

پاسخ نامه
ریاضی ۱۰ ام
شهاب

حمیدرضا بیات
مرتضی خمایی ابدی
کیان کریمی خراسانی



پیشگفتار

به نام خداوند جان و خرد
کزین برتر اندیشه برنگذرد

بسیار خرسندیم که مجموعه کتاب‌های «شهاب» را در اختیار دانش‌آموزان عزیز و دبیران گرامی قرار می‌دهیم. این مجموعه در اصل برای دانش‌آموزان «مدارس استعدادهای درخشان» تألیف شده است؛ اما استفاده از آن‌ها، به دانش‌آموزان ممتاز سایر مدارس کشور و داوطلبان شرکت در مسابقات نیز توصیه می‌شود.

از ویژگی‌های «ریاضی ۱۰ ام شهاب» می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- آموزش پیشرفته کتاب درسی با مثال‌های متنوع؛
- تمرین‌های تفکیک شده براساس درس‌های هر فصل؛
- ۵۰ پرسش چهارگزینه‌ای برای هر فصل همراه با پاسخ کلیدی در انتهای کتاب؛
- پاسخ‌نامه تشریحی تمام تمرین‌ها و پرسش‌های چهارگزینه‌ای در جلد دوم کتاب؛
- طبقه‌بندی تمرین‌ها و پرسش‌های چهارگزینه‌ای به کمی دشوار (☆)، دشوار (☆) و دارای نکته کلیدی (✉).

امیدواریم این کتاب مورد توجه دانش‌آموزان عزیز، دبیران گرامی و خانواده‌ها قرار گیرد و در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان مؤثر واقع شود.

در پایان لازم می‌دانیم از مؤلفان محترم کتاب آقایان: حمیدرضا بیات، مرتضی خمایی‌ابدی و کیان کریمی‌خراسانی که این کتاب را زیر نظر دبیر مجموعه آقای مهندس هادی عزیززاده تألیف کرده‌اند، تشکر کنیم.

هم‌چنین از خانم‌ها آهانگر، نوروزی و مرادی که زحمت حروفچینی و صفحه‌آرایی و خانم سربندی که زحمت ترسیم شکل‌ها را برعهده داشته‌اند، سپاسگزاریم.

انتشارات مبتکران

bayat@mobtakeran.com

پست الکترونیک برای آگاهی از نقطه نظرها و پیشنهادهای:



صفحه	عنوان
۵	فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله
۵	پاسخ تمرین‌ها
۱۸	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۳۰	فصل دوم: مثلثات
۳۰	پاسخ تمرین‌ها
۴۲	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۵۳	فصل سوم: توان‌های گویا و عبارات‌های جبری
۵۳	پاسخ تمرین‌ها
۶۷	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۷۷	فصل چهارم: معادلات و نامعادلات
۷۷	پاسخ تمرین‌ها
۱۰۲	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۱۱۵	فصل پنجم: تابع
۱۱۵	پاسخ تمرین‌ها
۱۳۷	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۱۴۸	فصل ششم: ترکیبیات
۱۴۸	پاسخ تمرین‌ها
۱۵۶	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۱۶۵	فصل هفتم: آمار و احتمال
۱۶۵	پاسخ تمرین‌ها
۱۷۳	پاسخ پرسش‌های چهارگزینه‌ای
۱۸۱	پاسخ پرسش‌های کنکور سراسری رشته‌های ریاضی و تجربی داخل و خارج کشور ۱۳۹۵



پاسخ تمرین‌های فصل اول

مجموعه، الگو و دنباله



فصل اول: مجموعه، الگو و دنباله

$$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R}$$

۱.
۲.

	N	W	Z	Q	Q'	R
۰/۱				✓		✓
-π					✓	✓
۴/۲	✓	✓	✓	✓		✓
۰		✓	✓	✓		✓
√۱۰					✓	✓
-۷			✓	✓		✓

۳. الف) ۰/۰۵ از ۰/۱ کوچک‌تر است، پس در بازه $[۰/۱, ۰/۲]$ قرار ندارد و عبارت نادرست است.

ب) $-\sqrt{۲}$ بزرگ‌تر از $-\sqrt{۳}$ و کوچک‌تر از $\sqrt{۲}$ است، پس در بازه $[-\sqrt{۳}, \sqrt{۲}]$ قرار دارد و عبارت درست است.

ج) $-\pi$ و π در بازه $[-\pi, \pi]$ قرار دارند، ولی در بازه $(-\pi, \pi)$ قرار ندارند پس $[-\pi, \pi]$ زیرمجموعه $(-\pi, \pi)$ نیست و عبارت نادرست است.

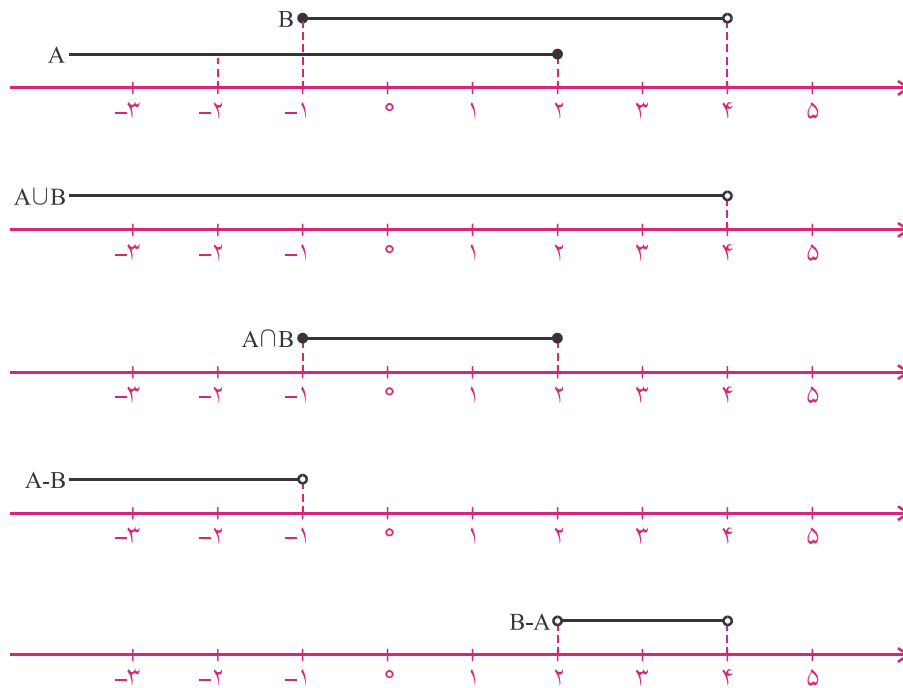
د) π بزرگ‌تر از ۳ است، پس $\frac{\pi}{۶}$ بزرگ‌تر از $\frac{۱}{۶}$ است. پس $[\frac{۱}{۳}, \frac{۱}{۶}]$ زیرمجموعه $[-\frac{۱}{۳}, \frac{\pi}{۶}]$ است و عبارت درست است.

۴.

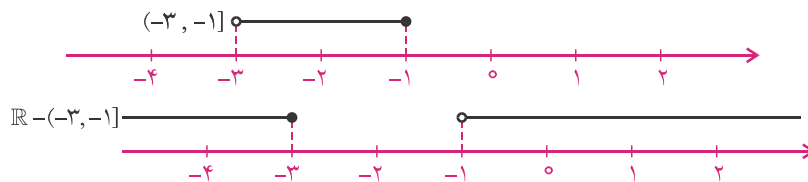


نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
نیم‌باز	$[۰, ۱)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 1\}$	
نیم‌باز	$(-\infty, ۵]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq ۵\}$	
باز	$(-\pi, \sqrt{۲})$	$\{x \in \mathbb{R} \mid -\pi < x < \sqrt{۲}\}$	
بسته	$[۰/۰۱, ۰/۱]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid ۰/۰۱ \leq x \leq ۰/۱\}$	
نیم‌باز	$(-۱, ۲/۵]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq ۲/۵\}$	
باز	$(-\frac{۱}{۳}, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{۱}{۳}\}$	

۵.



۶. ابتدا نمودار $[-3, -1]$ را رسم می‌کنیم و سپس از روی آن نمودار $\mathbb{R} - (-3, -1]$ را رسم می‌کنیم.



با توجه به شکل داریم:

$$\mathbb{R} - (-3, -1] = (-\infty, -3] \cup (-1, +\infty)$$

۷. الف) تعداد درختان در ایران اگرچه بسیار زیادند، ولی به هر حال متناهی‌اند.

ب) نامتناهی است، چون تعداد اعداد حسابی بزرگ‌تر از هر عددی بی‌شمار است.

ج) نامتناهی است.

د) بین هر دو عدد حقیقی، بی‌شمار عدد حقیقی وجود دارد، پس این مجموعه نامتناهی است.

ه) نمایش عضوی این مجموعه به صورت $\{0, -1, -2, -3, -4, \dots\}$ است، پس این مجموعه متناهی است.

و) بین هر دو عدد حقیقی، بی‌شمار عدد گنگ وجود دارد. پس این مجموعه نامتناهی است.

۸.

الف) $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

ب) $A = \{x \mid \frac{x}{2} \in \mathbb{N}\}$





ج) $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\} \Rightarrow$ نامتناهی است

د) $B = \{2, 4, 6\} \Rightarrow B \subseteq A$

ه) $C = \{x \mid \frac{x}{4} \in \mathbb{N}\} = \{4, 8, 12, 16, \dots\} \Rightarrow C \subseteq A$

و) $D = \{x \mid \frac{x}{8} \in \mathbb{N}\} = \{8, 16, 24, 32, \dots\} \Rightarrow D \subseteq C$

$$U = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A = \{-2, -1, 0, 1\} \Rightarrow A' = \{-4, -3, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{-2, 0, 2\} \Rightarrow B' = \{-4, -3, -1, 1, 3, 4\}$$

$$A \cup B = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \Rightarrow (A \cup B)' = \{-4, -3, 3, 4\}$$

$$A \cap B = \{-2, 0\} \Rightarrow (A \cap B)' = \{-4, -3, -1, 1, 2, 3, 4\}$$

$$A - B = \{-1, 1\} \Rightarrow (A - B)' = \{-4, -3, -2, 0, 2, 3, 4\}$$

$$B - A = \{2\} \Rightarrow (B - A)' = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 3, 4\}$$

$$U = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$A = \{1, 2, 3\}$$

$$A' = \{0, 4, 5, 6, \dots\}$$

$$U = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

$$\mathbb{N}' = U - \mathbb{N} = \{0\}$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x}{7} \notin \mathbb{Z}\}$$

$$\{\dots, -8, -7, -5, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 5, 7, 8, \dots\}$$

$$\mathbb{W} - \mathbb{N}$$

$$\{\dots, -4, -2, 0, 2, 4, \dots\}$$

$$\{\dots, -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, \dots\}$$

$$\mathbb{W}$$

$$\{-1, -2, -3, \dots\}$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{1}{x} \in \mathbb{Q}\}$$

$$A = (-1, 2]$$



$$A' = \mathbb{R} - (-1, 2]$$



. ۹

. ۱۰

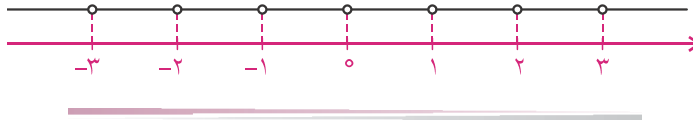
. ۱۱

. ۱۲

. ۱۳

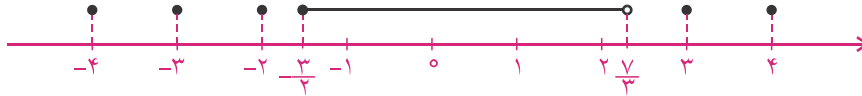
$$\mathbb{Z}' = \mathbb{R} - \mathbb{Z} = \mathbb{R} - \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

.14



$$\mathbb{Z} \cup \left[-\frac{3}{4}, \frac{5}{4}\right)$$

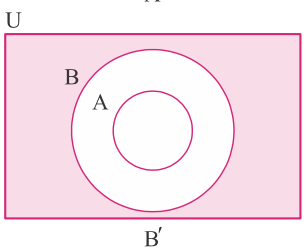
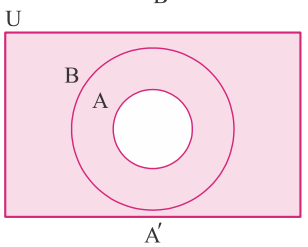
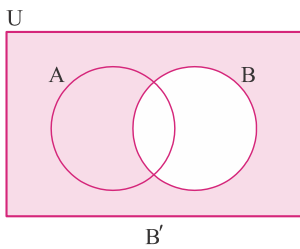
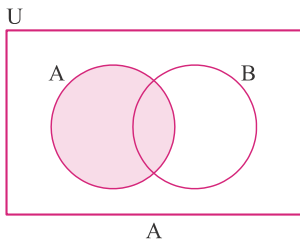
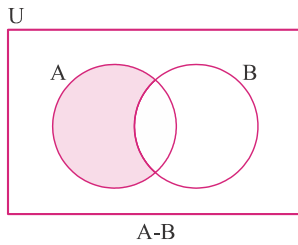
.15



$$(\mathbb{Z} \cup \left[-\frac{3}{4}, \frac{5}{4}\right))' = \mathbb{R} - (\mathbb{Z} \cup \left[-\frac{3}{4}, \frac{5}{4}\right))$$



.16



$$\Rightarrow A - B = A \cap B'$$



$$\Rightarrow A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$$





۱۷

الف) $n(S \cup N) = n(S) + n(N) - n(S \cap N) = 45 + 56 - 27 = 74$

ب) $n(S - N) = n(S) - n(S \cap N) = 45 - 27 = 18$

ج) $n(S - N) + n(N - S) = n(S) - n(S \cap N) + n(N) - n(S \cap N) = 45 - 27 + 56 - 27 = 47$

د) $n(S \cup N)' = n(U) - n(S \cup N) = 78 - 74 = 4$

۱۸

الف) $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 48 = 22 + n(B) - 7 \Rightarrow n(B) = 33$

ب) $n(A') = n(U) - n(A) = 60 - 22 = 38$

ج) $n(A' \cap B) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 33 - 7 = 26$

د) $n(A - B)' = n(U) - n(A - B) = n(U) - (n(A) - n(A \cap B)) = n(U) - n(A) + n(A \cap B) = 60 - 22 + 7 = 45$

۱۹. الف) هر جمله از جمله قبلی ۲ تا کم تر است، پس جمله بعدی می شود $-1 - 2 = -3$.

ب) هر جمله از جمله قبلی ۱۱ تا بیش تر است، پس جمله بعدی می شود $56 + 11 = 67$.

ج) هر جمله نصف جمله قبلی است، پس جمله بعدی می شود $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$.

د) در این الگو اعداد مربع کامل دیده می شوند، جمله پنجم $5^2 = 25$ است، پس جمله ششم می شود $6^2 = 36$.

ه) با توجه به مورد «د» هر جمله از جمله متناظرش یکی بیش تر است، سپس جمله ششم می شود $6^2 + 1 = 37$.

و) در این الگو صورت کسرها ۱ است و مخرج کسرها اعداد مربع هستند، جمله پنجم $\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$ است، پس جمله ششم می شود

$$\frac{1}{6^2} = \frac{1}{36}$$

۲۰. شکل چهارم به صورت زیر است و ۳۰ چوب کبریت دارد.

