

فصل ۴ جبر و معادله



ساده کردن عبارات جبری

۱- جمله‌ی n ام هر یک از عبارات‌های زیر را بنویسید.

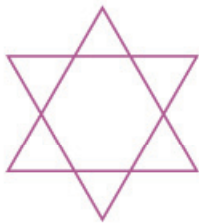
الف $۳, ۶, ۹, ۱۲, \dots$

ب $۱, ۴, ۹, ۱۶, \dots$

ج $۱۱, ۲۱, ۳۱, ۴۱, \dots$

د $۲, ۵, ۸, ۱۱, \dots$

۲- جمله‌های متشابه را روی رأس‌های مثلث‌ها بنویسید.



$$۲m, \frac{m}{۳}, \Delta m^۲n, \frac{۲}{۳}m, \sqrt{۱} \cdot m^۲n, \frac{m^۲n}{\Delta}$$

۳- تعداد چوب‌کبریت‌های شکل n ام چند تا است؟



(۱)



(۲)

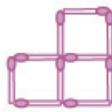


(۳)

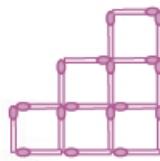
....



(۱)



(۲)



(۳)

....

۴- جمله‌های متشابه را جمع کنید.

$$۴x^۲yz, \quad \Delta x^۲y^۲, \quad -۴x^۲y^۲, \quad -۳xy^۲z$$

۵- عبارات‌های جبری زیر را ساده کنید.

الف $(۴a^۲ - ۳a + ۲ab) + (a^۲ - ۲a + ۳ab) =$

ب $(a^۲ - ۲a^۲ + ۱) - (a^۲ - ۳a^۲ - ۷) =$

ج $۲m - \frac{m}{۲} + \frac{m}{۳} =$

د $\frac{xy}{۳} - xy =$

ه $\frac{۳}{۲}x^۲ - \frac{۳x}{۲} - ۱ \cdot x - x^۲ =$



۶- حاصل عبارتهای زیر را بنویسید و جوابها را با هم مقایسه کنید.

الف $a + a =$

ب $a \times a =$

ج $3a + 2a =$

د $3a \times 2a =$

هـ $a^2 + a^2 =$

و $a^2 \times a^2 =$

ز $-ab - ab =$

ح $(-ab)(-ab) =$

ط $\frac{a}{3} - \frac{a}{4} =$

ی $\frac{a}{3} \times \frac{a}{4} =$

رمز:

۷- ضربها را انجام دهید، سپس ضریب عددی هر جمله را در جدول پیدا و رمز را بیابید.

الف $2ab \times -4a =$

ب $-6x \times 2y =$

ج $-4m \times -m^2 =$

د $\frac{1}{6}ax^2 \times \frac{2}{5}x^2a =$

هـ $-3x \times 2xy \times \frac{5}{3}x^2z =$

| | | | | | |
|----|---|-----|-----|----|---|
| -۸ | ۱ | -۱۲ | -۱۰ | +۴ | ۲ |
| پ | ا | ر | ر | گ | ک |

۸- هر عبارت را به حاصل ساده شده اش وصل کنید.

| | |
|---------------|--------------------------|
| $(a+b)(a-2b)$ | <input type="checkbox"/> |
| $(x+3)(x+3)$ | <input type="checkbox"/> |
| $(a+b)(a-b)$ | <input type="checkbox"/> |
| $(2x-3)^2$ | <input type="checkbox"/> |

| | |
|-------------------|--------------------------|
| $4x^2 - 12x + 9$ | <input type="checkbox"/> |
| $a^2 - b^2$ | <input type="checkbox"/> |
| $x^2 + 6x + 9$ | <input type="checkbox"/> |
| $a^2 - ab - 2b^2$ | <input type="checkbox"/> |

۹- عبارتهای جبری زیر را ساده کنید.

الف $(-6 - m^2 - m) - 2(4m - 3m^2 + 3) =$

ب $a(b-c) - b(c-a) + c(a-b) =$

ج $9x + (-6y - (x^2 - x - x^2) + 4) =$

د $(a+2)(a+3) =$

هـ $(x+1)(x^2 - x + 1) - (x^2 - 1) =$

۱۰- اگر $A = 2x^2 - 1$ و $B = x - 1$ و $C = 3x + 2$ باشد، حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف $A + B - C =$

ب $A - B \times C =$

ج $2A + B \times (-2C) =$

۱۱- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

الف $x + 2(3x^2 - 1) - (2x - 1)(3x + 2) =$

ب $2a^5 - 2a[a - a(1-a)]^2 =$

ج $(x - 2y + 1)^2 =$

د $(xy)^2 (-xy)^2 + (2x^5y^5)(y^2) =$



۱۲- در جاهای خالی جمله‌ی مناسب قرار دهید.

$$\frac{-(x-2y+ \quad) + (\quad + y+2)}{3x+3y-1}$$

۱۳- عبارت جبری بنویسید که حاصل جمع آن با عبارت $-3x + 7 - 2a^2$ مساوی $2a^2$ شود.

پیدا کردن مقدار یک عبارت جبری

۱- اگر $x^2 = 9$ باشد، آن‌گاه x برابر چه عددهایی است؟

۲- اگر $a = -1$ و $b = 3$ باشد، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

الف $-a - ab = -(\quad) - (\quad) (\quad) =$

ب $2a^2b - b = 2(\quad)^2(\quad) - (\quad) =$

ج $\frac{b-2a}{b^2} = \frac{(\quad) - 2(\quad)}{(\quad)^2} =$

۳- جدول زیر را کامل و سپس جواب‌های هر ستون را با هم مقایسه کنید.

| | | | |
|-----------|---|----|---|
| a | ۱ | -۱ | ۳ |
| b | ۲ | -۲ | ۰ |
| $2ab^2$ | | | |
| $-2ab$ | | | |
| $(2ab)^2$ | | | |
| $2(ab)^2$ | | | |

۴- اگر $x = -2$ و $b = 6$ باشد، نشان دهید دو عبارت هر ردیف با هم برابر است.

| | |
|--------------|--------------------|
| $(2x+b)^2$ | $4x^2 + b^2 + 4xb$ |
| $(x+b)(x-b)$ | $x^2 - b^2$ |

۵- ابتدا عبارت‌های زیر را ساده کنید و سپس به ازای $x = 2$ و $y = \frac{1}{4}$ حاصل را به دست آورید.

الف $xy - yx =$

ب $-2(x+1) - 2(y+2) =$

ج $(x-y)(2x-2y) =$

د $2x(x-2y) + 6xy =$

ه $(-x-y)(x+y) =$

۶- حاصل هر عبارت را به مقدار درستش وصل کنید. ($x = -2$)

| | |
|-----------------|---|
| $x - x^2$ | □ |
| $1 - (-(-x))^2$ | □ |
| $-7x^2 + 5$ | □ |

| | |
|---|-----|
| □ | -۳ |
| □ | -۶ |
| □ | -۲۳ |

۷- به ازای تعدادهای داده شده عبارت‌های زیر را حساب کنید.

الف $-3b^2 + 1 =$
 $b = -2$

ب $-x^2 - x^2 =$
 $x = \frac{2}{3}$

ج $\frac{-2ab + 3c}{2b - 6a^2} =$
 $\begin{cases} a = 0 \\ b = 0/5 \\ c = 1/2 \end{cases}$

د $x^2 + 3x^2y =$
 $\begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$

ه $\frac{3(a+b)}{-2c} =$
 $\begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = -3 \end{cases}$

و $\frac{x^2 + 1}{x} =$
 $x = -1$

ز $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{4}x^2 + x =$
 $x = 2$

ح $\sqrt{b^2 + 4ac} =$
 $\begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = -4 \end{cases}$

تجزیه عبارت‌های جبری

۱- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف اگر دو جمله عامل مشترک نداشته باشند نمی‌توانیم مجموع یا اختلاف آن‌ها را به ضرب دو عبارت جبری تبدیل کنیم. □

ب در تبدیل دو عبارت جبری با ضریب‌های متفاوت، به طور معمول ب.م.م ضریب‌ها را به عنوان عامل مشترک فاکتور می‌گیریم. □

۲- هر یک از عبارت‌های زیر را به صورت ضرب دو عبارت جبری تبدیل کنید.

الف $a - a^2 = a(\text{---} - \text{---})$ ب $abc + bcd = \text{---}(a + \text{---})$ ج $3^6 + 3^6 = \text{---}(\text{---} + 1)$

۳- عبارت‌های سمت چپ را به عبارت‌های مناسب سمت راست وصل کنید.

| | |
|-----------------------------|---|
| $1 \cdot a^2 + 1 \cdot 5ab$ | □ |
| $2 \cdot a^2b^2 + 4ab$ | □ |
| $4ab - 4a^2$ | □ |

| | |
|---|--------------|
| □ | $4a(b-a)$ |
| □ | $4ab(5ab+1)$ |
| □ | $5a(2a+3b)$ |



۴- عبارتهای زیر را به صورت ضرب دو عبارت جبری بنویسید.

الف $3x^2 - 2x^5 =$

ب $12x - 8y^2 =$

ج $9a^2x - 3x =$

د $36x^2y^2 - 16x^2y =$

ه $2x^2 - 2ax + 4x =$

و $4xy + 2x^2y + 3xy^2 =$

ز $3x^2y^2 - 5x^2y^2 - x^2y^2 =$

۵- ابتدا در عبارتهای زیر صورت و مخرج را به ضرب تبدیل و سپس آن‌ها را ساده کنید.

الف $\frac{10a^2x^2}{15ax^2} =$

ج $\frac{ab-b}{ac-c} =$

ب $\frac{x^2-x}{x^2-x^2} =$

د $\frac{5abc+ab}{10xyc+2xy} =$

۶- عبارتهای زیر را به صورت ضرب دو عبارت بنویسید.

الف $5 \times 3^7 + 2 \times 3^7 = 3^7(2+5) = 3^7 \times 7$

ب $6 \times 5^9 + 3 \times 5^9$

ج $2 \times 7^6 + 4 \times 7^6 + 3 \times 7^6 =$

د $8 \times 5^8 - 5^8 =$

ه $4 \times 2^9 - 3 \times 2^9 - 2^9 =$

و $7 \times 5^{11} + 8 \times 5^{11} - 10 \times 5^{11} =$

۷- عبارتهای زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید.

الف $17 \times 7^9 - 10 \times 7^9 =$

ب $14 \times 5^7 + 11 \times 5^7 =$

ج $8 \times 3^9 + 3^9 =$

د $2^{15} + 2^{15} + 2^{15} + 2^{15} =$

ه $6 \times 2^{30} + 10 \times 2^{30} =$

۸- عبارتهای زیر را به صورت ضرب دو عبارت جبری بنویسید.

الف $x^2(a+b) + y^2(a+b) =$

ب $x^2(3-y) - z(3-y) =$

ج $4(a+b) - 9(a+b) =$

معادله

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

الف $x + 11 = 14$

ب $5x - 3 = 2x$

ج $-11b - 9 = 0$

د $a - 4/5 = 10$

ه $5m - 14 = 16$

۲- معادله‌های زیر را به صورت ذهنی حل کنید.

الف $-7n = 49 \rightarrow n =$

ب $15a = -30 \rightarrow a =$

ج $\frac{n}{6} = 12 \rightarrow n =$

د $-19c = 0 \rightarrow c =$

ه $6k + 5 = 5 \rightarrow k =$

و $\frac{n}{n} = n \rightarrow n =$

ز $8a = 8 \rightarrow a =$

ح $y + y = y \rightarrow y =$

ط $6d - 6 = 0 \rightarrow d =$

ی $m \times \frac{m}{m} = 8 \rightarrow m =$

۳- معادله‌های زیر را حل کنید.

الف $2(2-x) = 2(x-1)$

ب $3x - 2(x-1) = 0$

ج $7(2y-3) - 4(3y-1) = 5y+1$

د $4\left(\frac{3}{4}x-7\right) - 3\left(\frac{x-2}{3}\right) = 9$

۴- الف با توجه به جدول زیر، معادله‌های زیر را حل کنید.

| | | | | |
|---------------|--------------------------|----------------|--------------------|-----------------------------------|
| $2x + 5 = 13$ | $\xrightarrow{\times 2}$ | $6x + 15 = 39$ | $\xrightarrow{+5}$ | $\frac{2}{5}x + 1 = \frac{13}{5}$ |
| $x =$ | | $x =$ | | $x =$ |

ب از این تمرین چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۵- با توجه به سؤال ۴ معادله‌های زیر را حل کنید.

الف $\frac{2x}{3} - 1 = x$

ب $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 1$

ج $\frac{5x}{3} + \frac{1}{2} = x + 1$

د $1 - \frac{x+1}{2} = x - \frac{1}{2}$

ه $\frac{x+1}{4} + \frac{x-2}{5} = 10$

۶- معادله‌های زیر را حل کنید.

الف $\frac{x+4}{3} = \frac{2x-1}{5}$

ب $\frac{2x+1}{5} = 3$

ج $\frac{2}{x+1} = \frac{3}{2x-1}$

د $\frac{1}{4} = \frac{3}{m+5}$

۷- الف سه کسر بنویسید که برابر با صفر باشند.

ب در چه صورتی یک کسر برابر با صفر خواهد بود؟

ج با توجه به پاسخ دو قسمت قبل معادله‌های زیر را حل کنید.

$$(1) \frac{5x-20}{4x+21} = 0$$

$$(2) \frac{x-2}{2x-4x^2+17} = 0$$

۸- معادله‌های توانی زیر را حل کنید.

الف $3^x = 27$

ب $7^x = 1$

ج $5^{2x-2} = 625$

حل مسئله

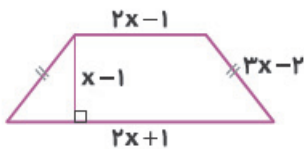
۱- هر جمله را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

الف مساحت یک مربع به قطر a .

ب حجم استوانه‌ای به شعاع قاعده‌ی r و ارتفاع h نسبت به مساحت دایره‌ای به شعاع $2r$.

ج قیمت n بلیت تئاتر به قیمت d تومان برای k دانش‌آموز.

۲- با توجه به شکل محیط و مساحت دوزنقه را به دست آورید.



۳- جمله‌ی n ام هر یک از عبارت‌های زیر را بنویسید.

الف $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12}, \dots$

ب $\frac{5}{2}, 5, \frac{15}{2}, 10, \frac{25}{2}, 15, \dots$

ج $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{8}{9}, \dots$

د $3, 6, 12, 24, 48, \dots$

۴- اگر ضلع یک مربع $x+y$ و ضلع مربع دیگر $x-y$ باشد، تفاضل مساحت‌های دو مربع چه قدر است؟

۵- هر عبارت را به ساده‌شده‌اش وصل کنید.

| | |
|----------------------------------|--------------------------|
| $(a+b)(a-b) =$ | <input type="checkbox"/> |
| $a^2(a-b^2) - 2a^2 =$ | <input type="checkbox"/> |
| $x^2 - 7x - 2x(x-3) =$ | <input type="checkbox"/> |
| $2(3a-1)^2 - 2(2a-1)^2 - 6a^2 =$ | <input type="checkbox"/> |

| | |
|--------------------------|----------------|
| <input type="checkbox"/> | $a^2 - a^2b^2$ |
| <input type="checkbox"/> | $a^2 - b^2$ |
| <input type="checkbox"/> | -1 |
| <input type="checkbox"/> | $-x^2 - x$ |

۶- آیا $x^2 = 2x$ همیشه درست است؟ چرا؟ به ازای چه مقدارهایی این عبارت درست است؟

۷- اگر $x = \sqrt{2+1}$ باشد، مجذور x برابر چند است؟

۸- یک مکعب‌مستطیل به طول ۴ و عرض ۳ و ارتفاع ۵ است:

الف) مساحت جانبی و مساحت کل را به صورت عبارت جبری بنویسید. (طول = a ، عرض = b ، ارتفاع = h)

ب) مقدار مساحت جانبی و مساحت کل را به دست آورید.

۹- از نسبت $\frac{m+n}{m-n} = \frac{4}{5}$ مقدار $\frac{n}{m}$ چیست؟

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{P} + \frac{1}{Q}$$

۱۰- مقدار F به ازای $P=4$ و $Q=3$ چیست؟

۱۱- نشان دهید جمع دو عدد مقلوب دورقمی همواره بر ۱۱ بخش پذیر است.

۱۲- باقی مانده‌ی تقسیم عددهای a و b بر ۵ به ترتیب ۲ و ۳ است. باقی مانده‌ی عددهای $a+b$ و $a \times b$ بر ۵ را به دست آورید.

۱۳- تفاضل دو عدد دورقمی \overline{ab} و مقلوبش ۲۷ شده. اگر $a=2b$ باشد، \overline{ab} را پیدا کنید.

۱۴- عبارت‌های زیر را ابتدا به صورت ضرب دو عبارت بنویسید، سپس آن‌ها را ساده کنید.

الف)
$$\frac{ab^r + b^r a}{ra^r b + rab^r} =$$

ب)
$$\frac{2^{30} + 4^{15}}{3^{30} + 9^{15}} =$$

ج)
$$\frac{2^{70} - 2^{70} + 2^{70}}{2^{71} + 2^{71} + 2^{71}} =$$

۱۵- عبارت‌های زیر را ساده کنید.

الف)
$$\frac{\frac{3x}{y}}{\frac{x}{y}} =$$

ب)
$$\frac{\frac{2}{4}a - \frac{a}{2}}{\frac{2}{a} - \frac{1}{a}} =$$

ج)
$$\frac{\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y}}{\frac{2}{3}} =$$



۱۶- درستی یا نادرستی رابطه‌ی زیر را به ازای $x = \frac{1}{4}$ و $x = -2$ و $x = 3$ بررسی کنید.

$$x^2 = 2x$$

۱۷- عبارتهای زیر را به صورت ضرب دو عبارت در آورید و ساده کنید.

الف $7^{20} + 42 \times 7^{19} =$

ب $44 \times 4^{100} + 20 \times 4^{100} =$

ج $(a + \frac{1}{a})^2 =$

۱۸- معادله‌های زیر را حل کنید.

الف $\frac{a+5}{2} - \frac{2a-3}{3} = \frac{3-a}{4}$

ب $\frac{x-1}{3} - \frac{2x+3}{5} = \frac{-x+2}{4}$

ریاضی کاربردی

۱- اگر از ثلث عددی ۱۲ واحد کم کنیم، حاصل برابر با نصف همان عدد می‌شود، آن عدد را پیدا کنید.

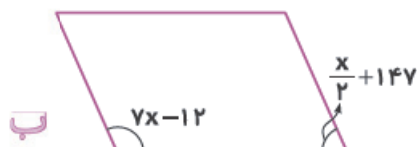
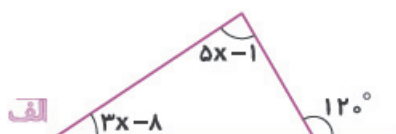
۲- دانش‌آموزان یک مدرسه ۱۲۰ نفر هستند. اگر این مدرسه ۷ کلاس داشته باشد و یکی از کلاس‌ها ۶ دانش‌آموز کم‌تر از بقیه کلاس‌ها داشته باشد، هر کلاس چند نفر دانش‌آموز دارد؟

۳- مجموع سه عدد فرد متوالی ۱۱۷ است، آن عددها را بیابید.

۴- یک کارخانه ۶۷۰ کارگر و کارمند دارد. اگر تعداد کارگرها ۴۸۴ نفر بیشتر از کارمندان باشد، این کارخانه چند کارگر و چند کارمند دارد؟

۵- علی همان قدر از ۱۴۷۰۰ تومان بیشتر دارد که از ۱۹۱۰۰ تومان کم‌تر دارد. پول علی چه قدر است؟

۶- مقدار x را بیابید.



۷- جمله‌های سمت راست را به جواب‌های درست سمت چپ وصل کنید.

مثبت می‌شود.
 هر دو عدد صفر یا قرینه‌ی یکدیگر باشند.
 عدد اول یا عدد دوم صفر باشد.

حاصل ضرب دو عدد زمانی صفر است که
 مجموع دو عدد زمانی صفر است که
 اگر عدد به توان زوج برسد،

با توجه به جدول بالا معادله‌های زیر را حل کنید:

الف مقدار x چیست؟

$$(x+7)^2 + (8-x)^2 = 0$$

ب حاصل $a+b+c$ چیست؟

$$(a-2)^{10} + (b-3)^{12} + (c-4)^{14} = 0$$

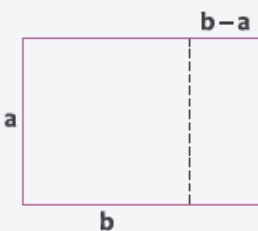
ج معادله‌ی روبه‌رو چند جواب دارد؟ کدام جواب نمی‌تواند درست باشد؟ چرا؟

$$\frac{(x-5)(x+7)}{x^2-25} = 0$$

خواندنی

۱- مستطیل طلایی خاصیت جالبی دارد. نسبت تفاضل طول و عرضش به عرض مستطیل برابر نسبت عرض به طول مستطیل است. این خاصیت را با استفاده از حروف a به جای عرض و b به جای طول بنویسید.

۲- **الف** یک مستطیل طلایی به صورت زیر داریم، از آن یک مربع جدا می‌کنیم. آیا مستطیل باقی‌مانده یک مستطیل طلایی است؟



ب این مرحله را ادامه دهید تا مستطیل‌های طلایی کوچک‌تری بسازید.

تمرین‌های مروری

۱- با توجه به تساوی‌های مقابل، مقدار $19^2 - 15^2$ بر حسب x و y چه قدر است؟

$$2x - 3y = 15$$

$$2x + 3y = 19$$

۲- اگر $a - b = 5$ و $ab = -6$ باشد، حاصل $a^2 + b^2$ چه قدر است؟



۳- اگر $2^x = a$ باشد، مقدارهای زیر را بر حسب a به دست آورید.

| | | | |
|-----------|-----------|------------|------------|
| 2^{x+1} | 4^{x+1} | 2^{2x-1} | 8^{2x-5} |
| | | | |

۴- عددهای مخلوط زیر را ساده کنید.

الف $x \frac{2x}{x-1} =$

ب $(2x+1) \frac{-2x+1}{x+1} =$

۵- ثابت کنید اگر a بر b بخش پذیر باشد، a^n نیز بر b^n بخش پذیر است.

۶- نشان دهید مربع هر عدد فرد، عددی فرد است.

۷- عبارتهای زیر را ابتدا به صورت ضرب دو عبارت بنویسید و سپس ساده کنید.

الف $\frac{ax+1}{abx+b} =$

ب $\frac{6x^r b^r + 2x^r b}{2x^r b} =$

۸- معادلههای زیر را حل کنید.

الف $\frac{1}{2x} = \frac{2(x-1)}{2x} - 9$

ب $(2x-1)^y = 1$

ج $2^{2x-4} = 1$

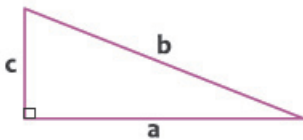
د $4^x = 2$

ه $(x^5 - 22)^f + (x^f + y^f) = 0$



رابطه فیثاغورس

رمز:



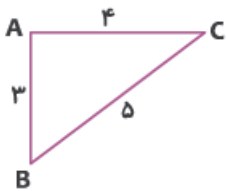
۱- گزینه‌ی صحیح هر سؤال را مشخص و رمز را پیدا کنید.

(A) در مثلث قائم‌الزاویه‌ی زیر اندازه‌ی ضلع‌ها را با a ، b و c نمایش داده‌ایم. کدام رابطه درست است؟

$b^2 = a^2 + c^2$ (ص)
 $a^2 + b^2 = c^2$ (ب)

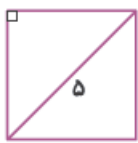
(B) کدام دسته از عددهای زیر می‌تواند ضلع‌های یک مثلث قائم‌الزاویه باشد؟

$۷, ۱۲, ۱۳$ (الف)
 $۹, ۱۵, ۱۲$ (د)



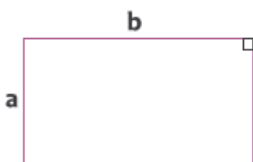
(C) رأس A در مثلث مقابل به طور حتم قائمه است، زیرا:

$۳^2 + ۵^2 = ۴^2$ (ر)
 $۵^2 - ۳^2 = ۴^2$ (الف)



(D) اندازه‌ی مساحت مربع مقابل ——— است.

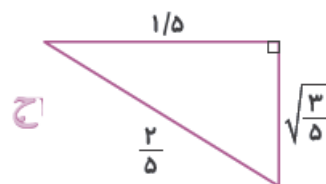
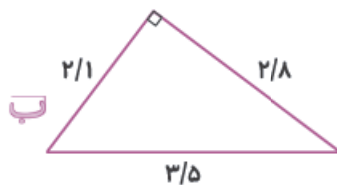
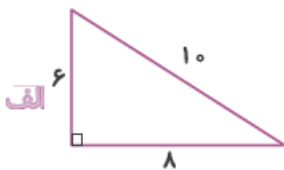
$\frac{۵}{\sqrt{۲}}$ (ق)
 $۱۲/۵$ (الف)



(E) اندازه‌ی قطر مستطیل مقابل ——— است.

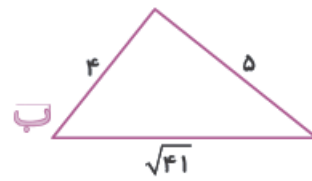
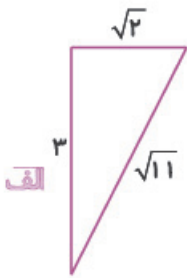
$\sqrt{a^2 + b^2}$ (ت)
 $a + b$ (ن)

۲- درستی رابطه‌ی فیثاغورس را در هر یک از مثلث‌های زیر بررسی کنید.

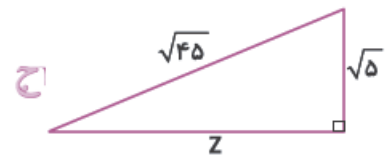
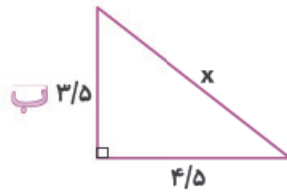
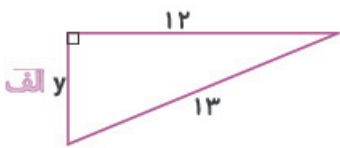




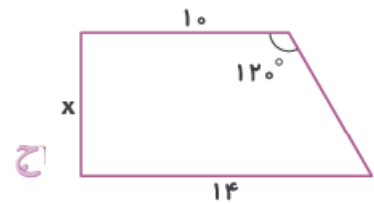
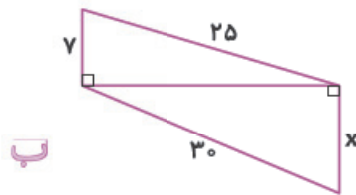
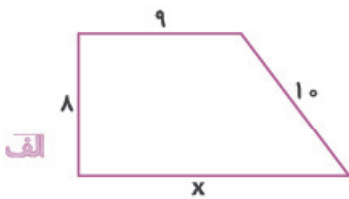
۳- کدام مثلث قائم الزاویه است؟



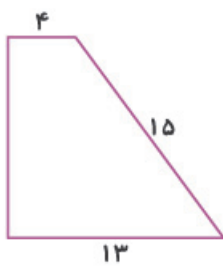
۴- در هر یک از شکل‌های زیر مقدار مجهول را به دست آورید.



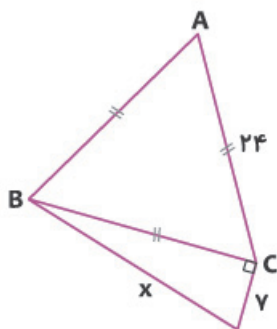
۵- مقدار x را بیابید.



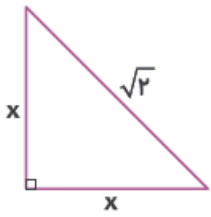
۶- مساحت شکل مقابل را بیابید.



۷- مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. مقدار x را بیابید.

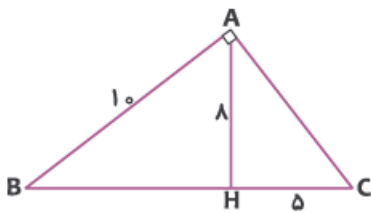


۸- محیط مثلث مقابل را بیابید.



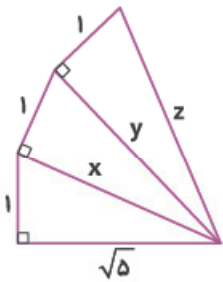
۹- اندازه‌ی قطر لوزی ۲ و ۱۶ سانتی‌متر است، محیط لوزی را بیابید.

۱۰- محیط و مساحت مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC را به دست آورید.

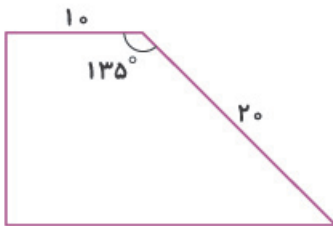


۱۱- اگر قطر مستطیلی ۱۲ و عرض آن ۵ سانتی‌متر باشد، مساحت مستطیل را به دست آورید.

۱۲- مقدار x ، y و z را به دست آورید.



۱۳- مساحت ذوزنقه‌ی مقابل را به دست آورید.



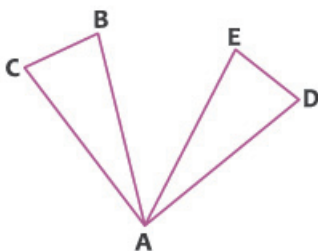
شکل‌های هم‌نهم‌هشت

۱- مثلث ABC دوران یافته‌ی CDE حول نقطه‌ی C به اندازه‌ی 90° درجه است. کدام گزینه صحیح است؟

رمز:

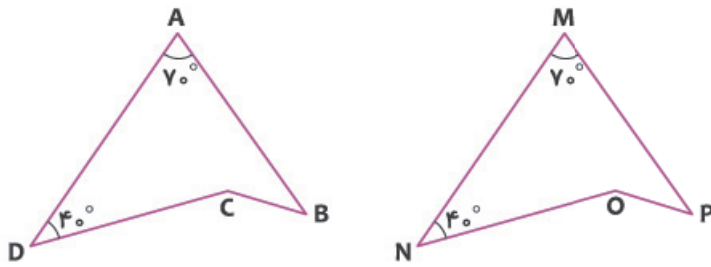
$\overline{BC} = \overline{DE}$ (م)

$\hat{A} = \hat{E}$ (س)



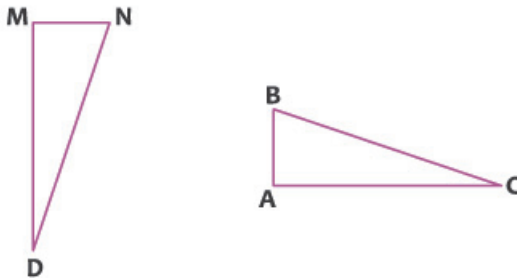
۲- در دو شکل هم‌نهشت زیر، کدام اجزا نظیر هم هستند؟

- (ع) \widehat{D} و \widehat{N} (ج) \overline{AB} و \overline{MN}



۳- دو مثلث زیر هم‌نهشت هستند. با کدام تبدیل‌ها می‌توان دو مثلث را بر هم منطبق کرد؟

- (الف) دوران و انتقال (ب) تقارن محوری و انتقال



۴- کدام مورد صحیح نیست؟

- (و) دو قطر مربع محور تقارن مربع است. (د) هر وتر دایره محور تقارن دایره است.

۵- کدام مورد صحیح است؟

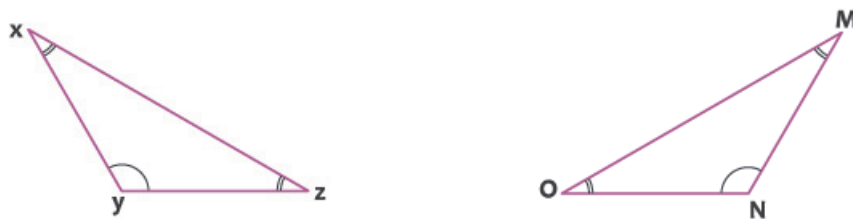
- (ب) همیشه ۲ مربع با هم هم‌نهشت هستند. (ت) دو مربع که دارای قطرهای برابر باشند، هم‌نهشت هستند.

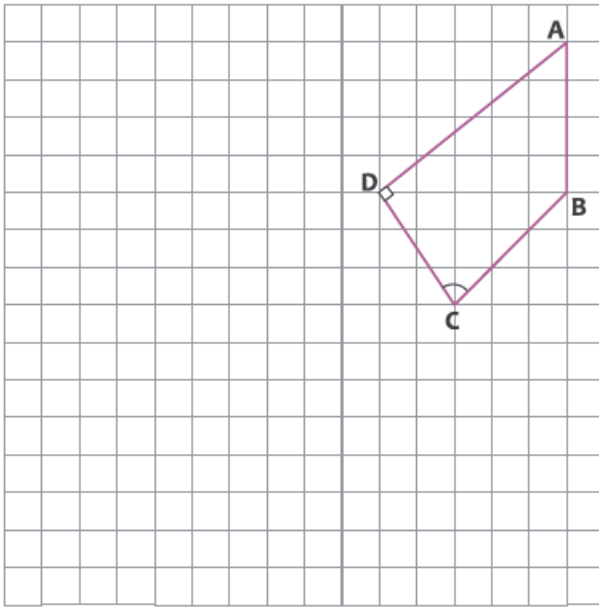
۶- مثلث $\triangle ABC$ با یک تقارن محوری و یک انتقال بر مثلث $\triangle RQS$ منطبق شده است. عبارتهای زیر را کامل کنید.



$\triangle ABC \cong$ _____ $\widehat{A} =$ _____ $\widehat{B} =$ _____ $\widehat{C} =$ _____

۷- در شکل زیر دو مثلث هم‌نهشت هستند. تساوی اجزای متناظر را بنویسید.





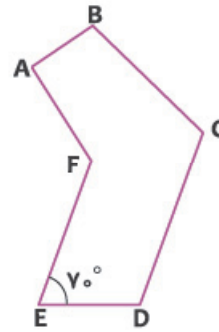
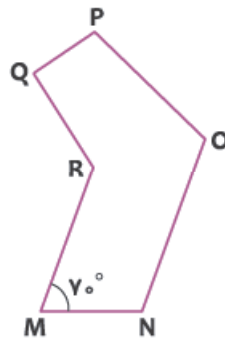
۸- چهارضلعی ABCD را 180° درجه حول نقطه‌ی C دوران دهید و آن را $A'B'C'D'$ بنامید و سپس شکل حاصل را با بردار انتقال $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ انتقال دهید و شکل به دست آمده را نام‌گذاری کنید.

الف) عبارت‌های زیر را کامل کنید.

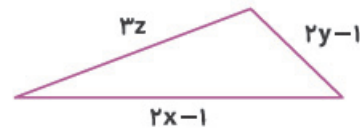
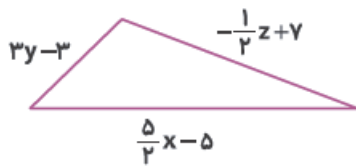
$$ABCD \cong \text{-----} \cong \text{-----}$$

ب) تساوی اجزای متناظر را در سه شکل بنویسید.

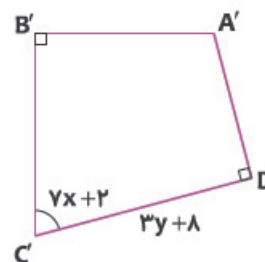
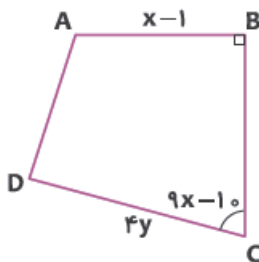
۹- در شکل زیر دو شش‌ضلعی بر هم قابل انطباق هستند. تساوی اجزای متناظر را بنویسید.



۱۰- دو مثلث زیر نسبت به خط d متقارن هستند. x ، y و z را بیابید.



۱۱- دو شکل زیر نسبت به یک خط تقارن عمودی با هم قرینه هستند. ابتدا x و y را به دست آورید و سپس تساوی‌ها را کامل کنید.

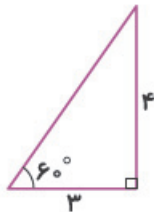


$$\hat{C} = \text{-----} \quad \overline{CD} = \text{-----} \quad \widehat{ABC} = \text{-----}$$

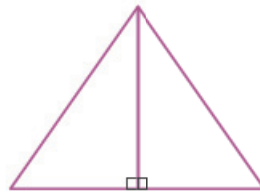
۱۲- مثلث ABC با دوران 90° درجه حول نقطه‌ی C و سپس انتقال بر مثلث DEF منطبق می‌شود. مقدار x ، y و z را بیابید.



۱۳- الگوی زیر از مثلث‌های هم‌نهشت ساخته شده است.



(۱)



(۲)



(۳)

الف دو شکل بعدی را رسم کنید.

ب محیط شکل ششم را به دست آورید.

ج مساحت شکل ۱۱ را محاسبه کنید.

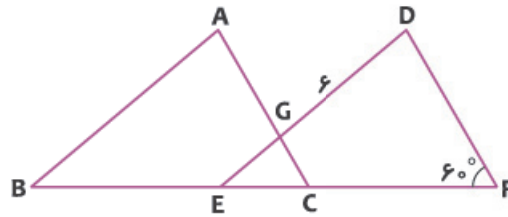
مثلث‌های هم‌نهشت

۱- سؤال را به پاسخ درست وصل کنید.

| | |
|--------------------------|--------------------------|
| لوزی | <input type="checkbox"/> |
| سه زاویه | <input type="checkbox"/> |
| دو ضلع و زاویه‌ی بین | <input type="checkbox"/> |
| دو زنقه‌ی متساوی‌الساقین | <input type="checkbox"/> |

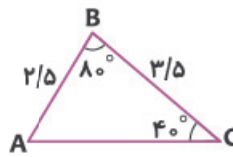
| | |
|--------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> | برای تساوی دو مثلث کدام‌یک از حالت‌ها کفایت نمی‌کند؟ |
| <input type="checkbox"/> | این دو شکل بنا به کدام حالت هم‌نهشت‌اند؟ |
| <input type="checkbox"/> | با رسم قطر کدام‌یک از چهارضلعی‌ها دو مثلث هم‌نهشت حاصل می‌شود؟ |

۲- در شکل زیر دو مثلث ABC و BEF هم‌نهشت‌اند و $BC = EF$ است. اندازه‌ی زاویه‌ی DGC چه قدر است؟

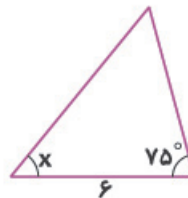
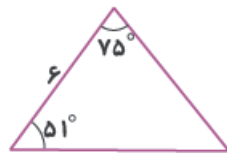


۳- دو مثلث زیر هم‌نهشت‌اند، اندازه‌های خواسته‌شده را بدون اندازه‌گیری بنویسید.

- الف $\hat{A} =$
- ب $\overline{AC} =$
- ج $\hat{M} =$
- د $\overline{MP} =$
- ه $\hat{P} =$

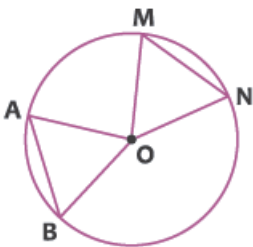


۴- دو مثلث زیر هم‌نهشت‌اند. مقدار x را بیابید.



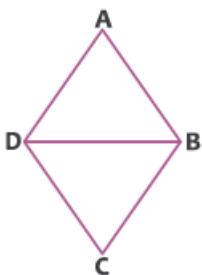
۵- آیا برابری زاویه‌ی رأس دو مثلث متساوی‌الساقین برای هم‌نهشتی آن‌ها کافی است؟

۶- در شکل مقابل دو وتر AB و MN با هم مساوی‌اند، دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید؟

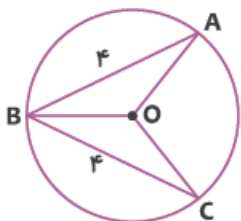


۷- چهارضلعی $ABCD$ لوزی است. دلیل تساوی دو مثلث $\triangle ABD$ و $\triangle BCD$ را بنویسید و تساوی را کامل کنید.

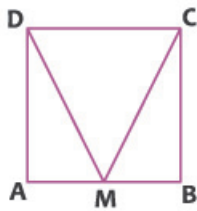
- الف $\hat{A} =$
- ب $\hat{D} =$
- ج $\hat{B} =$



۸- ثابت کنید دو مثلث هم‌نهشت‌اند.



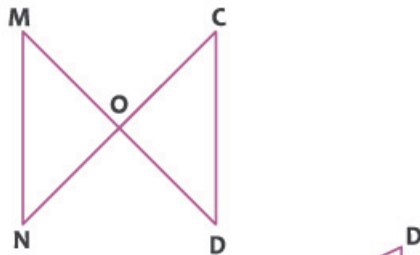
۹- شکل مقابل مربع است و M وسط پاره خط AB است.



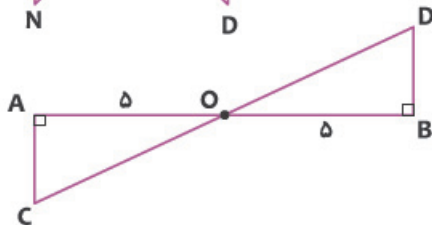
الف چرا دو مثلث ADM و CMB هم‌نهشت‌اند؟

ب مثلث DCM چه نوع مثلثی است؟

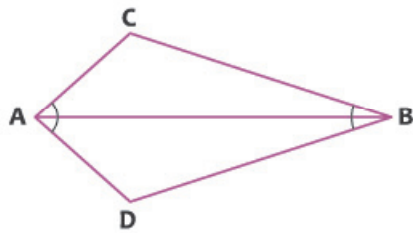
۱۰- O وسط پاره‌های NC و MD قرار دارد. دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید.



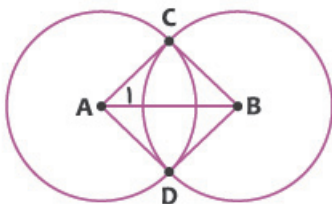
۱۱- در شکل زیر دلیل هم‌نهشتی دو مثلث را بیان کنید.



۱۲- اگر AB نیمساز زاویه‌ی A و B باشد ثابت کنید دو مثلث برابرند.



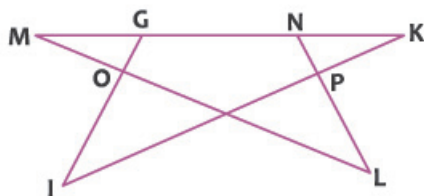
۱۳- الف A و B مرکز دو دایره هستند. ثابت کنید دو مثلث ACB و ADB هم‌نهشت‌اند.



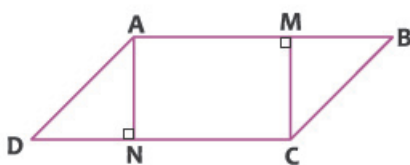
ب رابطه‌های زیر را کامل کنید.

$$\hat{C} = \hat{A}_1 =$$

۱۴- در شکل زیر دو مثلث IGK و LMN مساوی هستند. تساوی اجزای متناظر را بنویسید.



۱۵- در شکل مقابل چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است.



الف دلیل و حالت تساوی دو مثلث ADN و MBC را بنویسید.

ب تساوی اجزای متناظر دو مثلث را بنویسید.

هم‌نهشتی مثلث‌های قائم‌الزاویه

رمز:

۱- به سؤال‌های زیر پاسخ دهید و رمز را پیدا کنید.

(A) حالت‌های (وز) و (وض) حالت‌های هم‌نهشتی کدام مثلث است؟

 (ص) مثلث قائم‌الزاویه

 (ف) مثلث متساوی‌الساقین

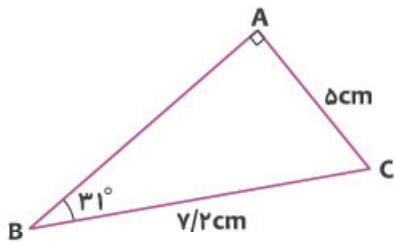
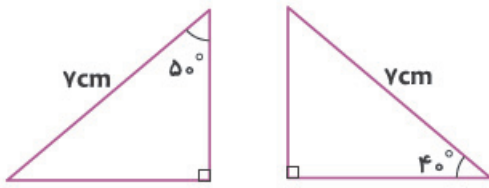
(B) در کدام حالت، دو مثلث قائم‌الزاویه برابر هستند؟

 (ر) تساوی سه زاویه

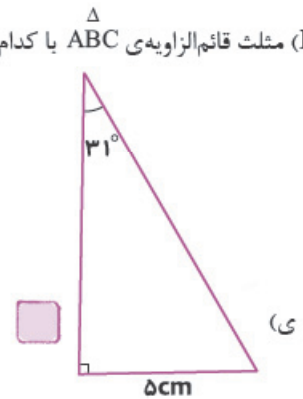
 (ب) تساوی یک ضلع و یک زاویه حاده

(C) دو مثلث مقابل بنا بر کدام حالت هم‌نهشت‌اند؟

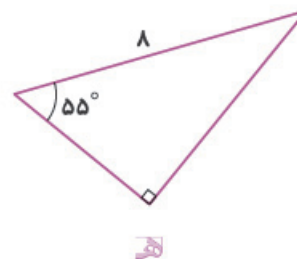
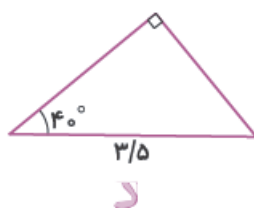
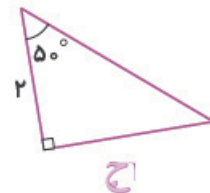
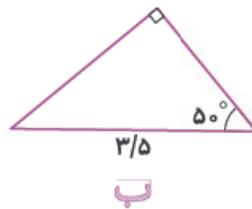
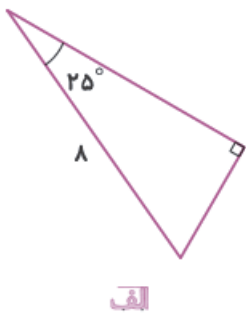
 (و) (وز)

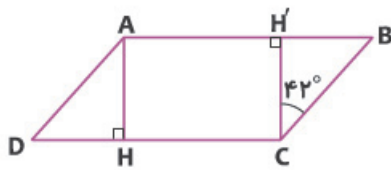
 (ش) (وض)


(D) مثلث قائم‌الزاویه ABC با کدام مثلث هم‌نهشت است؟



۲- تعیین کنید کدام مثلث‌ها با هم، هم‌نهشت هستند، حالت تساوی آن‌ها را بنویسید.





$$\hat{A}_1 =$$

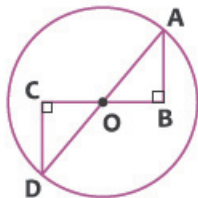
$$\hat{D} =$$

ب تساوی های مقابل را کامل کنید.

۳- چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع متساوی الساقین است.

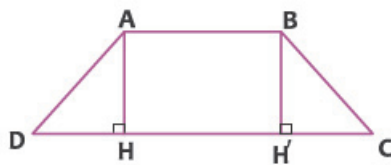
الف چرا دو مثلث $\triangle ADH$ و $\triangle BCH'$ هم‌نهشت‌اند؟

۴- O مرکز دایره است. چرا $\hat{D} = \hat{A}$ ؟

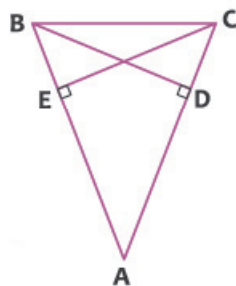


۵- چهارضلعی ABCD ذوزنقه‌ی متساوی الساقین است.

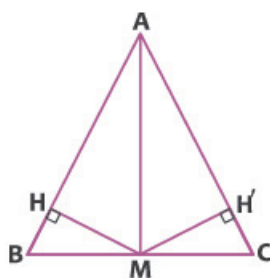
حالت هم‌نهشتی $\triangle AHD$ و $\triangle BH'C$ را با دلیل بیان کنید.



۶- دلیل هم‌نهشتی $\triangle ACE$ و $\triangle ABD$ را بیان کنید. (مثلث ABC متساوی الساقین است.)



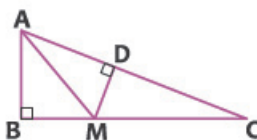
۷- چرا در مستطیل قطرها با هم مساوی هستند؟



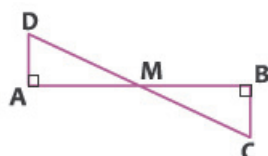
۸- در شکل مقابل AM میانگی وارد بر ضلع BC است.

مثلث ABC متساوی الساقین است. دلیل هم‌نهشتی $\triangle MBH$ و $\triangle MCH'$ را بیان کنید.

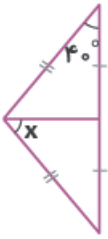
۹- در شکل مقابل AM نیمساز زاویه‌ی A است. چرا $AB = AD$ ؟



۱۰- در شکل مقابل M وسط پاره‌خط DC است، چرا $\hat{D} = \hat{C}$ است؟



۱۱- در شکل مقابل مقدار x را به دست آورید.



حل مسئله

۱- مساحت مثلث متساوی الساقینی به ساق ۱۵ سانتی متر و قاعده‌ی ۲۴ سانتی متر را به دست آورید.

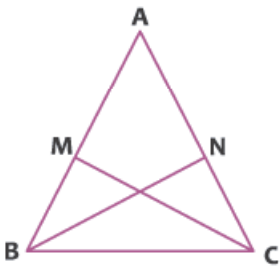
۲- اندازه‌ی ارتفاع مثلث متساوی الاضلاعی را که ضلع آن ۸ سانتی متر است، به دست آورید.

۳- اندازه‌ی قطر مستطیلی ۱۰ سانتی متر است. اگر عرض مستطیل $\frac{3}{5}$ قطر آن باشد، مساحت این مستطیل را بیابید.

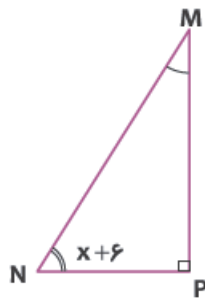
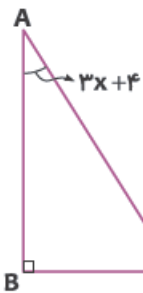
۴- اگر در یک متوازی الاضلاع قطرها را رسم کنید، چند مثلث مساوی می‌توان دید؟

۵- مثلث ABC متساوی الساقین است. BN و CM نیمسازهای زاویه‌های C و B هستند.

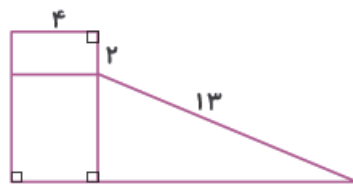
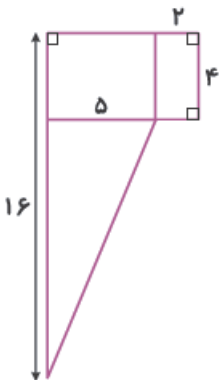
چرا $\triangle BCM$ و $\triangle BNC$ هم‌نهشت‌اند؟



۶- اگر دو مثلث ABC و MNP هم‌نهشت باشند، مقدار x را بیابید.

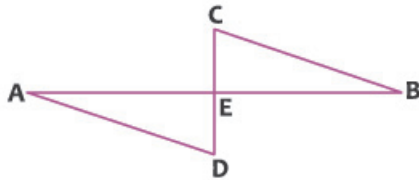


۷- آیا دو شکل زیر هم‌نهشت‌اند؟ چرا؟



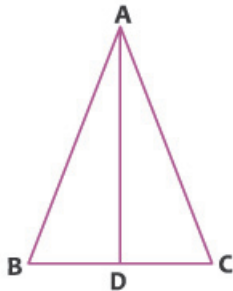
۸- ثابت کنید در یک مثلث متساوی الساقین زاویه‌های مجاور قاعده با هم مساوی‌اند.

۹- AB و CD عمود منصف یکدیگرند. اجزای متناظر را بنویسید.

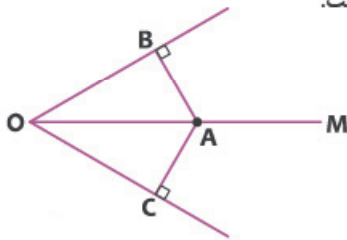


۱۰- مثلث ABC متساوی الساقین است و AD عمود منصف BC نیز است. ثابت کنید در مثلث

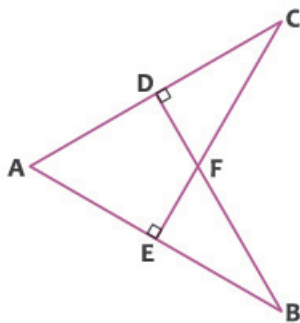
ADC و ABD هم‌نهشت‌اند.



۱۱- با توجه به شکل، OM نیمساز زاویه \hat{O} است. ثابت کنید مثلث ABC متساوی الساقین است.



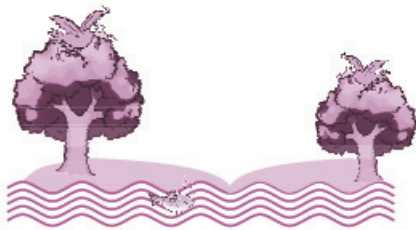
۱۲- در شکل مقابل $AB = AC$. چرا $\hat{B} = \hat{C}$ ؟



ریاضی کاربردی

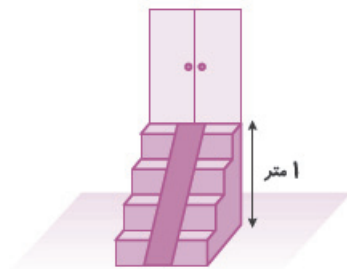


۱- یک قایق با طنابی کشیده شده به اسکله‌ای که ۲ متر بالاتر از سطح دریاست بسته شده است. اگر زاویه‌ای که طناب با سطح افق می‌سازد 30° درجه باشد، طول طناب و فاصله‌ی افقی قایق از اسکله چه قدر است؟



۲- در دو طرف یک برکه درخت‌هایی با ارتفاع 10° و 15 متر وجود دارد و یک ماهی بین این دو درخت در حال شنا کردن است. اگر فاصله‌ی دو پرندۀ که روی درخت‌ها نشسته‌اند با ماهی برابر باشد و فاصله‌ی دو درخت از هم 25 متر باشد، محل ماهی را مشخص کنید.

۳- در ورودی خانه‌ای 1 متر بالاتر از کف خیابان است و باید از تعدادی پله به عرض 20° سانتی‌متر بالا برویم تا به در ورودی برسیم. برای اثبات‌کشی تخته‌ای مطابق شکل روی پله‌ها قرار داده‌ایم تا وسایل را بتوانیم به وسیله‌ی چرخ از روی آن عبور دهیم. اگر نسبت ارتفاع به عرض



افقی هر پله 25 به $6/0$ باشد:

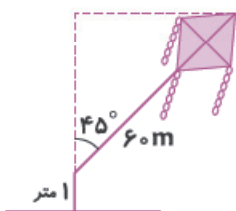
الف ارتفاع هر پله چه قدر است؟

ب تعداد پله‌ها چندتا است؟

ج طول تخته باید حداقل چه قدر باشد؟

جواب: $12/5$ و 8 و $188/67$

۴- در دایره‌ای وتری به طول 6 سانتی‌متر رسم کرده‌ایم. اگر فاصله‌ی مرکز تا این وتر برابر 3 سانتی‌متر باشد، محیط دایره را محاسبه کنید.



۵- طول طناب بادبادکی که به طور کامل کشیده شده است 60 متر می‌باشد و زاویه‌ای که امتداد نخ بادبادک با سطح افقی می‌سازد 45 درجه است. اگر نخ بادبادک به میله‌ای به ارتفاع 1 متر بسته شده باشد، فاصله‌ی بادبادک تا زمین چه قدر است؟

خواندنی



وقتی به یک قاب مستطیل‌شکل مانند نمونه نیرو وارد می‌شود ممکن است قاب تغییر شکل دهد و یا بشکند و از بین برود.



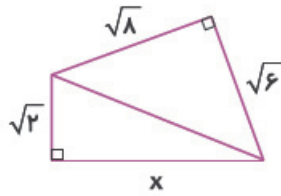
اما اگر به یک قاب مثلث‌شکل نیرو وارد شود تغییر شکل نمی‌دهد، فقط ممکن است بشکند و از بین برود، به همین دلیل مثلث را یک جسم صلب می‌نامند.



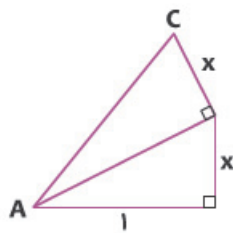
با رسم یک قطر مستطیل می‌توان آن را به دو مثلث صلب تبدیل کرد. از این موضوع در ساختمان‌سازی استفاده‌ی زیادی می‌شود. به طور حتم دیده‌اید که چگونه با جوش دادن قطرهای مستطیل (بادبند) ساختمان را در مقابل زلزله مقاوم می‌کنند.

تمرین‌های مروری

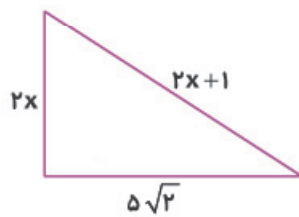
۱- مساحت شکل را به دست آورید.



۲- در شکل مقابل اندازه‌ی AC را بر حسب x بیابید.

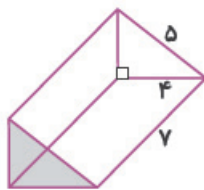


۳- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی مقابل مقدار x را بیابید.



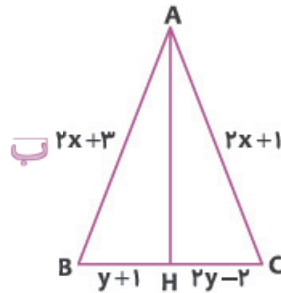
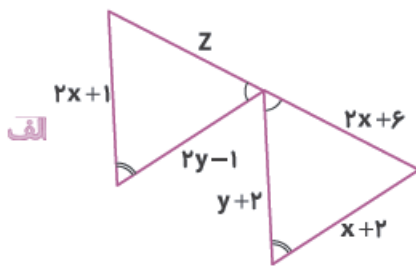
۴- قاعده‌ی منشوری، مثلث قائم‌الزاویه است. اگر وتر مثلث قائم‌الزاویه و یکی از ضلع‌های قائم آن به ترتیب ۵ و ۴ و ارتفاع منشور ۷

سانتی‌متر باشد، حجم منشور را بیابید.



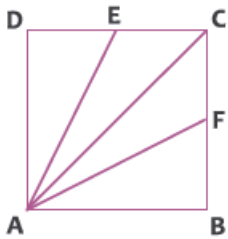
۵- مستطیلی به قطر ۲۵ و طول ۲۴ را حول عرض آن دوران داده‌ایم. حجم شکل حاصل را بیابید.

۶- شکل‌ها هم‌نهشت‌اند. مقدارهای مجهول را به دست آورید.

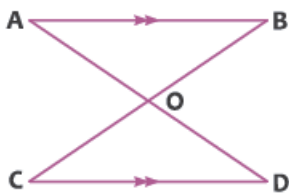


مثلث ABC متساوی‌الساقین
و AH نیمساز \hat{A} است.

۷- در مربع $ABCD$ نقاط E و F وسط ضلع‌های مربع است. دلیل تساوی دو مثلث AEC و AFC را بنویسید.



۸- مساحت مثلث متساوی‌الساقینی ۴۸ متر مربع و ارتفاع وارد بر قاعده‌ی آن ۸ است. محیط مثلث چه قدر است؟



۹- AB و CD موازی است. دلیل هم‌نهشتی دو مثلث چیست؟

۱۰- مثلث OCD متساوی‌الساقین است. چرا دو مثلث AOD و BOC هم‌نهشت هستند؟

