

فهرست مطالب

عنوان

ریاضیات سال اول

اعداد و نماها - مجموعه‌ها	۷
آزمون ۱	۹
پاسخ آزمون ۱	۱۰
توان‌رسانی و ریشه‌گیری	۱۴
آزمون ۲	۱۵
پاسخ آزمون ۲	۱۶
چندجمله‌ای و اتحادها	۱۹
آزمون ۳	۲۱
پاسخ آزمون ۳	۲۲
آزمون ۴	۲۵
پاسخ آزمون ۴	۲۶
معادله درجه اول و معادله‌ی خط	۳۰
آزمون ۵	۳۲
پاسخ آزمون ۵	۳۴
نسبت‌های مثلثاتی	۳۷
آزمون ۶	۳۸
پاسخ آزمون ۶	۴۰
عبارت‌های گویا	۴۳
آزمون ۷	۴۳
پاسخ آزمون ۷	۴۵
معادله درجه‌ی دوم و نامعادله‌ی درجه اول	۴۸
آزمون ۸	۴۹
پاسخ آزمون ۸	۵۱
آزمون ۹ (جامع ریاضی ۱)	۵۵
پاسخ آزمون ۹	۵۷

عنوان

صفحه

صفحه

آزمون ۱۰ (جامع ریاضی ۱)	۶۰
پاسخ آزمون ۱۰	۶۱
آمار و مدل‌سازی	
مدل‌سازی ریاضی و اندازه‌گیری - جامعه و نمونه - متغیر تصادفی	۶۵
آزمون ۱۱	۶۵
پاسخ آزمون ۱۱	۶۶
دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی - نمودارها و تحلیل داده‌ها	۶۸
آزمون ۱۲	۶۹
پاسخ آزمون ۱۲	۷۲
شاخص‌های مرکزی - شاخص‌های پراکندگی	۷۶
آزمون ۱۳	۷۷
پاسخ آزمون ۱۳	۷۹
آزمون ۱۴	۸۳
پاسخ آزمون ۱۴	۸۴
آزمون ۱۵	۸۷
پاسخ آزمون ۱۵	۸۹
آزمون ۱۶ (جامع آمار و مدل‌سازی)	۹۲
پاسخ آزمون ۱۶	۹۳
آزمون ۱۷ (جامع آمار و مدل‌سازی)	۹۷
پاسخ آزمون ۱۷	۹۹
آزمون ۱۸ (جامع آمار و مدل‌سازی)	۱۰۳
پاسخ آزمون ۱۸	۱۰۴
ریاضی سال سوم	
تابع	۱۰۷
آزمون ۱۹	۱۰۸
پاسخ آزمون ۱۹	۱۰۹

به نام خدا

مقدمه‌ی مؤلفان

به نام خدایی که خوبی‌هایش $+\infty$ است ...

تسلط بر ریاضیات یعنی توانایی و مهارت در حل مسئله‌ها که نه فقط در مسایل عادی و کلیشه‌ای بلکه ریاضیات به معنای داشتن استقلال اندیشه، تفکر و نیروی نوآوری و نوآفرینی است. یک ریاضی‌دان خوب مانند یک ژنرال خبره باید توانایی تحمل هر پیشامدی را داشته باشد او باید امکان شکست حمله خود را در نظر بگیرد و از ادامه راه خسته نشده و زود عقب‌نشینی نکند.

نبوغ عبارت است از یک درصد الهام و نود و نه درصد عرق ریختن! پس باید در نظر داشته باشیم که با یک گل بهار نمی‌شود! همیشه سعی می‌کنیم برای خود روشی انتخاب کنیم که منحصر به خودمان باشد. اندیشه‌ای که یک بار به کار رود شیوه‌ای هنری است اما اگر همان اندیشه دو یا سه بار به کار رود روش نامیده می‌شود.

سرچشمه‌ی زنده بودن ریاضیات در اینجاست که مفهوم و نتایج آن با همه‌ی انتزاعی بودنشان ناشی از واقعیت بوده و کاربرد فراوانی در سایر دانش‌ها و زمینه‌های مربوط به زندگی دارد و این مهم‌ترین مطلب برای درک ریاضیات است. با وجود اهمیتی که کاربرد ریاضیات دارد این کاربرد نباید تنها ملاک ارزش آن باشد زیرا هیچ شاخه‌ای از ریاضیات نیست که روزی در جهان واقعی به کار نرود.

در این کتاب، از ریاضیات دوره‌ی دبیرستان علوم انسانی و همچنین آمار و مدل‌سازی آزمون‌هایی به صورت موضوعی و جامع از هر کتاب درسی و در پایان چند آزمون جامع مطابق با کنکور سراسری تهیه و تألیف شده است. در ابتدای آزمون‌های موضوعی درسنامه‌ای آورده شده است تا دانش‌آموزان با مطالعه و یادگیری آن، با اعتماد به نفس بیشتری به پرسش‌های چهارگزینه‌ای پاسخ دهند.

دانش‌آموزان و داوطلبان عزیز، حداقل با مطالعه مباحث استدلال‌های ریاضی - آمار - تابع - سهمی و احتمال و تمرکز بر این مباحث و حل تست‌ها به صورت مستمر به راحتی می‌توانند حدود ۴۰٪ سوالات کنکور سراسری را پاسخگو باشند.

گرچه کوشش بسیاری به کار رفته تا کتابی بدون نقص برای کسب مهارت در پاسخ به پرسش‌های چهارگزینه‌ای فراهم شود سپاسگزار عزیزانی خواهیم بود که کاستی‌ها و اشتباهات احتمالی را به آدرس الکترونیکی mobtakeran.ensani@mobtakeran.com یا به گروه علوم انسانی مبتکران، ارسال کنند.

در پایان سپاسگزار و قدردان همه عزیزان انتشارات مبتکران هستیم که بدون یاری آن‌ها هرگز این کتاب آماده نمی‌شد.

با سپاس فراوان

گروه مؤلفان

درسنامه ۱

اعداد طبیعی: از این اعداد جهت شمارش استفاده می‌شود این مجموعه را با \mathbb{N} نشان می‌دهیم. $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$

الف) اعداد طبیعی زوج: $2, 4, 6, \dots$

ب) اعداد طبیعی فرد: $1, 3, 5, \dots$

ج) اعداد اول: اعدادی هستند که فقط بر یک و خودشان قابل قسمت هستند. $2, 3, 5, 7, \dots$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -1, 0, 1, \dots\}$$

اعداد صحیح: این مجموعه را با \mathbb{Z} نشان می‌دهیم که شامل اعداد طبیعی، قرینه اعداد طبیعی و صفر هستند.

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

اعداد گویا: اعدادی هستند که نسبت دو عدد صحیح را نشان می‌دهد که مخرج کسر نمی‌تواند صفر باشد.

$$\sqrt{3}, 1 - \sqrt{2}, \pi, \dots$$

اعداد گنگ: اعداد حقیقی که گویا نباشند، گنگ هستند (اصم) مانند:

اعداد گنگ یا اصم را با Q' یا Q^c نمایش می‌دهیم.

اعداد حقیقی: اعداد گنگ و گویا با هم اعداد حقیقی را تشکیل می‌دهند که با نماد \mathbb{R} نمایش می‌دهیم.

عملیات بر روی اعداد حقیقی:

از اولین و داخلی‌ترین پراکنش عملیات‌ها را انجام می‌دهیم که اولویت با ضرب و تقسیم و سپس جمع و تفریق از چپ به راست خواهد بود.

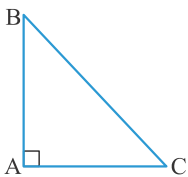
* برای مقایسه دو عدد گویا ابتدا آن‌ها را هم مخرج می‌کنیم، هر کدام که صورت بزرگ‌تری داشته باشد، عدد بزرگ‌تر خواهد بود.

* برای یافتن عدد گویا بین دو عدد گویا به روش‌های زیر عمل می‌کنیم:

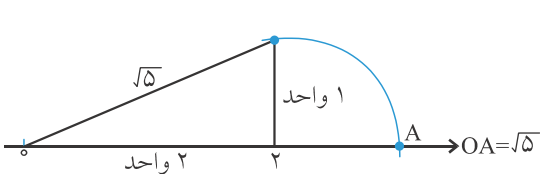
الف) میانگین دو عدد را حساب می‌کنیم، عدد به دست آمده بین دو عدد قرار دارد.

ب) ابتدا مخرج‌های دو کسر را مساوی می‌کنیم، کسرهایی که مخرج آن‌ها مساوی این دو کسر و صورتشان بین صورت‌های این دو کسر باشند، بین آن‌ها قرار دارد.

* برای نمایش اعداد گنگ روی محور اعداد، از رابطه فیثاغورث استفاده می‌کنیم:



$$\rightarrow BC^2 = AB^2 + AC^2$$



مثلاً برای نمایش عدد $\sqrt{5}$ روی محور، از مرکز (مبدأ) ۲ واحد در سمت مثبت جدا کرده و از آن یک واحد عمود به سمت بالا می‌رویم طول وتر مثلث قائم‌الزاویه رسم شده $\sqrt{5}$ است حال به مرکز مبدأ و به شعاع وتر، کمانی زده که محل برخورد با محور همان $\sqrt{5}$ را نشان می‌دهد:

قدر مطلق: قدر مطلق عدد x را با $|x|$ نشان می‌دهیم که برابر است با اندازه یا فاصله نقطه x تا مبدأ. این فاصله همواره صفر یا مثبت است.

$$|4| = 4, \quad |-3| = 3$$

اگر عبارتی داخل قدر مطلق باشد ابتدا باید علامت (مثبت یا منفی) آن عبارت را به دست آوریم. اگر مثبت باشد، قدر مطلق را حذف می‌کنیم و

$$|1 - \sqrt{3}| \xrightarrow{\text{منفی}} -(1 - \sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3}$$

اگر منفی باشد، قدر مطلق را حذف و یک منفی پشت عبارت قرار می‌دهیم:

$$|\sqrt{5}-2| \xrightarrow{\text{مثبت } \sqrt{5}-2} \sqrt{5}-2$$

مجموعه: یکی از روش‌های تعریف مجموعه، به وسیله عضوهای آن می‌باشد:

$$A = \{2, 3, 5, 7\} \xrightarrow{\text{مجموعه اعداد اول یک رقمی}} n(A) = 4 \text{ : تعداد اعضا}$$

* مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد را تهی گوئیم. $\{\}$ یا ϕ

* مجموعه‌ای که در برگیرنده‌ی تمام اعضای مجموعه‌های مورد بحث می‌باشد را مجموعه‌ی مرجع گویند.

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{2, 4, 6, 8\} \rightarrow \text{مجموع مرجع } M = \{1, 2, \dots, 9\}$$

* زیرمجموعه: مجموعه A را زیرمجموعه B گویند هرگاه هر عضو مجموعه A ، عضوی از مجموعه B باشد.

$$B = \{a, b, c, d, e\}, A = \{a, c, e\} \rightarrow A \subset B, B \not\subset A$$

* هر مجموعه‌ای، زیرمجموعه خودش است و تهی زیرمجموعه همه مجموعه‌ها است از طرفی هر مجموعه‌ای، زیرمجموعه مرجع می‌باشد.

$$A \subset M, \phi \subset A, A \subset A$$

* یک مجموعه n عضوی دارای 2^n زیرمجموعه می‌باشد.

اشتراک دو مجموعه: $A \cap B$ مجموعه‌ای است که عضوهایش هم متعلق به مجموعه A و هم متعلق به مجموعه B است.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 4, 5, 7\} \rightarrow A \cap B = \{2, 4\}$$

$$A \cap M = A \quad (3) \quad A \cap \phi = \phi \quad (2) \quad A \cap A = A \quad (1)$$

اجتماع دو مجموعه: $A \cup B$ مجموعه‌ای است که عضوهایش یا متعلق به مجموعه A یا متعلق به مجموعه B یا متعلق به هر دو مجموعه است.

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4, 5\} \rightarrow A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$A \cup M = M \quad (3) \quad A \cup \phi = A \quad (2) \quad A \cup A = A \quad (1)$$

$$\text{اگر } A \subset B \xrightarrow{\text{Venn Diagram}} \begin{cases} A \cap B = A \\ A \cup B = B \end{cases}$$

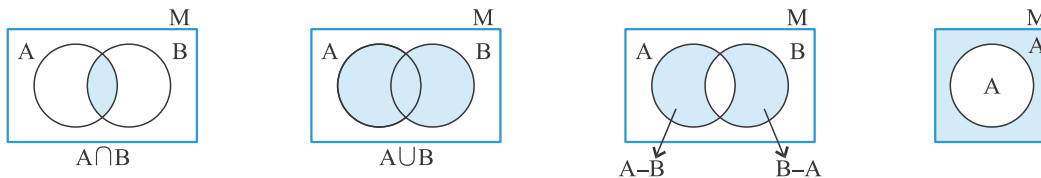
تفاضل دو مجموعه: $A - B$ مجموعه‌ای است که عضوهایش فقط متعلق به مجموعه A است و در B قرار ندارد.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{3, 4, 5, 6, 7\} \rightarrow A - B = \{1, 2\}, B - A = \{6, 7\}$$

$$A - M = \phi \quad (3) \quad A - \phi = A \quad (2) \quad A - A = \phi \quad (1)$$

متمم یک مجموعه: A' مجموعه‌ای است که عضوهایش متعلق به A نمی‌باشد ولی در مجموعه مرجع قرار دارد.

$$A = \{1, 2, 5\}, M = \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow A' = \{3, 4\}$$



$$* A \subset B \xrightarrow{\text{Venn Diagram}} A - B = \phi$$

$$* A \cap B = \phi \xrightarrow{\text{Venn Diagram}} \begin{cases} A - B = A \\ B - A = B \end{cases}$$

$$* N \subset W \subset Z \subset Q \subset \mathbb{R}$$

$$* \begin{cases} Q \cap Q' = \phi \\ Q \cup Q' = \mathbb{R} \end{cases}$$

$$* W - N = \{0\}$$



آزمون ۱

اعداد و نماها - مجموعه‌ها

۱- A و B دو نقطه روی نیم خط منفی هستند A نظیر عدد ۳- و طول پاره خط AB برابر ۷ است B نظیر کدام عدد است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) -۷ (۴) -۱۰

۲- کدام عدد گویا بزرگ تر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{4}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳- کدام عدد گویا بین $\frac{2}{3}$ و $\frac{5}{7}$ قرار دارد؟

- (۱) $\frac{29}{42}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{32}{42}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۴- حاصل عبارت $(-\frac{1}{4} + \frac{3}{5}) \div \frac{3}{10}$ کدام است؟

- (۱) $2\frac{1}{4}$ (۲) $1\frac{1}{6}$ (۳) $3\frac{1}{2}$ (۴) $-2\frac{1}{5}$

۵- عدد 0.03154 را در چه عددی ضرب کنیم تا حاصل $31/54$ شود؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۱۰۰۰۰

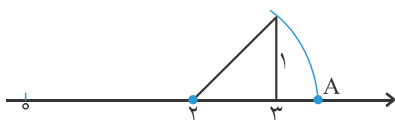
۶- عدد صحیح حاصل عبارت $(23/672 + 5/0.8) \times 4/5$ کدام است؟

- (۱) ۱۲۷ (۲) ۱۲۸ (۳) ۱۲۹ (۴) ۱۳۰

۷- حاصل عبارت $|\sqrt{2} - 2| + |-\sqrt{2}|$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $2 - 2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2} + 2$

۸- با توجه به شکل نقطه A چه عدد را نشان می‌دهد؟



- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $1 + \sqrt{2}$

- (۳) $2 + \sqrt{2}$ (۴) $3 + \sqrt{2}$

۹- طاها $\frac{1}{3}$ شبانه‌روز را استراحت می‌کند ۶ ساعت در مدرسه است و $\frac{1}{4}$ شبانه‌روز را درس می‌خواند، $\frac{1}{8}$ شبانه‌روز را به کارهای

پیش‌آمده اختصاص می‌دهد و بقیه زمان را به فعالیت ورزشی می‌پردازد. طاها چند ساعت در شبانه‌روز ورزش می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰- از تساوی $\{2y - 1, 7\} = \{2x + y, 9\}$ مقدار x کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۱- مجموعه $A = \{n^2 - 3n \mid n \in \mathbb{N}, n < 4\}$ چند زیرمجموعه دارد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۹ (۳) ۱ (۴) ۴

۱۲- کدام مجموعه تک عضوی است؟

- (۱) مجموعه مضرب‌های یک رقمی ۳ (۲) اعداد مربع کامل تک رقمی طبیعی

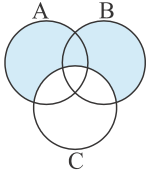
- (۳) اعداد مکعب کامل تک رقمی طبیعی (۴) اعداد اول تک رقمی مضرب ۵

۱۳- اگر $A = \{a, b, \phi\}$ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $\{a, b\} \subset A$ (۲) $\phi \subset A$ (۳) $\{\phi\} \in A$ (۴) $a, b \in A$

۱۴- حاصل $(A-B) \cup (A \cap B) \cup (B-A)$ کدام است؟

- (۱) $A \cup B$ (۲) A (۳) B (۴) ϕ



۱۵- مجموعه هاشورخورده کدام است؟

- (۱) $(A \cap B) - C$
 (۲) $(A \cup B) - C$
 (۳) $(A - B) \cup C$
 (۴) $C - (A \cup B)$

۱۶- در یک کلاس ۴۰ نفری، ۱۷ نفر فقط به بسکتبال و ۱۸ نفر فقط به فوتبال علاقه‌مندند و ۳ نفر به هیچ یک از ورزش‌ها علاقه ندارند چند

نفر به هر دو ورزش علاقه‌مندند؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۵

۱۷- اگر $A \cup C = C$ و $A \cap B = B$ باشد حاصل $B \cap C$ کدام است؟

- (۱) A (۲) C (۳) ϕ (۴) B

۱۸- کدام مجموعه نامتناهی است؟

- (۱) $A = \{\frac{n}{2^n} \mid n \in \mathbb{N}, n < 4\}$
 (۲) $B = \{\frac{x}{x+1} \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 \leq 4\}$
 (۳) $C = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 2\}$
 (۴) $D = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{2^x}{x} \in \mathbb{N}\}$

۱۹- اگر تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه n عضوی برابر ۱۶ باشد تعداد اعضای این مجموعه کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۴

۲۰- کوچک‌ترین عضو مثبت مجموعه $A = \{-29 + 4n \mid n \in \mathbb{Z}\}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

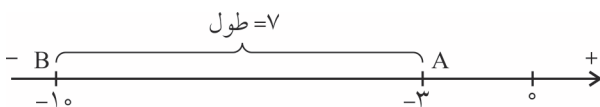
پاسخ تشریحی

اعداد و نماها - مجموعه‌ها

۱- (گزینه‌ی ۴):

۱. فاصله نقطه A تا نقطه صفر برابر طول نقطه A می‌باشد که همواره صفر یا مثبت است.۲. اگر a و b دو عدد حقیقی باشند فاصله بین a و b را به صورت $|b-a|$ نمایش می‌دهیم.

طبق محور اعداد خواهیم داشت:



$\rightarrow x_B = x_A - \text{طول} = -3 - (7) = -10$ چون نقاط A و B روی نیم‌خط منفی هستند

۲- (گزینه‌ی ۳):

* برای مقایسه اعداد گویا کافی است آن‌ها را هم مخرج کنیم هر کدام صورت بزرگ‌تری داشته باشند آن عدد بزرگ‌تر است.
ابتدا کسرها را هم مخرج می‌کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \times (3)(5)(7) \rightarrow \frac{105}{210} \\ \frac{3}{7} \times (2)(5)(3) \rightarrow \frac{90}{210} \\ \frac{4}{5} \times (2)(3)(7) \rightarrow \frac{168}{210} \\ \frac{2}{3} \times (2)(5)(7) \rightarrow \frac{140}{210} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{3}{7} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{4}{5}$$

۳- (گزینه‌ی ۱):

* برای یافتن عدد گویای بین دو عدد گویا از روش‌های زیر استفاده می‌کنیم:
۱. میانگین دو عدد گویا را حساب می‌کنیم، عدد به دست آمده بین دو عدد است.
۲. ابتدا مخرج‌ها را برابر می‌کنیم، کسرهایی که با مخرج یکسان شده و صورتشان بین صورت‌های آن‌ها باشد، بین دو کسر قرار می‌گیرند.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{5}{7} \times 3 \rightarrow \frac{15}{21} \\ \frac{2}{3} \times 7 \rightarrow \frac{14}{21} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{مثلاً}} \frac{14}{21} < \frac{14/5}{21} < \frac{15}{21}$$

$$\begin{array}{c} \times 2 \downarrow \\ \frac{29}{42} \end{array}$$

۴- (گزینه‌ی ۲):

$$(1) -\frac{1}{4} + \frac{3}{5} = \frac{-1 \times 5 + 3 \times 4}{4 \times 5} = \frac{-5 + 12}{20} = \frac{7}{20}$$

$$(2) \frac{7}{20} \div \frac{3}{10} = \frac{7}{20} \times \frac{10}{3} = \frac{7 \times 10}{20 \times 3} = \frac{7 \times 1}{2 \times 3} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$$

۵- (گزینه‌ی ۳):

$$0.03154 \times \boxed{} = 31/54 \xrightarrow{\text{ممیز ۳ عدد به راست حرکت کرده}} \boxed{} = 1000$$

۶- (گزینه‌ی ۳):

$$(1) 23/672 + 5/0.8 = 28/752$$

$$(2) 28/752 \times 4/5 = 129/384$$

۷- (گزینه‌ی ۲):

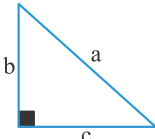
* حاصل هر قدر مطلق به علامت مثبت یا منفی بودن عبارت داخل آن مربوط می‌شود:
۱. اگر علامت عبارت داخل قدر مطلق منفی بود، قدر مطلق را برداشته و عبارت را در یک منفی ضرب می‌کنیم.
۲. اگر علامت عبارت داخل قدر مطلق مثبت بود، فقط قدر مطلق را برمی‌داریم.

$$|\sqrt{2} - 2| = -(\sqrt{2} - 2) = -\sqrt{2} + 2$$

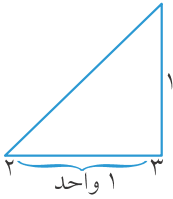
-۲ - عددی منفی است پس:

$$|\sqrt{2} - 2| + |-\sqrt{2}| = -\sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} = 2$$

۸- (گزینه‌ی ۳):

* در هر مثلث قائم‌الزاویه به صورت  داریم: $a^2 = b^2 + c^2$ (a وتر می‌باشد)

ابتدا طول وتر مثلث قائم‌الزاویه را مشخص می‌کنیم:



$$\rightarrow (\text{وتر})^2 = (1)^2 + (1)^2 \rightarrow (\text{وتر})^2 = 2 \rightarrow \text{وتر} = \sqrt{2}$$

با توجه به این‌که مثلث از نقطه ۲ شروع شده است پس نقطه A عدد $2 + \sqrt{2}$ را نشان می‌دهد.

۹- (گزینه‌ی ۱):

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{3} \times 24 = 8 \quad \text{زمان استراحت} \\ \frac{1}{4} \times 24 = 6 \quad \text{زمان درس} \\ \frac{1}{8} \times 24 = 3 \quad \text{زمان کارهای پیش آمده} \end{array} \right\} \rightarrow \text{زمان ورزش} = 24 - (8 + 6 + 3 + 6) = 24 - 23 = 1$$

۱۰- (گزینه‌ی ۳):

* دو مجموعه زمانی با هم برابرند که هر عضو یکی در دیگری نیز موجود باشد.

$$(1) \quad 2y - 1 = 9 \rightarrow 2y = 10 \rightarrow y = 5$$

$$(2) \quad 2x + y = 7 \rightarrow 2x + 5 = 7 \rightarrow 2x = 2 \rightarrow x = 1$$

۱۱- (گزینه‌ی ۴):

* مجموعه‌ای که دارای n عضو است دارای 2^n زیرمجموعه می‌باشد.

$$n \in \mathbb{N}, n < 4 \rightarrow n = 1, 2, 3$$

$$\left. \begin{array}{l} n^2 - 3n \xrightarrow{n=1} (1)^2 - 3(1) = 1 - 3 = -2 \\ \xrightarrow{n=2} (2)^2 - 3(2) = 4 - 6 = -2 \\ \xrightarrow{n=3} (3)^2 - 3(3) = 9 - 9 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow A = \{-2, 0\}$$

مجموعه A دارای ۲ عضو است پس $2^2 = 2^2 = 4$ زیرمجموعه دارد.

۱۲- (گزینه‌ی ۴):

$$1) \quad A = \{3, 6, 9\}$$

$$2) \quad B = \{1, 4, 9\}$$

$$3) \quad C = \{1, 8\}$$

$$4) \quad D = \{5\}$$

۱۳- (گزینه‌ی ۳):

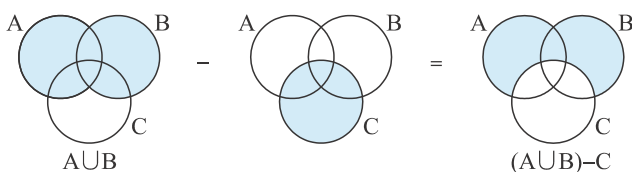
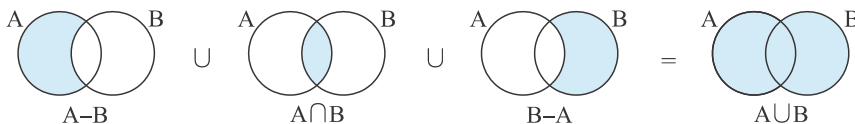
۱. تهی زیرمجموعه هر مجموعه‌ای می‌باشد.

۲. هر مجموعه‌ای زیر مجموعه‌ی مجموعه مرجع است.

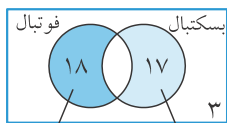
۳. مجموعه A زیرمجموعه‌ی مجموعه B است ($A \subset B$) هرگاه همه عضوهای A در مجموعه B موجود باشد.

گزینه ۳ نادرست است عبارت درست به صورت $\phi \in A$ می‌باشد.

۱۴- (گزینه‌ی ۱):



۱۵- (گزینه‌ی ۲):



$$\rightarrow \text{تعداد دانش‌آموزان مشترک} = 40 - (17 + 18) - 3 = 40 - 38 = 2$$

۱۶- (گزینه‌ی ۳):

۱۷- (گزینه‌ی ۴):

* اگر $A \subset B$ باشد آن‌گاه خواهیم داشت:

$$A \cup B = B \quad (۲)$$

$$A \cap B = A \quad (۱)$$

$$\left. \begin{array}{l} A \cup C = C \rightarrow A \subset C \\ A \cap B = B \rightarrow B \subset A \end{array} \right\} \rightarrow B \subset A \subset C \rightarrow B \cap C = B$$

۱۸- (گزینه‌ی ۳):

$$۱) A \xrightarrow{n=1,2,3} \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{8} \right\} \rightarrow A = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{3}{8} \right\}$$

$$۲) B \xrightarrow{x=-2,-1,0,1,2} \left\{ \frac{-2}{-1}, \frac{-1}{0}, \frac{0}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \right\} \rightarrow B = \left\{ 2, 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \right\}$$

$$۳) C = \begin{array}{c} \bullet \\ \hline 0 \end{array} \xrightarrow{\quad} \begin{array}{c} \bullet \\ \hline +۲ \end{array}$$

$$۴) D \xrightarrow{x=1,2,4,5,10,20} D = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

۱۹- (گزینه‌ی ۲):

$$۱۶^{2n-12} = (۲^۴)^{2n-12} = ۲^{8n-48}$$

مجموعه دارای $(8n - 48)$ عضو می‌باشد.

$$\text{باید } 8n - 48 \geq 0 \rightarrow 8n \geq 48 \rightarrow \underline{n \geq 6}$$

۲۰- (گزینه‌ی ۱):

$$-29 + 4n > 0 \rightarrow 4n > 29 \rightarrow n > \frac{29}{4} \rightarrow n > 7/25 \rightarrow \underline{n = 8}$$

درسنامه ۲

توان:

$$\begin{array}{llll}
 a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (۴) & a^1 = a \quad (۳) & a^0 = 1 \quad (a \neq 0) \quad (۲) & \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n = a^n \quad (۱) \\
 a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (۸) & a^m \times a^n = a^{m+n} \quad (۷) & (a^m)^n = a^{m \times n} \quad (۶) & \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \quad (۵) \\
 & & m^a \div n^a = \left(\frac{m}{n}\right)^a \quad (۱۰) & m^a \times n^a = (m \times n)^a \quad (۹)
 \end{array}$$

نماد علمی: هر عددی به صورت $d \times 10^n$ که $n \in \mathbb{Z}$ و $1 \leq d < 10$ را یک نماد علمی گوئیم.

$$2500 = 2/5 \times 10^3 \quad 0.0075 = 7/5 \times 10^{-3}$$

رادیکال:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \xrightarrow{\text{مثال}} x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}, \quad 5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}, \quad 2^{\frac{3}{2}} = \sqrt{2^3} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

* توان و فرجه را می‌توان با هم ساده کرد اگر زیر رادیکال با فرجه زوج منفی نشود.

$$\sqrt[6]{27} = \sqrt[6]{3^3} = \sqrt[2]{3^3} = \sqrt{3}, \quad \sqrt[2]{81^3} = \sqrt[2]{(3^4)^3} = \sqrt[2]{3^4 \times 3} = \sqrt[2]{3^4} = \sqrt{3^4} = \sqrt{3^2} = \sqrt{27}$$

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$$

* اگر توان و فرجه زوج برابر باشند عبارت زیر رادیکال با قدر مطلق خارج می‌گردد.

$$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = |\sqrt{3}-2| \xrightarrow{\text{منفی}} -(\sqrt{3}-2) = -\sqrt{3}+2$$

* رادیکال‌ها با فرجه برابر در هم ضرب یا بر هم تقسیم می‌شوند.

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}, \quad \sqrt{8} \div \sqrt{2} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

* رادیکال‌های مشابه با هم جمع و تفریق می‌شوند.

$$2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (2+3)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}, \quad \sqrt{8} - 5\sqrt{2} = \sqrt{4 \times 2} - 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = (2-5)\sqrt{2} = -3\sqrt{2}$$

* اگر بخواهیم عددی را از پشت رادیکال به داخل آن ببریم، آن عدد را به توان فرجه رسانده و در عبارت زیر رادیکال ضرب می‌کنیم.

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \times b} \quad (a > 0) \xrightarrow{\text{مثال}} 5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \times 3} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{75}$$

گویا کردن: منظور از گویا کردن از بین بردن رادیکال موجود در مخرج است.

الف) اگر در مخرج کسر رادیکالی به صورت \sqrt{a} وجود داشته باشد، صورت و مخرج را در \sqrt{a} ضرب می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

ب) اگر در مخرج کسر دو رادیکال به صورت $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ یا $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ وجود داشته باشد صورت و مخرج را در مزدوج آن ضرب می‌کنیم:

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{2 \times 3 - 2\sqrt{6}}{3-2} = 6 - 2\sqrt{6}$$

آزمون ۲

توان‌رسانی و ریشه‌گیری



۱- اگر $x = 4^{3n}$ و $y = 2^{6n-1}$ باشند نسبت $\frac{y}{x}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۴

۲- اگر $2^x = 9$ باشد حاصل عبارت $(\frac{1}{4})^{x-1}$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) $\frac{81}{4}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{4}{81}$

۳- مقدار a در تساوی $49^{2a+3} = (7^{3a+1})^2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴- توان x در ساده شده عبارت $\frac{x^{-2} \div x^5}{x^5 \times x^3} \times \frac{x^2}{x^7}$ کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۷ (۳) -۲۰ (۴) -۱۷

۵- توان عدد ۱۰ در نماد علمی $0.00003 \times 187/5$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۶- حاصل عبارت $\frac{\sqrt{48} - 3\sqrt{27}}{5\sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۱

۷- در تساوی $\frac{(\frac{1}{2})^6 \times 125}{2^{-4} \times 25^3} = 2^x \times 5^y$ مقدار $x+y$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۵ (۳) ۴ (۴) -۶

۸- حاصل عبارت $\sqrt[3]{0.01} \times \sqrt[3]{0.8}$ کدام است؟

- (۱) $0/8$ (۲) $0/1$ (۳) $0/3$ (۴) $0/2$

۹- توان عدد ۳ در ثلث عدد $27^{50} \times 81$ کدام است؟

- (۱) ۱۵۳ (۲) ۱۵۴ (۳) ۵۱ (۴) ۵۲

۱۰- حاصل $\frac{45^2 \times 14^2}{21^3 \times 3^2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{15}$ (۲) $\frac{1}{10}$ (۳) $\frac{1}{21}$ (۴) $\frac{1}{35}$

۱۱- حاصل عبارت $|1 - \sqrt{6}| - \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $2 - 2\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{6} + 1$ (۴) $-1 - 2\sqrt{2}$

۱۲- جذر عدد $5^3 \times 2^5 \times 4^0$ کدام است؟

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۴۰ (۴) ۱۰

۱۳- در تساوی $2\sqrt{50} + \sqrt{75} - \sqrt{48} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ مجموع ضرایب صحیح a و b کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۱۴- حاصل ضرب $\sqrt{a} \times \sqrt[3]{a}$ کدام است؟

- ۱ (۱) a^5 (۲) a^6 (۳) $\sqrt[5]{a^6}$ (۴) $\sqrt[6]{a^5}$

۱۵- حاصل عبارت $|\sqrt{2-\sqrt{7}} - 2\sqrt{7}| - 6$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt{7} - 4$ (۲) $2 - 3\sqrt{7}$ (۳) $3\sqrt{7} - 8$ (۴) -6

۱۶- نماد علمی $\frac{200 \times 10^5}{500000}$ کدام است؟

- ۱ (۱) 2×10^{-6} (۲) 2×10^{-4} (۳) 0.2×10^{-4} (۴) 0.2×10^6

۱۷- ساده شده عبارت $\frac{6^7 \times 2^5 \times 3^{-4}}{3^2 \times 2^{-3} \times 8^5}$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۴ (۴)

۱۸- حاصل عبارت $(-4y) \left(\frac{-1}{y}yx^2\right)^3 \left(\frac{-2}{x^3y^2}\right)^2$ کدام است؟

- ۱ (۱) -2 (۲) $2x$ (۳) $2y$ (۴) 2

۱۹- عدد $\frac{2}{\sqrt{2}\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[2]{2}$ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) 2

۲۰- حاصل کسر $\frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt[3]{x^3} \times \sqrt{x^6}}$ وقتی $x < 0$ باشد کدام است؟

- ۱ (۱) x (۲) x^2 (۳) $\frac{1}{x}$ (۴) $\frac{1}{x^2}$

پاسخ تشریحی

توان‌رسانی و ریشه‌گیری

۱- (گزینه‌ی ۱):

$$\frac{y}{x} = \frac{2^{6n-1}}{2^{3n}} = \frac{2^{6n} \times 2^{-1}}{2^{2 \times 3n}} = \frac{2^{-1}}{1} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۲- (گزینه‌ی ۴):

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

* عددی توان‌دار وقتی به توان می‌رسد، توان‌ها را در هم ضرب می‌کنیم:

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} = (2^{-2})^{x-1} = 2^{-2x+2} = (2^x)^{-2} \times 2^2 = (9)^{-2} \times 2^2 = \frac{1}{9^2} \times 2^2 = \frac{4}{81}$$

۳- (گزینه‌ی ۲):

$$(2^2)^{2a+3} = (2^2a+1)^2 \rightarrow 2^{4a+6} = 2^{6a+2} \rightarrow 4a+6 = 6a+2 \rightarrow 6-2 = 6a-4a \rightarrow 2a = 4 \rightarrow a = 2$$

۴- (گزینه‌ی ۳):

$$a^x \div a^y = a^{x-y}$$

* در تقسیم عبارت‌های توان‌دار با پایه‌های برابر داریم:

$$\frac{x^{-2}}{x^5 \times x^3} \times \frac{x^2}{x^y} = \frac{x^{-2}}{x^5 \times x^5 \times x^3} \times \frac{x^2}{x^y} = \frac{x^0}{x^{20}} = \frac{1}{x^{20}} = x^{-20}$$

۵- (گزینه‌ی ۳):

$$0.\dots 3 \times 17 / 5 = 0.\dots 2625 = 2 / 625 \times 10^{-3}$$

۶- (گزینه‌ی ۱):

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{48} &= \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3} \\ \sqrt{27} &= \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{4\sqrt{3} - 3 \times 3\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3} - 9\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = \frac{-5\sqrt{3}}{5\sqrt{3}} = -1$$

۷- (گزینه‌ی ۲):

$$\frac{5^3}{2^6 \times 2^{-4} \times 5^{2 \times 3}} = \frac{5^3}{2^2 \times 5^6} = \frac{1}{2^2 \times 5^3} = 2^{-2} \times 5^{-3} = 2^x \times 5^y \rightarrow x = -2, y = -3 \rightarrow x + y = -5$$

۸- (گزینه‌ی ۴):

$$\sqrt[3]{0.01} \times \sqrt[3]{0.1} = \sqrt[3]{0.001} = \sqrt[3]{(0.1)^3} = 0.1$$

۹- (گزینه‌ی ۱):

$$2750 \times 11 = 3^3 \times 5^0 \times 3^4 = 3^{150} \times 3^4 = 3^{154} \xrightarrow{\text{ثلث}} 3^{154} \div 3 = 3^{153}$$

۱۰- (گزینه‌ی ۳):

$$\frac{(9 \times 5)^2 \times (2 \times 7)^2}{(3 \times 7)^3 \times (6 \times 5)^2} = \frac{3^{2 \times 2} \times 5^2 \times 2^2 \times 7^2}{3^3 \times 7^3 \times (2 \times 3)^2 \times 5^2} = \frac{3^4 \times 2^2 \times 7^2}{3^3 \times 7^3 \times 2^2 \times 3^2} = \frac{3^4 \times 7^2}{3^5 \times 7^3} = \frac{1}{3 \times 7} = \frac{1}{21}$$

۱۱- (گزینه‌ی ۴):

* وقتی در مخرج کسری عددی گنگ وجود داشته باشد برای از بین بردن آن باید کسر را گویا کنیم. وقتی در مخرج کسر دو جمله وجود داشته باشد صورت و مخرج را در مزدوج عبارت مخرج کسر ضرب می‌کنیم.

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

یادآوری اتحاد مزدوج:

عدد $1 - \sqrt{6}$ عددی منفی است پس:

$$(1) \quad |1 - \sqrt{6}| = -(1 - \sqrt{6}) = -1 + \sqrt{6}$$

$$(2) \quad \text{گویا : } \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}(2 + \sqrt{3})}{(2)^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{2\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4 - 3} = 2\sqrt{2} + \sqrt{6}$$

$$\text{حاصل} \rightarrow -1 + \sqrt{6} - (2\sqrt{2} + \sqrt{6}) = -1 + \sqrt{6} - 2\sqrt{2} - \sqrt{6} = -1 - 2\sqrt{2}$$

۱۲- (گزینه‌ی ۱):

$$5^2 \times 2^5 \times (5 \times 1) = 5^3 \times 2^5 \times 5 \times 2^3 = 5^4 \times 2^8 \xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt{5^4 \times 2^8} = 5^2 \times 2^4 = 25 \times 16 = 400$$

۱۳- (گزینه‌ی ۲):

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{50} &= \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2} \\ \sqrt{75} &= \sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3} \\ \sqrt{48} &= \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3} \end{aligned} \right\} \rightarrow 2(5\sqrt{2}) + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 10\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$10\sqrt{2} + \sqrt{3} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3} \rightarrow a = 10, b = 1 \rightarrow a + b = 11$$

۱۴- (گزینه‌ی ۴):

$$\sqrt{a} \times \sqrt[3]{a} = (\sqrt[3 \times 2]{a^{1 \times 3}}) \times (\sqrt[3 \times 2]{a^{1 \times 2}}) = \sqrt[6]{a^3} \times \sqrt[6]{a^2} = \sqrt[6]{a^3 \times a^2} = \sqrt[6]{a^5}$$

۱۵- (گزینه‌ی ۳):

* وقتی توان عبارت زیر رادیکال و فرجه رادیکال، زوج و برابر باشند عبارت داخل رادیکال با قدر مطلق خارج می‌شود.

$$\sqrt{(2-\sqrt{7})^2} = |2-\sqrt{7}| = -(2-\sqrt{7}) = -2+\sqrt{7}$$

(۱) $2-\sqrt{7}$ عددی منفی است پس:

$$|6-2\sqrt{7}| = 6-2\sqrt{7}$$

(۲) عدد $6-2\sqrt{7}$ عددی مثبت است پس:

$$\text{* حاصل عبارت} = -2+\sqrt{7} - (6-2\sqrt{7}) = -2+\sqrt{7} - 6+2\sqrt{7} = 3\sqrt{7} - 8$$

۱۶- (گزینه‌ی ۱):

$$\frac{2 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{5 \times 10^5} = \frac{2 \times 10^2 \times 10^{-3}}{10^5} = \frac{2 \times 10^{-1}}{10^5} = 2 \times 10^{-1} \times 10^{-5} = 2 \times 10^{-6}$$

۱۷- (گزینه‌ی ۲):

* در اعداد توان‌دار پس از جابه‌جایی اعداد از صورت به مخرج و برعکس علامت توان‌ها قرینه می‌شوند:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{+n}$$

$$\frac{2^7 \times 3^7 \times 2^5 \times 3^{-4}}{3^2 \times 2^{-3} \times 2^3 \times 5} = \frac{2^{12} \times 3^3}{3^2 \times 2^{12}} = \frac{3^3}{3^2} = 3^1 = 3$$

۱۸- (گزینه‌ی ۴):

$$\frac{4}{x^6 \times y^4} \times \frac{-y^3 \times x^6}{8} \times \frac{-4y}{1} = \frac{16y^4 x^6}{8x^6 y^4} = 2$$

۱۹- (گزینه‌ی ۱):

* $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = m \times n \sqrt{a}$ فرجه‌ها را در هم ضرب می‌کنیم تا به یک رادیکال تبدیل شود.

$$(۱) \sqrt[2]{2} = \sqrt{2}$$

$$(۲) \frac{2}{\sqrt{\sqrt{8}}} = \frac{2}{\sqrt[4]{8}} \xrightarrow{\text{گویا}} \frac{2}{\sqrt[4]{2^3}} \times \frac{\sqrt[4]{2^1}}{\sqrt[4]{2^1}} = \frac{2\sqrt[4]{2^1}}{\sqrt[4]{2^3 \times 2^1}} = \frac{2\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2^4}} = \frac{2\sqrt[4]{2}}{2} = \sqrt[4]{2}$$

۲۰- (گزینه‌ی ۳):

$$\frac{|x|}{x \times |x|} \xrightarrow{\text{x منفی است}} \frac{-x}{x \times (-x)} = \frac{-x}{-x^2} = \frac{1}{x}$$

درسنامه ۳

یک جمله‌ای: هر عبارت به صورت ax^n که در آن a یک عدد حقیقی و n عددی صحیح و نامنفی است را یک جمله‌ای گویند.

$$\sqrt{2}x^5, 2x^3, \frac{2}{5}$$

* درجه یک جمله‌ای نسبت به متغیرهای آن مجموع توان‌های متغیرهای آن می‌باشد.

$$-\sqrt{3}x^3yz^2 \rightarrow \text{درجه} = 3+1+2=6$$

جمله‌هایی متشابه هستند که درجات همه متغیرهای آن با هم برابر باشند. در این صورت جملات متشابه جمع و تفریق می‌شوند.

$$2x^3y - 5xy^2 - 4x^3y + 4xy^2 = (2x^3y - 4x^3y) + (-5xy^2 + 4xy^2) = (2-4)x^3y + (-5+4)xy^2 = -2x^3y - xy^2$$

* در ضرب چندجمله‌ای‌ها، متغیرهای یکسان در هم ضرب می‌شوند.

$$x(x^2 + y) = x \times x^2 + x \times y = x^3 + xy$$

تقسیم چندجمله‌ای‌ها:

* برای یافتن باقی‌مانده در تقسیم، مقسوم‌علیه را برابر صفر قرار می‌دهیم و بعد مقدار مجهول را در مقسوم جایگزین می‌کنیم تا باقی‌مانده حاصل

$$-2x^3 + 4x^2 + 1 \div (x+1) \rightarrow \text{باقی‌مانده} = ?$$

شود.

$$x+1=0 \rightarrow x=-1 \xrightarrow{\text{در مقسوم}} -2(-1)^3 + 4(-1)^2 + 1 = -2(-1) + 4(+1) + 1 = 2+4+1=7$$

* برای یافتن خارج قسمت در تقسیم ابتدا مقسوم و مقسوم‌علیه را به صورت استاندارد نوشته و بیش‌ترین درجات آن‌ها را برهم تقسیم می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 5x^2 - 1 \quad | \quad x - 2 \\ -2x^3 + 4x^2 \\ \hline -x^2 - 1 \\ +x^2 - 2x \\ \hline -2x - 1 \\ +2x - 4 \\ \hline -5 \end{array}$$

$$\frac{2x^3}{x} = 2x^2 \rightarrow 2x^2(x-2) \xrightarrow{\text{قرینه}} -2x^3 + 4x^2$$

$$\frac{-x^2}{x} = -x \rightarrow -x(x-2) \xrightarrow{\text{قرینه}} x^2 - 2x$$

$$\frac{-2x}{x} = -2 \rightarrow -2(x-2) \xrightarrow{\text{قرینه}} 2x - 4$$

$$-5 = \text{باقی‌مانده} , 2x^2 - x - 2 = \text{خارج قسمت}$$

اتحادها:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \rightarrow (2x+1)^2 = 4x^2 + 1 + 4x$$

۱- مربع دوجمله‌ای:

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \rightarrow (\sqrt{3}-1)^2 = 3+1-2\sqrt{3} = 4-2\sqrt{3}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \rightarrow (x-3)(x+3) = x^2 - 9$$

۲- مزدوج:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \rightarrow (x-1)(x+3) = x^2 + 2x - 3$$

۳- یک جمله مشترک:

$$(a+b)(a^2 + b^2 - ab) = a^3 + b^3 \rightarrow (x+2)(x^2 + 4 - 2x) = x^3 + 8$$

۴- چاق و لاغر:

$$(a-b)(a^2 + b^2 + ab) = a^3 - b^3 \rightarrow (x-1)(x^2 + 1 + x) = x^3 - 1$$

۵- مربع سه‌جمله‌ای:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \rightarrow (a-b-1)^2 = a^2 + b^2 + 1 - 2ab - 2a + 2b$$

۶- مکعب دو جمله‌ای:

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 \rightarrow (x+1)^3 = x^3 + 1 + 3x^2 + 3x$$

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2 \rightarrow (a-2)^3 = a^3 - 8 - 6a^2 + 12a$$

اتحادهای فرعی:

۱) $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

۲) $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$

۳) $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

۴) $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

۵) $x + \frac{1}{x} = k \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = k^2 - 2$

۶) $x - \frac{1}{x} = k \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = k^2 + 2$

۷) $x + \frac{1}{x} = k \rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = k^3 - 3k$

۸) $x - \frac{1}{x} = k \rightarrow x^3 - \frac{1}{x^3} = k^3 + 3k$

تجزیه چندجمله‌ای‌ها: منظور از تجزیه آن است که عبارت‌های جمع و تفریقی چندجمله‌ای را به حاصل ضرب چند عبارت تبدیل کنیم.

الف) فاکتورگیری: از عامل‌های مشترک در چندجمله‌ای‌ها فاکتور می‌گیریم.

$$2x^2y^3 - 50xy^2 = 2xy^2(xy - 25)$$

$$xy - x^2 = x(y - x)$$

ب) استفاده از اتحادها:

مزدوج: $9x^2 - 4 = (3x - 2)(3x + 2)$

مربع دو جمله‌ای: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

یک جمله مشترک: $x^2 - 3x - 4 = (x + 1)(x - 4)$

چاق و لاغر: $x^3 - 27y^3 = (x - 3y)(x^2 + 9y^2 + 3xy)$

* روش A: در تجزیه سه‌جمله‌ای‌هایی که x^2 دارای ضریب است، سه‌جمله‌ای را A فرض می‌کنیم و طرفین تساوی را در ضریب x^2 ضرب می‌کنیم و به کمک اتحاد یک جمله مشترک تجزیه را انجام می‌دهیم، از عامل‌ها عدد ضرب شده را فاکتور می‌گیریم و از دو طرف تساوی ساده می‌کنیم.

$$A = 3x^2 - 5x - 2 \xrightarrow{\times 3} 3A = 9x^2 - 5(3x) - 6$$

$$\rightarrow 3A = (3x - 6)(3x + 1) \rightarrow 3A = 3(x - 2)(3x + 1) \rightarrow A = (x - 2)(3x + 1)$$

ج) روش دسته‌بندی: عبارت‌ها را به دسته‌هایی تقسیم می‌کنیم که از هر دسته فاکتورگیری انجام پذیرد یا هر دسته اتحاد مربع دو جمله‌ای باشد اگر فاکتورگیری انجام شد سعی می‌کنیم عامل‌های یکسانی ایجاد کنیم و اگر از اتحاد مربع دو جمله‌ای استفاده کردیم سعی بر این است که از اتحاد مزدوج استفاده کنیم:

$$* \frac{x^5 - x^4}{\downarrow} \frac{-4x + 4}{\downarrow} = \frac{x^4(x-1) - 4(x-1)}{\downarrow} = (x-1)(x^4 - 4) = (x-1)(x^2 - 2)(x^2 + 2)$$

مزدوج فاکتور از (x-1) فاکتور از (-4) فاکتور از x^4

$$* \frac{x^2 + 2x + 1}{\downarrow} - y^2 = \frac{(x+1)^2 - y^2}{\downarrow} = (x+1-y)(x+1+y)$$

مربع دو جمله‌ای مزدوج