_1 q_4}{(DA)^2}$$

$$\cos 37^\circ = \frac{OA}{DA} \Rightarrow 0.8 = \frac{4}{DA} \Rightarrow DA = 5\text{cm}$$

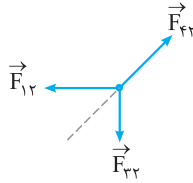
$$\Rightarrow \frac{64}{(AC)^2} = \frac{1.6 \times 10}{5^2} \Rightarrow \frac{64}{(AC)^2} = \frac{16}{25}$$

$$\Rightarrow AC = \frac{4 \times 5}{4} = 5\text{cm} \xrightarrow{OA=4\text{cm}} CO = 6\text{cm}$$

$$\tan \alpha = \frac{OD}{OC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$



ابتدا نیروهای وارد بر q_2 را رسم می‌کنیم:

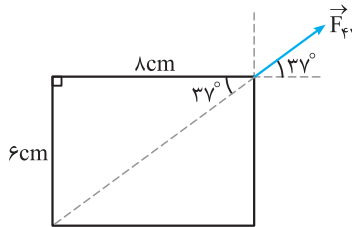


$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F_{12} = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 8 \times 10^{-12}}{8^2 \times 10^{-4}} = 9 \times 10 = 90\text{N}$$

$$F_{23} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 8 \times 10^{-12}}{6^2 \times 10^{-4}} = 60\text{N}$$

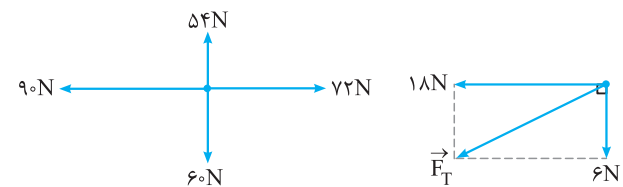
$$F_{21} = 9 \times 10^9 \times \frac{12/5 \times 8 \times 10^{-12}}{(0.1)^2} = 90\text{N}$$

F_{21} را تجزیه کنید:



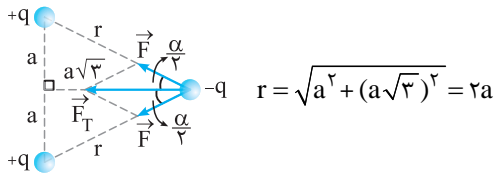
$$F_x = F_{21} \cos 37^\circ = 90 \times \frac{4}{5} = 72\text{N}$$

$$F_y = F_{21} \sin 37^\circ = 90 \times \frac{3}{5} = 54\text{N}$$



$$F_T = \sqrt{18^2 + 6^2} = \sqrt{6^2(9+1)} = 6\sqrt{10}\text{N}$$

ابتدا فاصله هر یک از بارهای $+q$ را تا بار $-q$ پیدا می‌کنیم:



چون اندازه بارهای مثبت یکسان و فاصله آن‌ها تا بار $-q$ نیز یکسان است، بنابراین هر کدام از آن‌ها نیروی F به بار $-q$ وارد می‌کنند. طبق قانون کولن این نیرو به صورت روبه‌رو به دست می‌آید:

$$F = \frac{kq^2}{r^2} = \frac{kq^2}{4a^2}$$

حالا می‌توانیم برابند این دو نیروی F را به دست آوریم:

$$F_T = 2F \cos \alpha \xrightarrow{\text{ضلع مجاور وتر}} \cos \alpha = \frac{a}{2a} \rightarrow F_T = 2 \times \frac{kq^2}{4a^2} \times \frac{a\sqrt{3}}{2a}$$

$$\Rightarrow F_T = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{kq^2}{a^2}$$

۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر گلوله بالایی را بررسی کنیم، می‌بینیم که برای داشتن تعادل، باید نیروی وزن این گلوله توسط نیروی دافعه کولنی خنثی شده باشد. به همین علت باید وزن گلوله هم‌اندازه نیروی کولنی وارد بر آن باشد.

$$F = mg = 20 \times 10^{-3} \times 10 = 0.2 \text{ N}$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow 0.2 = 9 \times 10^9 \times \frac{4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{h^2}$$

$$\Rightarrow h^2 = 9 \times 2 \times 4 \times 10^{-2} \Rightarrow h = 0.6\sqrt{2} \text{ m}$$

۱۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: برای گلوله‌ای که معلق قرار می‌گیرد، نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد بر آن هم‌اندازه و در خلاف جهت هستند. اگر نیروی بین دو بار در حالت اول را F و نیروی بین آن‌ها را در حالت دوم F' بنامیم، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \text{حالت اول: } m_1 g &= F \\ \text{حالت دوم: } m_1 g &= F' \end{aligned} \xrightarrow{m_2 > m_1} F > F'$$

$$\Rightarrow k \frac{|q_1| |q_2|}{h^2} > k \frac{|q_1| |q_2|}{h'^2} \Rightarrow \frac{1}{h^2} > \frac{1}{h'^2}$$

$$\Rightarrow h'^2 > h^2 \Rightarrow h' > h$$

روش دوم: در هر صورت نیروی الکتریکی قرار است گلوله‌ای را معلق نگه داشته و بر وزن آن غلبه کند. چون در حالت دوم گلوله‌ای که معلق قرار گرفته، سبک‌تر است، در نتیجه باید همان بارهای قبل نیروی کم‌تری به هم وارد کنند. بنابراین در فاصله بیشتر از هم قرار می‌گیرند. ($h' > h$)

۱۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا نیروی الکتریکی وارد بر هر کره را به دست می‌آوریم:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 1 \times 10^{-6}}{36 \times 10^{-4}} = 2.5 \text{ N}$$

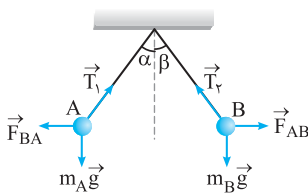
اگر نیروهای وارد بر کره آویخته شده را رسم کنیم، مطابق شکل مقابل خواهد شد؛ که در آن نیرویی است که نیروسنج به کره وارد می‌کند. دقت کنید، از آنجایی که بار دو کره هم‌نام است، نیروی دافعه بین آن‌ها ایجاد شده و نیروی F به سمت بالا است. در حالت تعادل برابند نیروهای وارد بر کره صفر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$F + T = mg \Rightarrow 2.5 + T = 0.3 \times 10 \Rightarrow T = 3 - 2.5 = 0.5 \text{ N}$$

۱۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴

طبق قانون سوم نیوتون، $F_{BA} = F_{AB}$ است و تفاوت q_B و q_A تأثیری ندارد. نیروهای وارد بر بارهای q_B و q_A را رسم می‌کنیم؛ دقت کنید که

گلوله‌ها در یک راستای افقی بوده و F بر mg عمود است. بنابراین باز هم می‌توان نوشت:

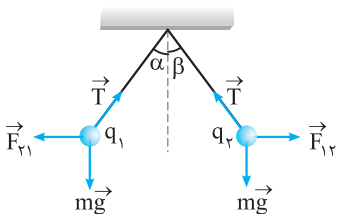


$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{F_{BA}}{m_A g} \\ \tan \beta = \frac{F_{AB}}{m_B g} \end{cases} \xrightarrow{\substack{F_{AB} = F_{BA} \\ m_A < m_B}} \tan \alpha > \tan \beta \Rightarrow \alpha > \beta$$

توجه: نتیجه به دست آمده در این تست را می‌توان تعمیم داد. یعنی

همیشه آونگی که گلوله آن سنگین‌تر است، به ازای یک نیروی F برابر، زاویه کوچک‌تری با راستای قائم می‌سازد.

۱۰۳ ۱ ۲ ۳ ۴

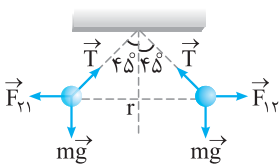


$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{F_{1r}}{m_1 g} \\ \tan \beta = \frac{F_{2r}}{m_2 g} \end{cases} \xrightarrow{\substack{F_{1r} = F_{2r} \\ m_1 = m_2}} \tan \alpha = \tan \beta \Rightarrow \alpha = \beta$$

۱۰۴ ۱ ۲ ۳ ۴

برای دو آونگ الکتریکی مشابه که با راستای قائم، زاویه α پیدا می‌کنند، می‌توان نوشت:

$$\tan \alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow \tan 45^\circ = \frac{F}{10 \times 10^{-3} \times 10} \xrightarrow{\tan 45^\circ = 1} F = 0.1 \text{ N}$$



با توجه به قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 0.1 = \frac{9 \times 10^9 \times 200 \times 10^{-9} \times 200 \times 10^{-9}}{r^2}$$

$$\Rightarrow r^2 = 36 \times 10^{-4} \Rightarrow r = 6 \times 10^{-2} \text{ m} = 6 \text{ cm}$$

مطابق شکل مقابل، چون مثلث به وجود آمده یک مثلث متساوی‌الساقین است، می‌توان نوشت:

$$L = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{1+1} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

۱۰۵ ۱ ۲ ۳ ۴

هنگامی که دو آونگ الکتریکی مشابه بر اثر نیروی الکتریکی که روی هم دارند، منحرف می‌شوند، می‌توان نوشت:

$$\tan \alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow \frac{3}{40} = \frac{F}{mg} \Rightarrow \frac{F}{mg} = \frac{3}{4}$$

از طرفی با توجه به مقدار بار دو کره و فاصله آن‌ها از هم می‌توان نیروی الکتریکی بین آن‌ها را به دست آورد:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(2 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

حالا می‌توانیم وزن گلوله را پیدا کنیم:

$$\frac{F}{mg} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{90}{mg} = \frac{3}{4} \Rightarrow mg = 120 \text{ N}$$