

۱ فصل

PHYSICS



الکتریسته ساکن

قسمت اول

۹	درستنامه
۳۴	پرسش‌های چهار گزینه‌ای
۵۲	پاسخ‌های تشریحی

قسمت دوم

۸۱	درستنامه
۱۰۱	پرسش‌های چهار گزینه‌ای
۱۱۶	پاسخ‌های تشریحی

فصل اول (قسمت اول): نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی

بخش اول: قانون کولن و نیروی الکتریکی وارد بر ذرات باردار

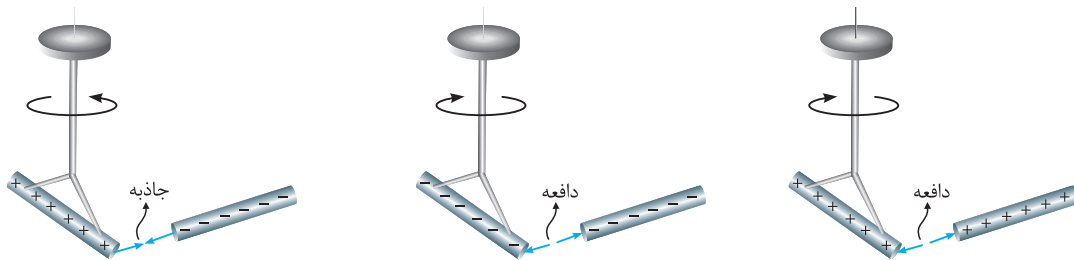
زیرشاخه‌های بخش اول A

- ۱- آشنایی با مفهوم بار الکتریکی
- ۲- آشنایی اولیه با قانون کولن
- ۳- تماس کره‌های مشابه باردار به یکدیگر و تحلیل نیروی بین آنها
- ۴- مروری بر خواص بردارها (پیش‌نیاز بسیار مهم در مسائل این فصل)
- ۵- بررسی قانون کولن برای بیش از دو ذره باردار
- ۶- صفر شدن نیروی الکتریکی وارد بر ذرات باردار

1-A آشنایی با مفهوم بار الکتریکی

از آزرش گرفته تا درفشش یک لامپ کوچک، از آن‌چه اتم‌ها را به شکل مولکول به هم وصل می‌کند تا پیام‌های عصبی تو دستگاه اعصاب و ... باور کنید همگی منشأ الکتریکی دارند ... ما تو این فصل به مطالعه بارها تو حالت سکون می‌پردازیم که به اون الکترواستاتیست ساکن می‌گوین. اول کار هم می‌فوییم به ذره کلیات در موردش یاد بگیریم ...

در کتاب علوم تجربی پایه هشتم مشاهده کردید که وقتی دو جسم با یکدیگر مالش داده می‌شوند، معمولاً هر دوی آنها دارای بار الکتریکی می‌شوند و به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند.



تذکره ۱: از این تجربه‌ها نتیجه می‌گیریم که دو نوع بار الکتریکی وجود دارد. این دو نوع بار الکتریکی توسط دانشمند آمریکایی بنیامین فرانکلین، بار مثبت و بار منفی نام‌گذاری شد. او می‌توانست آن‌ها را هر چیز دیگری نیز بنامد، اما استفاده از علامت‌های جبری به جای نام‌های دیگر این مزیت را دارد که وقتی در یک جسم از این دو نوع بار به مقدار مساوی وجود داشته باشد، جمع جبری بارهای جسم صفر می‌شود که به معنی **خنثی بودن** آن جسم است.

تذکره ۲: نیروی بین بارهای الکتریکی در بین بارهای **همنام** از نوع **دافعه** و در حالت **ناهم‌نام** از نوع **جاذبه** است.

تذکره ۳: یکای بار الکتریکی در SI، کولن (C) می‌باشد. یک کولن مقدار بار بزرگی است و معمولاً از یکاهای فرعی نانوکولن (nC) و میکروکولن (μC) در محاسبات استفاده می‌شود.

بررسی بیشتر بار الکتریکی و اصل پایستگی بار الکتریکی

به‌طور کلی، وقتی دو جسم خنثی به یکدیگر مالش داده می‌شوند، تعدادی الکترون از یکی از آن‌ها به دیگری منتقل می‌شود. در طی انجام این کار جسمی که الکترون از دست می‌دهد، دارای بار الکتریکی **مثبت** و جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، دارای بار الکتریکی **منفی** می‌شود. (نوع باری که دو جسم بر اثر مالش پیدا می‌کنند، به جنس آن‌ها بستگی دارد). در رابطه با این موضوع، می‌توان به نکات مهم و کاربردی زیر اشاره کرد:

- ۱ افزایش تعداد الکترون‌ها در یک جسم، بار جسم را منفی کرده و کاهش تعداد الکترون‌ها بار آن را مثبت می‌کند.
- ۲ اگر به یک جسم خنثی n الکترون داده شود و اندازه بار الکتریکی هر الکترون را e در نظر بگیریم (باید پروتید $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ هست)، بار الکتریکی خالص جسم در حالت جدید برابر است با:

$$q = -ne \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$q = +ne$$

از سوی دیگر اگر n الکترون از جسمی گرفته شود، بار الکتریکی خالص جسم در حالت جدید برابر است با:

۳ با توجه به رابطه $q = \pm ne$ ، بار الکتریکی هر جسم مضرب صحیحی از یک مقدار پایه است که آن مقدار پایه، اندازه بار یک الکترون است.

$$q = \pm n e$$

مقدار پایه e مضرب صحیح

۴ این موضوع یعنی حاصل $\frac{q}{e}$ برای یک جسم، نمی‌تواند هر مقداری داشته باشد و حاصل آن باید حتماً یک عدد صحیح باشد. این موضوع اصطلاحاً یعنی بار الکتریکی **کوانتیده (یا دانه‌ای)** می‌باشد.

بررسی دقیق‌تر انتقال بار به روش مالش

در مورد بحث مالش دو جسم به یکدیگر و انتقال الکترون در بین آن‌ها، نکات زیر حائز اهمیت است:

- ۱ در تجربه‌هایی مانند مالش اجسام به یکدیگر، الکترون‌ها تولید نمی‌شوند و یا از بین نمی‌روند، بلکه صرفاً از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شوند.
- ۲ به دست آوردن یا از دست دادن الکترون دو جسم در تماس با یکدیگر را می‌توان براساس جدولی موسوم به **سری الکتریسیته مالشی** (سری تریبولکتریک؛ Tribos در یونانی به معنای مالش است) مشخص کرد. در این جدول مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده در این جدول در تماس با یکدیگر قرار گیرند، الکترون‌ها از ماده بالاتر جدول به ماده‌ای که پایین‌تر قرار دارد، منتقل می‌شود. مثلاً اگر تفلون با نایلون مالش یابد، الکترون‌ها از نایلون به تفلون منتقل می‌شوند. کاربرد بیشتر این جدول را روی آن نشان داده‌ایم:

سری الکتریسیته مالشی

انتهای مثبت سری
موی انسان
شیشه
نایلون
پشم
موی گربه
سُرب
ابریشم
آلومینیم
پوست انسان
کاغذ
چوب
پارچه کتان
کهربا
برنج، نقره
پلاستیک، پلی اتیلن
لاستیک
تفلون
انتهای منفی سری

اگر میله پلاستیکی به پارچه پشمی مالیده شود، میله پلاستیکی بار منفی پیدا می‌کند.

اگر میله شیشه‌ای به پارچه ابریشتی مالیده شود، میله شیشه‌ای بار مثبت پیدا کرده و پارچه ابریشتی بار منفی پیدا می‌کند.

کتاب درسی تو پاورقیش به ما قول داده از سری تریبولکتریک سوالی که فرم فقط داشته باشه، نره. توصیه ما اینه که دو موردی که روی شکل نشون دادیم رو، هتماً فقط بشیر ...

۳ در فرایند مالش به دو اصل بسیار مهم می‌رسیم، نخستین آن‌ها **اصل پایستگی بار** است که بیان می‌دارد: مجموع جبری همه بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی (یعنی با بیرون از خودش مبادله بار الکتریکی نراره و تنها هستش) ثابت است، یعنی بار می‌تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود، ولی هرگز امکان تولید یا نابودی یک بار خالص وجود ندارد. هیچ شاهد تجربی در نقض این اصل وجود ندارد و دومین اصل، کوانتیده بودن بار است.

۴ در یک اتم خنثی، تعداد الکترون‌ها برابر با تعداد پروتون‌های هسته است و بنابراین جمع جبری همه بارها (بار خالص) دقیقاً برابر با صفر است. Z عدد اتمی یا همان تعداد پروتون‌های هسته است. $\rightarrow Z X^A$

۵ اگر در اثر یونیزاسیون، الکترون از اتم جدا کنیم، تعداد پروتون‌های هسته ثابت مانده ولی تعداد الکترون‌های آن کم می‌شود و دیگر بار خالص اتم صفر نیست.

در ادامه با حل چند تمرین، بر روی بحث انجام‌شده مسلط‌تر می‌شویم.

تمرین ۱: از یک قطعه خنثی، چند الکترون گرفته شود تا بار الکتریکی آن به یک میلی‌کولن برسد؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

- ۱) 6.25×10^{13} (۱) ۲) 6.25×10^{15} (۲) ۳) 6.25×10^{16} (۳) ۴) 6.25×10^{18} (۴)

پاسخ: با توجه به رابطه $q = \pm ne$ ، برای محاسبه تعداد الکترون‌های گرفته شده از جسم برای رسیدن به بار $+1mC$ می‌توان نوشت:

$$q = +1mC = 10^{-3} C, \quad e = 1/6 \times 10^{-19} C, \quad n = ?$$

$$q = +ne \Rightarrow 10^{-3} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{10^{-3}}{1/6 \times 10^{-19}} = 0.625 \times 10^{+16} = 6.25 \times 10^{15} \quad (\text{گزینه ۲})$$

تمرین ۲: فرض کنید هنگام مالش یک میله پلاستیکی خنثی و یک پارچه پشمی، با انتقال بار خالصی در حدود $1nC$ روبه‌رو می‌شویم. در این انتقال بار:

(۱) میله پلاستیکی $6/25 \times 10^9$ الکترون از دست می‌دهد. (۲) میله پلاستیکی $6/25 \times 10^9$ الکترون اضافی می‌گیرد.

(۳) میله پلاستیکی $3/125 \times 10^9$ الکترون از دست می‌دهد. (۴) میله پلاستیکی $3/125 \times 10^9$ الکترون اضافی می‌گیرد.

پاسخ: با توجه به سری الکتريسيته مالشی، در این فرایند مالش، میله پلاستیکی (که الکترون خواه‌تر است) از پارچه پشمی الکترون اضافی می‌گیرد و بار آن منفی می‌شود. تعداد این الکترون‌ها برابر است با:

$$q = -ne \Rightarrow n = \frac{-q}{e} = \frac{1 \times 10^{-9} C}{1/6 \times 10^{-19} C} = 6.25 \times 10^9 \quad (\text{گزینه ۲}) \quad \text{الکترون}$$

تمرین ۳: عدد اتمی اورانیم $Z = 92$ است. بار الکتريکی هسته اتم اورانیم چه قدر است؟ اتم اورانیم چه مقدار بار الکتريکی منفی در اثر

حضور الکترون‌ها دارد؟ بار الکتريکی اتم اورانیم در حالت خنثی چه قدر است؟ (کتاب درسی)

پاسخ: در مورد این تمرین خوب، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- $Z = 92$ در هسته اورانیم، یعنی تعداد ۹۲ پروتون در هسته موجود است و بار الکتريکی هسته اتم اورانیم $Z = 92$ برابر است با:

$$q = +ne = +92 \times (1/6 \times 10^{-19}) = +1.47/2 \times 10^{-17} = +1.472 \times 10^{-17} C$$

۲- در حالت خنثی، تعداد الکترون‌های هسته و پروتون‌های هسته با هم برابر است و می‌توان گفت بار منفی ناشی از الکترون‌ها نیز برابر $-1.472 \times 10^{-17} C$ می‌باشد.

۳- در مجموع اتم اورانیم خنثی بوده و بار کلی آن صفر است.

2-A آشنایی اولیه با قانون کولن

مشاهدات فیزیکی نشان می‌دهد که دو ذره باردار بر یکدیگر نیرو وارد می‌کنند، به گونه‌ای که اگر بار الکتريکی دو ذره هم‌نام (هر دو مثبت و یا هر دو منفی) باشد، آن‌ها یکدیگر را دفع کرده و اگر بار دو ذره ناهم‌نام (یکی مثبت و دیگری منفی) باشد، آن‌ها یکدیگر را جذب می‌کنند.



آیا سؤال اینه که نیروی الکتريکی بین دو جسم باردار به چه عواملی بستگی داره و اندازه این نیروها رو از چه رابطه‌ای میشه حساب کرد؟ شارل آگوستین کولن، با قانون کولن جواب اینو داده ... دستش درد نکنه، بریم ببینیم چی می‌گه!!

قانون کولن

با توجه به این قانون، اندازه نیروی الکتريکی (رابطه‌ی یا رانشی) بین دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، با حاصل ضرب اندازه بار دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصله آن‌ها از هم نسبت عکس دارد و با کمک رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F \propto \frac{1}{r^2} \text{ (نیرو با مجذور فاصله بین دو بار الکتريکی، رابطه معکوس دارد.)} \\ F \propto |q_1| |q_2| \text{ (نیرو رابطه مستقیم با حاصل ضرب اندازه دو بار الکتريکی دارد.)} \end{cases}$$

دقت کنید که در این رابطه برای محاسبه مقدار F ، علامت بارهای q_1 و q_2 را در نظر نمی‌گیریم و در واقع اندازه‌های این دو بار $|q_1|$ و $|q_2|$ را در رابطه وارد می‌کنیم.

نکته مهم و کاربرد:

۱ در این رابطه، k ثابت الکتروستاتیکی یا ثابت کولن نام دارد و یکی آن در سیستم SI عبارت است از:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{تنها کردن } k \text{ در یک طرف رابطه}} k = \frac{Fr^2}{|q_1| |q_2|} \equiv \frac{N \cdot m^2}{C^2}, \quad k \approx 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

۲) ارتباط بین ثابت کولن (k) و ثابت مهم دیگری به نام **ضریب گذردهی الکتریکی خلأ (ε_۰)** به صورت مقابل است:

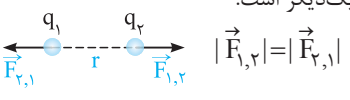
بنابراین یکای ε_۰ معکوس یکای k بوده و معادل با $\frac{C^2}{N.m^2}$ است. بنابراین:

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} C^2 / N.m^2$$

۳) اگر اندازه بارهای q_۱ و q_۲ و یا فاصله r در مسائل تغییر کند، در مقایسه اندازه نیروی کولنی در دو حالت (بعد از تغییر و قبل از تغییر) می توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

۴) همان طور که در سال های قبل مشاهده کردید، مطابق قانون سوم نیوتون، هر عملی را عکس العملی است مساوی و در خلاف جهت آن، بنابراین نیرویی که بار q_۱ بر بار q_۲ وارد می کند، با نیرویی که بار q_۲ بر بار q_۱ وارد می کند، هم اندازه، هم راستا و در خلاف جهت یکدیگر است.



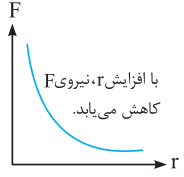
از همین الان یاد بگیریم $\vec{F}_{۱,۲}$ یعنی نیرویی که ذره (۱) به (۲) وارد میکند و برعکسش. **فواستون باشه این نیروها از نوع بردار هستند و تو بردار هم اندازه مهمه و هم جهت.** درسته $\vec{F}_{۲,۱}$ و $\vec{F}_{۱,۲}$ هم اندازه هستند ولی به تگانه ساره بنده زیر میفهمید فلاف جهت همین ... درستش اینه که بگیریم:

$$\vec{F}_{۱,۲} = -\vec{F}_{۲,۱}, |\vec{F}_{۱,۲}| = |\vec{F}_{۲,۱}| \text{ یا } F_{۱,۲} = F_{۲,۱}$$

اگه نمیدونید، بروئید که اومدن قدممطلق و یا برداشتن علامت بردار از بالای F، دوتا قراردادیه که تو فیزیک اندازه بردار رو بهتون نشون میده ...

۵) با توجه به قانون دوم نیوتون ($F = ma$) در علوم، اگر دو بار الکتریکی دو گلوله کوچک در نظر گرفته شوند و فقط تحت اثر نیروی کولنی که به یکدیگر وارد می کنند، شتاب بگیرند، در مقایسه شتاب آن ها می توان گفت:

$$F_{۲,۱} = F_{۱,۲} \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \text{ (یعنی شتاب با جرم گلوله ها رابطه عکس داره)}$$



$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F \propto \frac{1}{r^2}$$

۶) نمودار نیروی بین دو ذره بردار بر حسب فاصله بین آن ها به صورت مقابل است:

در ادامه با حل چند تمرین، بر روی نکات ارائه شده در این قسمت مسلط تر می شویم:

تمرین ۴: در هسته اتم هلیوم، دو پروتون به فاصله تقریبی $r = 2 \times 10^{-15} m$ از هم قرار دارند. بزرگی نیرویی که پروتون ها بر هم وارد می کنند، برابر چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2$, $e = 1.6 \times 10^{-19} C$)

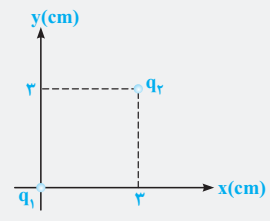
پاسخ: با استفاده از قانون کولن، برای محاسبه نیروی الکتریکی بین دو پروتون می توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_p||q_p|}{r^2} = (9 \times 10^9) \frac{(1.6 \times 10^{-19}) \times (1.6 \times 10^{-19})}{(2 \times 10^{-15})^2} = 57.6 N$$

نیرویی که حساب کردیم از پنس دافعه هست و پروتوئای تو هسته فیلی از هم بردشون میار ... حالا تو سال بعد ایشالا یارتون میدیم کی میار نمیزاره این پروتونا از هم جدا شن ☺

تمرین ۵: در شکل مقابل، مقدار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_۱ و شکل برداری آن در SI را به دست آورید.

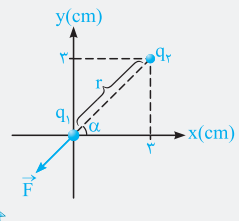
$$(q_1 = q_2 = 2 \mu C, k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2)$$



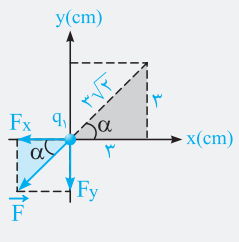
پاسخ: ابتدا با توجه به شکل، فاصله بین دو بار الکتریکی و سپس بزرگی نیروی الکتریکی که بار q_۲ بر q_۱ وارد می کند را به دست می آوریم، توجه شود که چون دو بار هم علامت با یکدیگر هستند، یکدیگر را دفع می کنند (یکجاها به SI باید تبدیل شود):

$$r = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm} = 3\sqrt{2} \times 10^{-2} m$$

$$F = \frac{k |q_1||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(3\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 20 N$$



در ادامه بايد بتوانيم با يك عمليات ساده (كه در اين فصل به شرت به اون نياز منریم)، مؤلفه‌های نیروی \vec{F} را در راستای محورهای مختصات با کمک مثلث آبی و البته مقادیر $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ از روی مثلث خاکستری به دست آوریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

(مثلث خاکستری)

تحليل مثلث آبی :

$$\begin{cases} \sin \alpha = \frac{|F_y|}{|\vec{F}|} \Rightarrow |F_y| = |\vec{F}| \sin \alpha \Rightarrow |F_y| = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ N} \\ \cos \alpha = \frac{|F_x|}{|\vec{F}|} \Rightarrow |F_x| = |\vec{F}| \cos \alpha \Rightarrow |F_x| = 20 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ N} \end{cases}$$

از سوی دیگر باید توجه شود که چون هر دو مؤلفه F_x و F_y در خلاف جهت محورهای X و Y هستند، ضرایب \vec{i} و \vec{j} هر دو منفی بوده و در نهایت داریم:

$$\vec{F} = -10\sqrt{2} \vec{i} - 10\sqrt{2} \vec{j}$$

آگه می‌خواهی تو این پور سؤال سه سوت جواب ببری، همش با فودت تکرار کن ضلع مقابل α همیشه وتر در $\sin \alpha$ ، ضلع مجاورش همیشه وتر در $\cos \alpha$...

ضلع مقابل α $\Rightarrow \sin \alpha = \frac{F_y}{F}$ (وتر)

ضلع مجاور α $\Rightarrow \cos \alpha = \frac{F_x}{F}$

تمرین ۶: دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصله d یکدیگر را با نیروی F جذب می‌کنند. بارهای $-q_1$ و $+2q_2$ در فاصله $2d$ بر یکدیگر چه نیرویی وارد می‌کنند؟

(۱) $\frac{1}{4}F$ ، جاذبه (۲) $2F$ ، جاذبه (۳) $2F$ ، دافعه (۴) $\frac{1}{4}F$ ، دافعه

پاسخ: با توجه به جذب شدن بارهای q_1 و q_2 ، در ابتدای کار می‌فهمیم که این دو بار ناهم‌نام هستند، با توجه به این موضوع بارهای $-q_1$ و $+2q_2$ لزوماً هم‌نام هستند و یکدیگر را دفع می‌کنند (چرا؟). از طرفی با توجه به رابطه زیر داریم:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{مقایسه دو حالت}} \frac{F'}{F} = \frac{|q_2' | |q_1'|}{|q_2| |q_1|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|2q_2| \times |q_1|}{|q_2| |q_1|} \times \left(\frac{d}{2d}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow F' = \frac{1}{2}F$$

(گزینه ۴)

بررسی یک موضوع پرکاربرد

در تعداد زیادی از تست‌های کنکور و سؤالات امتحانات نهایی در این قسمت، تغییرات بار الکتریکی یا فاصله را برحسب درصد در صورت سؤال مطرح می‌کنند. برای حل این‌گونه سؤالات، کفایت عبارت درصدی را به صورت کسری بازنویسی کنید. به طور مثال اگر بار الکتریکی یک ذره ۲۵ درصد افزایش یافته باشد، می‌توان نوشت:

$$q' = q + \frac{25}{100}q = q + \frac{1}{4}q = \frac{5}{4}q$$

یا به عنوان مثال دیگر اگر فاصله بین دو بار الکتریکی ۲۰ درصد کاهش یابد، می‌توان نوشت:

$$d' = d - \frac{20}{100}d = d - \frac{1}{5}d = \frac{4}{5}d$$

با حل تمرین بعد، موضوع مطرح‌شده را بهتر درک می‌کنید.

تمرین ۷: دو بار الکتریکی هم‌نام $q_1 = 8 \mu\text{C}$ و q_2 در فاصله r ، نیروی F را بر هم وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصله بارها از یکدیگر، نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیه q_2 چند میکروکولن است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴ (سراسری ریاضی ۸۹)

پاسخ: کفایت دو شکل خوب، متناسب با شرایط مسئله رسم کنید. با توجه به این‌که هر دو بار مثبت هستند، با بررسی تغییرات بار (اضافه کردن ۲۵ درصد یا $\frac{1}{4}$ بار q_1 به q_2) در دو حالت داریم:

حالت اولیه: $\text{---} r \text{---}$

$q_1 = 8 \mu\text{C}$ q_2

حالت ثانویه:

$$\Rightarrow \begin{cases} q_1' = q_1 - \frac{1}{4} q_1 = \frac{3}{4} q_1 = \frac{3}{4} \times 8 = 6 \mu\text{C} \\ q_2' = q_2 + \left(\frac{1}{4} \times 8\right) = q_2 + 2 \end{cases}$$

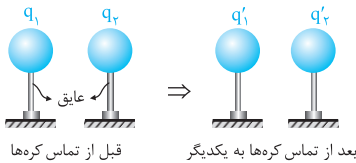
$$\begin{cases} (1) : F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} = \frac{k(8q_2)}{r^2} \\ (2) : F' = \frac{k |q_1'| |q_2'|}{r'^2} = \frac{k \times 6 \times (q_2 + 2)}{r^2} = \frac{k(6q_2 + 12)}{r^2} \end{cases}$$

حال با توجه به این که نیرو در حالت ثانویه ۵۰ درصد افزایش پیدا کرده است، می توان نوشت:

$$F' = F + \frac{50}{100} F = \frac{150}{100} F = \frac{3}{2} F \Rightarrow \frac{k(6q_2 + 12)}{r^2} = \frac{3}{2} \frac{k(8q_2)}{r^2} \Rightarrow 6q_2 + 12 = \frac{3}{2} \times 8q_2 = 12q_2 \Rightarrow 6q_2 = 12 \Rightarrow q_2 = 2 \mu\text{C} \quad (\text{گزینه } ۲)$$

3-A تماس کره‌های مشابه باردار به یکدیگر و تحلیل نیروی بین آنها

یه مدل خیلی معروف از سوالاتی قانون کولن، مربوط به وقتی میشه که پندتا کره رو به هم میزنن و نیروی بینشون رو بررسی میکنن. خیلی سوالی باهالیه. بریم ببینیم چه پوری حلشون کنیم ...



برای شروع بحث، دو کره رسانای کوچک و مشابه با قطر یکسان که دارای بارهای q_1 و q_2 می باشد را در نظر بگیرید. می توان نشان داد که اگر این دو کره را به یکدیگر متصل کرده و سپس از هم جدا کنیم، پس از جدا کردن، بار هر دو کره با یکدیگر یکسان و برابر $\frac{q_1 + q_2}{2}$ می شود (البته با این فرض که تبادل بار الکتریکی فقط بین دو کره انجام می شود).

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2}$$

تذکره: به عنوان یک موضوع جالب توجه کنید که اگر بار کره‌ها قبل از تماس از یکدیگر q و $-q$ باشد، بعد از تماس آنها به هم، بار هر یک برابر صفر خواهد شد.

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{q + (-q)}{2} = 0$$

در ادامه با حل یک مثال خوب، این موضوع را بهتر یاد می گیریم.

تمرین ۸: دو گلوله فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می باشند، در فاصله ۳۰ سانتی متری، نیروی جاذبه ۴ نیوتون بر یکدیگر وارد می کنند. اگر این دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام $+3 \mu\text{C}$ خواهد شد. بار اولیه گلوله‌ها برحسب میکروکولن کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$) (سراسری ریاضی ۹۴)

- (۱) ۱۲ و ۶ (۲) ۱۰ و ۴
(۳) ۹ و ۳ (۴) ۸ و ۲

پاسخ: در شروع حل باید دقت شود که دو کره در ابتدا یکدیگر را جذب می کنند و این یعنی بارهای آنها ناهم نام بوده اند. در ادامه با توجه به اطلاعات سؤال، حاصل ضرب $|q_1 q_2|$ برابر است با:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \Rightarrow 4 = \frac{9 \times 10^9 |q_1| |q_2|}{(30 \times 10^{-2})^2} \Rightarrow |q_1 q_2| = 4 \times 10^{-11} \text{ C}^2 = \boxed{40} (\mu\text{C})^2 \quad (1)$$

در 10^{12} ضرب کرده ایم.

برای تبدیل C^2 به $(\mu\text{C})^2$ ، کافیست که به 10^{-12} تقابل ضرب کنی $(10^{-6})^2 \dots$

از طرفی پس از تماس دو کره، به دلیل مشابه بودن کره‌ها، بار هر یک از آنها برابر $\frac{q_1 + q_2}{2}$ می شود که برابر $+3 \mu\text{C}$ است.

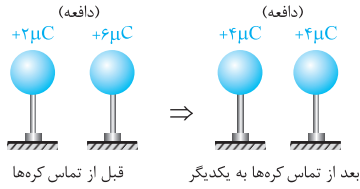
$$\frac{q_1 + q_2}{2} = +3 \mu\text{C} \Rightarrow q_1 + q_2 = +6 \mu\text{C} \quad (2)$$

در بین گزینه‌ها، تنها گزینه (۲) در هر دو معادله‌های (۱) و (۲) صدق می کند.

دقت: نیازی نبود معادله (۲) را به دست آوریم، از روی معادله (۱) به تنهایی نیز می توان گزینه صحیح را انتخاب کرد.

بررسی نوع نیروی جاذبه یا دافعه بین دو کره قبل و بعد از تماس به یکدیگر

در ادامه بحث انجام شده، فرض کنید که دو کره کوچک مشابه با بارهای q_1 و q_2 را که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، به یکدیگر متصل کرده و پس از تبادل بار الکتریکی، مجدداً در همان فاصله r قرار داده‌ایم. حال می‌خواهیم به بررسی نیروی بین این دو کره پس از تماس بپردازیم که در مورد آن می‌توان به حالت‌های زیر اشاره کرد:

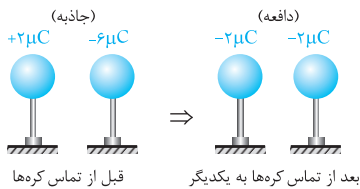


حالت اول: اگر بار دو کره هم‌نام و غیر هم‌اندازه باشد، نیروی بین کره‌ها قبل و بعد از تماس دافعه بوده و اندازه نیروی بین دو کره بعد از تماس به یکدیگر بیشتر می‌شود. این موضوع را با یک مثال عددی ساده نشان داده‌ایم:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{2+6}{2} = 4\mu\text{C}$$

$$F \propto |q_1| |q_2| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{4 \times 4}{2 \times 6} = \frac{16}{12} > 1 \Rightarrow F_2 > F_1$$

حالت دوم: اگر بار دو کره ناهم‌نام و غیر هم‌اندازه باشد، نیروی بین دو کره قبل از تماس جاذبه و بعد از تماس دافعه است. همچنین اندازه نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن آن‌ها به یکدیگر کمتر می‌شود.



$$q'_1 = q'_2 = \frac{2+(-6)}{2} = -2\mu\text{C}$$

$$F \propto |q_1| |q_2| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2 \times 2}{2 \times 6} = \frac{4}{12} < 1 \Rightarrow F_2 < F_1$$

حالت سوم: اگر بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه باشد، بار هر یک از کره‌ها و هم‌اندازه باشد، نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن آن‌ها به یکدیگر صفر می‌شود، بنابراین اندازه نیروی بین دو کره کاهش می‌یابد.

حالت چهارم: اگر بار دو کره مشابه، کاملاً یکسان باشد (هم‌اندازه و هم‌علامت)، بار دو کره، قبل و بعد از تماس به یکدیگر یکسان بوده و در نتیجه نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند (خودتان این موضوع را بررسی کنید).

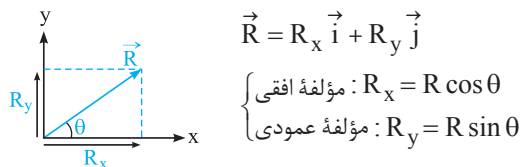
نکته: اگر به جای دو کره مشابه، چند کره رسانای کاملاً مشابه را به یکدیگر متصل کنیم، بار تمامی آن‌ها بعد از تماس به یکدیگر با هم یکسان شده و برابر می‌شود با:

$$q'_1 = q'_2 = q'_3 = \frac{q_1 + q_2 + q_3}{3}$$

4-A مروری بر خواص بردارها (پیش‌نیاز بسیار مهم در مسائل این فصل)

این فصل قبلی نیاز به برایندهایی بردارها دارد که نمیدانیم چرا نویسنده کتاب یادش رفته شماها قبلی بلد نیستیدش ... اشکال نراره ما به مرور سریع براتون می‌کنیمش ...

همان‌طور که در ابتدای کار نشان دادیم، هر بردار دارای دو مؤلفه افقی و قائم می‌باشد و می‌توان آن را به صورت بردارهای یک به صورت زیر نشان داد:



تو ذهننت بگو، وتر در کسینوس همیشه مجاور، وتر در سینوس همیشه مقابل ... هی تکرار کن، باشه!!

نکته: برعکس موضوع انجام شده، با داشتن مؤلفه‌های افقی و عمودی یک بردار نیز به سادگی می‌توان اندازه آن بردار و زاویه آن را با افق یافت. به‌طور مثال در شکل فوق داریم:

$$\begin{cases} \text{اندازه بردار } \vec{R}: R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \\ \text{محاسبه زاویه } \theta: \tan \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{R_y}{R_x} \end{cases}$$

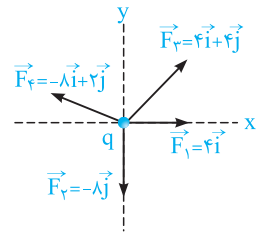
جمع بردارها با کمک بردارهای یکه

جمع دو بردار $\vec{A} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j}$ و $\vec{B} = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j}$ به صورت زیر است:

$$\vec{A} + \vec{B} = (a_1 + b_1) \vec{i} + (a_2 + b_2) \vec{j}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{ضریب } \vec{j}}{\text{ضریب } \vec{i}}$$

در این حالت، پس از رسم بردار $\vec{A} + \vec{B}$ ، به سادگی می‌توان زاویه آن با افق را نیز پیدا کرد:



برای درک بهتر، فرض کنید بر ذره الکتریکی مقابل نیروهای نشان داده شده وارد شده است. برایندهای نیروهای وارد بر این ذره بردار برابر است با:

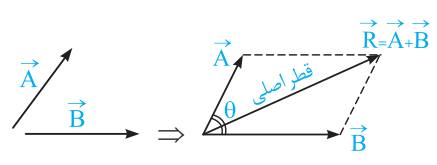
$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = (4\vec{i} + 0\vec{j}) + (0\vec{i} - 4\vec{j}) + (4\vec{i} + 4\vec{j}) + (-4\vec{i} + 2\vec{j})$$

$$\vec{F}_T = [(4 + 0 + 4 + (-4))\vec{i}] + [(0 + (-4) + 4 + 2)\vec{j}] = 0\vec{i} - 2\vec{j}$$

مجموع ضرایب در راستای قائم مجموع ضرایب در راستای افق

این موضوع یعنی بردار بر ایند اولاً مؤلفه افقی ندارد و ثانیاً مؤلفه قائمش در خلاف جهت y میشه، چون منفیه ...

برایندهای دو بردار به روش متوازی الاضلاع



دو بردار \vec{A} و \vec{B} را مطابق شکل مقابل در نظر بگیرید: برای به دست آوردن برایندهای دو بردار (بیشتر از دو تا نه) می توان به گونه ای دیگر نیز عمل کرد. در این روش که به روش متوازی الاضلاع معروف است، دو بردار را به گونه ای رسم می کنیم که ابتدای آن ها از یک نقطه باشند، سپس متوازی الاضلاعی رسم می کنیم که دو ضلع آن بردارهای \vec{A} و \vec{B} باشد. در این حالت، قطری از متوازی الاضلاع که از نقطه شروع دو بردار آغاز می شود، معادل برایندهای دو بردار می باشد (منظور قطر اصلی است).

حال برای محاسبه اندازه برایندهای دو بردار، به دو رابطه زیر که کاربرد بسیاری دارند، توجه کنید:

$$|\vec{R}| = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos \theta}$$

$$|\vec{R}| = 2A \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

۱ اگر زاویه بین دو بردار برابر θ باشد، اندازه برایندهای آن ها برابر است با:

۲ اگر اندازه دو بردار با هم برابر باشد، اندازه بردار برایندهای آن ها از رابطه ساده شده زیر به دست می آید:

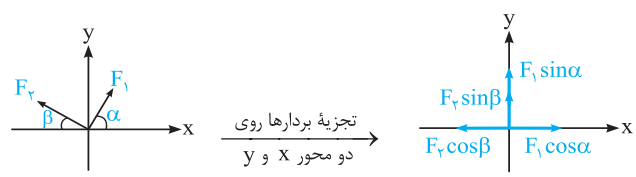
نکات بسیار کاربردی در برایندهای دو بردار

به طور کلی زمانی که دو بردار هم جهت باشند ($\theta = 0$)، اندازه برایندهای آن ها حداکثر است و از جمع اندازه های دو بردار به دست می آید و زمانی که مختلف الجهد باشند ($\theta = 180^\circ$) اندازه برایندهای آن ها حداقل است و از تفاضل اندازه های دو بردار به دست می آید.

مثال هایی برای درک بهتر:

بیشترین برایندهای دو نیروی ۴N و ۲N: $\vec{F} = 20N \equiv m \rightarrow 24N$ (زاویه بین دو نیرو $\theta = 0$)
 بدترین برایندهای دو نیروی ۴N و ۲N: $\vec{F} = 20N \equiv m \rightarrow 16N$ (زاویه بین دو نیرو $\theta = 180$)
 حالت بینابین: $16N < R < 24N$ (زاویه بین دو بردار: θ)
 (دو بردار عمود برهم): $R = \sqrt{2^2 + 4^2}$ (برایندهای دو بردار عمود برهم)

روش تجزیه برای برایندهای بردارها



فرض کنید که اندازه چند نیرو و زاویه آن ها با افق را داریم (فرض بردار با \vec{i} و \vec{j} برای اوتار و نداریم) و می خواهیم برایندهای آن ها را به دست آوریم. در روش تجزیه برای برایندهای نیروها گام های زیر را طی می کنیم:
گام اول: ابتدا تمامی نیروها را روی دو محور X و Y تجزیه می کنیم.
گام دوم: برایندهای مؤلفه ها را روی دو محور X و Y به دست می آوریم.

گام سوم: در نهایت برآیند کل نیروها را محاسبه می‌کنیم.

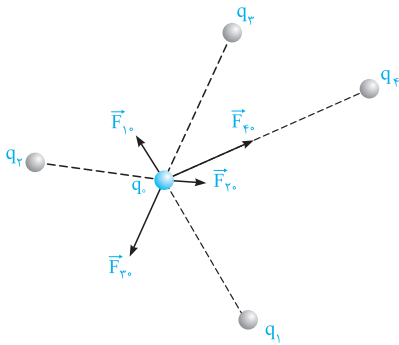
$$\begin{cases} \text{برایند در راستای محور } y: F_{Ty} = F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \beta \\ \text{برایند در راستای محور } x: F_{Tx} = F_1 \cos \alpha - F_2 \cos \beta \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_T = (F_1 \cos \alpha - F_2 \cos \beta) \vec{i} + (F_1 \sin \alpha + F_2 \sin \beta) \vec{j}, \quad |\vec{F}_T| = \sqrt{F_{Tx}^2 + F_{Ty}^2}$$

نکته: اگر با وجود تأثیر چند نیرو سیستم متعادل باشد، پس از تجزیه همه نیروها، برای حل مسائل و یافتن مجهول از دو شرط زیر استفاده می‌شود:

$$\sum F_x = 0 \quad (\text{مجموع نیروها در راستای محور } x) \quad \text{و} \quad \sum F_y = 0 \quad (\text{مجموع نیروها در راستای محور } y)$$

5-A بررسی قانون کولن برای بیش از دو ذره باردار

تا این پای کار قانون کولن را برای دو ذره باردار یاد گرفتیم. حالا سؤال اینست که آگه ذره‌ها چندتا باشه چی؟! ... برای جواب دادن به این موضوع باید حسابی براینگیری بلد باشید ...



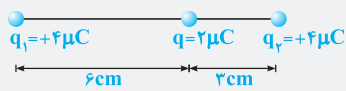
در حالت کلی اگر تعدادی ذره باردار در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برآیند نیروهایی است که هر یک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کند. این موضوع، اصل برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی نام دارد. به عبارت دیگر، وقتی چند ذره باردار را در یک راستا و یا در یک صفحه قرار داده و از ما می‌خواهند برآیند نیروهای وارد بر یکی از ذرات را محاسبه کنیم، برای رسیدن به این منظور گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: نیروهای وارد بر آن ذره از طرف ذره‌های باردار دیگر را رسم کرده و اندازه هر یک از این نیروها را با کمک رابطه $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ محاسبه می‌کنیم. یادآوری می‌شود که بارهای هم‌نام، یکدیگر را دفع کرده و بارهای ناهم‌نام، یکدیگر را جذب می‌کنند.

گام دوم: برآیند بردارهای رسم شده را با کمک خواص بردارها محاسبه می‌کنیم.

در ادامه با حل چندین سؤال متنوع، بر روی این سبک از سؤالات که همواره پای ثابت سؤالات کنکور و امتحانی می‌باشد، مسلط خواهیم شد.

تمرین ۹: در شکل زیر، برآیند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q = 2 \mu\text{C}$ برابر نیوتون و به سمت است. $(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ SI})$



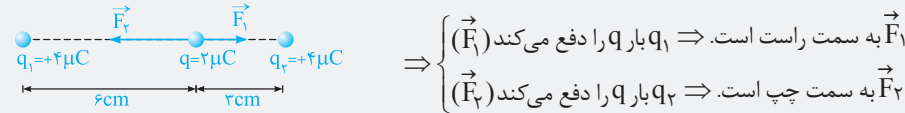
(۱) ۱۰۰، چپ

(۲) ۱۰۰، راست

(۳) ۶۰، چپ

(۴) ۶۰، راست

پاسخ: ابتدا جهت نیروهایی را که هر یک از دو ذره باردار q_1 و q_2 بر بار q وارد می‌کنند (بر حسب هم‌نام یا ناهم‌نام بودنشان) به دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{F}_1 \text{ به سمت راست است. } \Rightarrow q_1 \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند } (\vec{F}_1) \\ \vec{F}_2 \text{ به سمت چپ است. } \Rightarrow q_2 \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند } (\vec{F}_2) \end{cases}$$

در ادامه مقدار \vec{F}_1 و \vec{F}_2 را با کمک قانون کولن به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{(دافعه): } F_1 = \frac{k|q||q_1|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 20 \text{ N} \\ \text{(دافعه): } F_2 = \frac{k|q||q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 80 \text{ N} \end{cases}$$

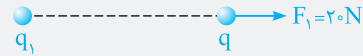
در نهایت با براینگیری از نیروهای در خلاف جهت F_1 و F_2 ، به سادگی نیروی برآیند به دست می‌آید (نیروها اثر همدیگر را تضعیف می‌کنند):

$$\vec{F}_T = \vec{F}_2 - \vec{F}_1 = 80 - 20 = 60 \text{ N}$$

با توجه به بزرگ‌تر بودن نیروی F_2 ، جهت نیروی برآیند نیز به سمت چپ می‌باشد و گزینه (۳) صحیح است. دقت شود که این موضوع یعنی نیروی وارد بر این ذره برابر $60 \vec{1}$ است.

تمرین ۱۰: در سؤال قبل، اگر بار الکتریکی q_2 حذف شود، برآیند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q برابر نیوتون شده و تغییر جهت
 (۱) ۸۰، نمی‌دهد (۲) ۲۰، می‌دهد (۳) ۱۰۰، می‌دهد (۴) ۲۰، نمی‌دهد

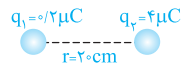
پاسخ: در سؤال قبل، با حذف بار الکتریکی q_2 ، تنها نیرویی که بر بار q وارد می‌شود، ناشی از نیروی دافعه بار q_1 بر آن می‌باشد. با توجه به پاسخ سؤال قبل، این نیرو برابر $F_1 = 20\text{N}$ و به سمت راست می‌باشد.



بنابراین برآیند نیروهای وارد بر بار q برابر 20N شده و نسبت به حالت قبل تغییر جهت می‌دهد (به سمت راست می‌شود) و گزینه (۲) صحیح است.

بررسی دو نکته مهارتی

فیلی از بچه‌ها می‌پرسن رمز موفقیت تو سریع تر شدن حل سوالی قانون کولن چه؟ دوتا شو همین الان می‌گیم ...



۱ در محاسبات رابطه $F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ ، ترجیحاً اعداد به صورت ممیزدار نوشته نشود، زیرا این موضوع کمی ساده کردن اعداد را سخت می‌کند.

$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{(0.2 \times 10^{-6})(4 \times 10^{-6})}{(0.2)^2}$$

شکل نامناسب

$$F = 9 \times 10^9 \times \frac{(2 \times 10^{-7})(4 \times 10^{-6})}{(2 \times 10^{-1})^2}$$

شکل مناسب

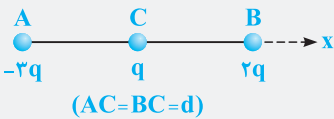
۲ در محاسبات کمی باهوش عمل کنیم. به‌طور مثال اگر در دو حالت زیر، نیرو در حالت (۱) را برابر $9/9$ نیوتون به‌دست می‌آوریم، در حالت دوم تنها یکی از بارها دو برابر شده است و نیرو دو برابر حالت اول است، یعنی $1/8$ نیوتون و نیازی به انجام محاسبات جدید نیست.

حالت اول: $F = 9 \times 10^9 \frac{(1 \times 10^{-6})(1 \times 10^{-6})}{(1 \times 10^{-1})^2} = 9/9\text{N}$

حالت دوم: $F' = 2F = 1/8\text{N}$

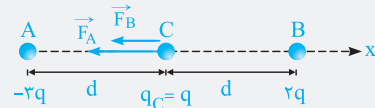
حالا بریم از این دوتا نکته مهارتیمون کلی استفاده کنیم ...

تمرین ۱۱: فرض کنید دو بار q در فاصله d ، بر یکدیگر نیروی 10N را وارد می‌کنند. در شکل



مقابل، بردار نیروی خالص وارد بر بار q کدام است؟

- (۱) $50\vec{i}$ (۲) $-50\vec{i}$ (۳) $40\vec{i}$ (۴) $-40\vec{i}$



پاسخ: فرض می‌کنیم اندازه نیرویی که دو بار q در فاصله d بر یکدیگر وارد می‌کنند، برابر F باشد، در این صورت چون دو بار q و $-3q$ ناهم‌نام هستند، نیروی بین آن‌ها جاذبه بوده و برابر است با:

برای ۳: $F = k \frac{|q_A||q|}{d^2} \Rightarrow F_A = 3F \xrightarrow{F=10\text{N}} F_A = 30\text{N} \Rightarrow \vec{F}_A = -30\vec{i}$

از سوی دیگر نیروی بین دو بار هم‌نام q و $2q$ دافعه بوده و برابر است با:

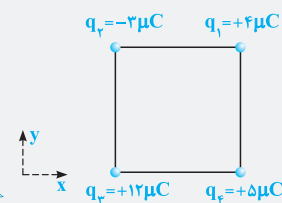
برای ۲: $F = k \frac{|q_B||q|}{d^2} \Rightarrow F_B = 2F \xrightarrow{F=10\text{N}} F_B = 20\text{N} \Rightarrow \vec{F}_B = -20\vec{i}$

در نهایت با برآیندگیری از نیروهای هم‌جهت به‌دست آمده، داریم:

$\vec{F}_T = \vec{F}_A + \vec{F}_B \Rightarrow \vec{F}_T = -50\vec{i}$ (گزینه ۲)

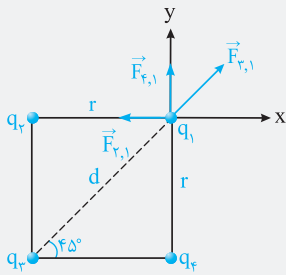
تمرین ۱۲: مطابق شکل، چهار بار الکتریکی در رأس‌های مربعی به ضلع 6cm قرار دارند. بردار نیروی

الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی q_1 در SI کدام است؟ ($\sqrt{2} \approx 1/4$, $k = 9 \times 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$)



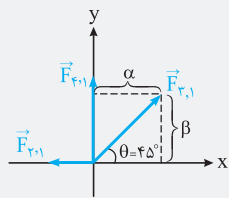
- (۱) $-12\vec{i} + 92\vec{j}$ (۲) $12\vec{i} + 92\vec{j}$ (۳) $-42\vec{i} + 60\vec{j}$ (۴) $42\vec{i} + 60\vec{j}$

پاسخ: برای شروع حل، مطابق شکل نیروهای وارد بر بار q_1 را رسم کرده و اندازه هر یک را به دست می آوریم:



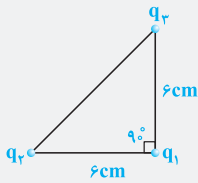
$$\begin{cases} F_{2,1} = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (3 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 30 \text{ N} \\ F_{3,1} = \frac{k |q_1| |q_3|}{d^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (12 \times 10^{-6})}{(6\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 60 \text{ N} \\ F_{4,1} = \frac{k |q_1| |q_4|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6}) \times (5 \times 10^{-6})}{(6 \times 10^{-2})^2} = 50 \text{ N} \end{cases}$$

در ادامه با رسم نیروها بر روی محورهای مختصات و با تجزیه بردار $\vec{F}_{3,1}$ در راستای محورهای x و y داریم (توجه شود که $\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$ می باشد):



$$\begin{cases} \vec{F}_{2,1} = -30 \vec{i} + 0 \vec{j} \\ \vec{F}_{3,1} = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j} \\ \vec{F}_{4,1} = 0 \vec{i} + 50 \vec{j} \end{cases} \begin{cases} \alpha = F_{3,1} \cos \theta = 60 \cos 45^\circ = 42 \text{ N} \\ \beta = F_{3,1} \sin \theta = 60 \sin 45^\circ = 42 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{3,1} = 42 \vec{i} + 42 \vec{j}$$

گزینه ۲) $\vec{F}_T = \vec{F}_{2,1} + \vec{F}_{3,1} + \vec{F}_{4,1} \Rightarrow \vec{R} = (-30 + 42 + 0) \vec{i} + (0 + 42 + 50) \vec{j} \Rightarrow \vec{F}_T = 12 \vec{i} + 92 \vec{j}$ نیروی برایند



تمرین ۱۳: در شکل مقابل، سه ذره با بارهای $q_1 = q_2 = q_3 = 4 \mu\text{C}$ در سه رأس یک مثلث قائم الزاویه ثابت شده اند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر q_1 نیوتون و اگر تنها علامت بار q_3 قرینه شود، بزرگی برایند نیروهای وارد بر q_1 و تغییر جهت (برگرفته از کتاب درس)

(۲) $20\sqrt{2}$ ، ثابت می ماند، نمی دهد

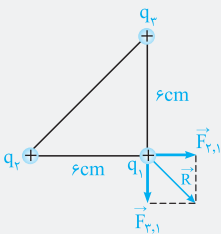
(۱) $40\sqrt{2}$ ، تغییر کرده، می دهد

(۴) $40\sqrt{2}$ ، ثابت می ماند، می دهد

(۳) $20\sqrt{2}$ ، تغییر کرده، نمی دهد

پاسخ: این سؤال را در دو حالت بررسی می کنیم:

حالت اول: ابتدا نیروهای وارد بر بار q_1 را مطابق شکل مقابل رسم می کنیم. از آنجایی که بارهای q_2 و q_3 مشابه بوده و فاصله آنها تا بار q_1 یکسان است، داریم:



\Rightarrow q_1, q_2 را دفع می کند.
 q_1, q_3 را دفع می کند.

$$F_{2,1} = F_{3,1} = \frac{9 \times 10^9 \times 4 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(6 \times 10^{-2})^2} = 40 \text{ N}$$

در ادامه با برابندگیری از دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{2,1}$ و $\vec{F}_{3,1}$ ، پاسخ سؤال را به دست می آوریم:

$$F_T = \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{3,1}^2} = 40\sqrt{2} \text{ N}$$

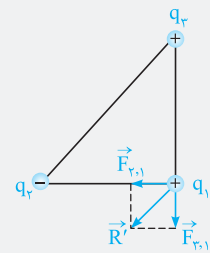
حالت دوم (علامت بار q_3 قرینه شود): در این حالت با ثابت بودن اندازه بارها و فاصله بین آنها، همچنان

$$F_{2,1} = F_{3,1} = 40 \text{ N} \text{ باقی می ماند ولی بار } q_3 \text{ را دفع کرده و بار } q_2 \text{ را جذب می کند.}$$

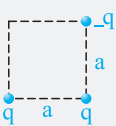
باز هم با توجه به عمود بودن $F_{2,1}$ و $F_{3,1}$ داریم:

$$F'_T = \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{3,1}^2} = 40\sqrt{2} \text{ N}$$

بنابراین اندازه بردار برایند نیروهای وارد بر بار q_1 ثابت مانده ولی مطابق شکل مقابل، جهت آن تغییر می کند، بنابراین گزینه (۴) صحیح است.



تمرین ۱۴: سه ذره باردار، مطابق شکل در گوشه های یک مربع قرار دارند. اگر ذره سمت چپ پایینی به جای q ، بار $-q$ داشته باشد، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار سمت راست پایینی نسبت به حالت فعلی: (برگرفته از کتاب درس)



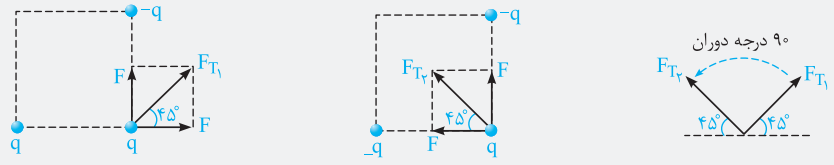
(۲) 90° درجه پادساعتگرد می چرخد.

(۱) 90° درجه ساعتگرد می چرخد.

(۴) 45° درجه پادساعتگرد می چرخد.

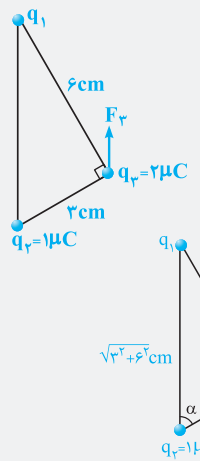
(۳) 45° درجه ساعتگرد می چرخد.

پاسخ: با سؤال جالب و مفهومی روبه‌رو شده‌ایم. برای پاسخ به این سؤال، اگر نیروی بین دو بار q در فاصله a را F فرض کنیم، در دو حالت برآیند نیروهای وارد بر ذره مورد نظر (سمت راست و پایین) به صورت زیر است:



همان‌طور که مشاهده می‌کنید، برآیند نیروهای وارد بر ذره مورد نظر 90° درجه پادساعتگرد دوران خواهد کرد و گزینه (۲) صحیح است.

حالا می‌فوایم دو تا سؤال توپ و قشنگ (داغ داغ) مربوط به کنگور ۹۶ تجربی رو براتون حل کنیم. فوب بهوشون دقت کنید ...



تمرین ۱۵: در شکل مقابل، سه بار نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اگر F_p برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 موازی خط واصل q_1 و q_2 باشد، F_p چند نیوتون است؟
(سراسری تجربی ۹۶) $(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2)$

- (۱) $8\sqrt{5}$
- (۲) $12\sqrt{5}$
- (۳) $16\sqrt{5}$
- (۴) $20\sqrt{5}$

پاسخ: برای حل این سؤال، کافیت به دو مورد زیر توجه کنید:

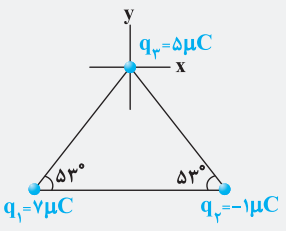
- ۱- به ذره q_3 ، نیروهای $\vec{F}_{1,3}$ و $\vec{F}_{2,3}$ وارد می‌شود که برآیند آن‌ها F_p را تشکیل می‌دهد.
- ۲- مقدار $\cos \alpha$ هم از روی مثلث آبی و هم از روی مثلث شکل اصلی سؤال قابل محاسبه است و رمز موفقیت در حل این سؤال، تساوی این دو مقدار است.

$$\text{مثلث بزرگ سمت چپ: } \cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 6^2}} = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{F_{2,3}}{F_p} \\ F_{2,3} &= \frac{k |q_2| |q_3|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 2 \times 1 \times 10^{-12}}{(3 \times 10^{-2})^2} = 20 \text{ N} \end{aligned} \right. \Rightarrow \cos \alpha = \frac{F_{2,3}}{F_p} = \frac{20}{F_p} \quad (2)$$

$$(1) = (2) \xrightarrow{\text{پاسخ نهایی}} \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{20}{F_p} \Rightarrow F_p = 20\sqrt{5} \text{ N} \quad (4 \text{ گزینه})$$

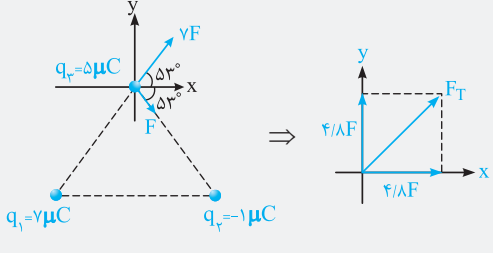
چون مقدار q_1 رو نداشتیم، نمیشد $F_{1,3}$ رو درآورد و بعرض مقدار نیروی برآیند F_p رو پیدا کرد و میپور شریم به کلکی سوار کنیم ...



تمرین ۱۶: سه ذره باردار مطابق شکل مقابل، در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. اگر خط واصل q_2 و q_3 موازی محور x باشد، بردار برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 زاویه چند درجه با محور x می‌سازد؟
(سراسری تجربی ۹۶ فارغ از کشور) $(k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2, \sin 53^\circ = 0.8)$

- (۱) صفر
- (۲) 37°
- (۳) 45°
- (۴) 53°

پاسخ: برای حل این سؤال جالب، در قدم اول با توجه به یکسان بودن فاصله بین q_2 و q_3 با فاصله بین q_1 و q_2 ، اگر نیروی بین q_2 و q_3 را برابر F فرض کنیم، نیروی بین q_1 و q_3 برابر γF است (امیدواریم تا این‌جای کار از این کلک‌ها یار گرفته باشید). در ادامه با توجه به بحث جاذبه و دافعه نیرو بارها، می‌توان شکل نشان داده شده را رسم کرد:



$$\begin{cases} \vec{F}_1 = (\gamma F \cos 53^\circ) \vec{i} + (\gamma F \sin 53^\circ) \vec{j} \\ \vec{F}_2 = (F \cos 53^\circ) \vec{i} - (F \sin 53^\circ) \vec{j} \\ \vec{F}_3 = (8F \cos 53^\circ) \vec{i} + (6F \sin 53^\circ) \vec{j} \end{cases}$$

$$\vec{F}_T = (8F \cos 53^\circ) \vec{i} + (6F \sin 53^\circ) \vec{j}$$

$$\vec{F}_T = (8F \times 0.6) \vec{i} + (6F \times 0.8) \vec{j} = 4.8F \vec{i} + 4.8F \vec{j}$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، مؤلفه‌های افقی و قائم \vec{F}_T با یکدیگر برابر هستند و این بردار با افق زاویه 45° می‌سازد، بنابراین گزینه (۳) صحیح است.



در تست‌های این فاز که به صورت میکروطبقه‌بندی ارائه شده است، اولاً به‌فوبی می‌توانید بر روی درسنامه‌ها مسلط شوید و ثانیاً مهارت‌های زیادی را در هنگام تست‌زنی کسب کنید. این موضوع سبب می‌شود به بهترین شکل خود را برای تست‌های فاز دو آماده کنید.



تست‌های کسب مهارت

آشنایی با مفهوم بار الکتریکی

تو شروع کار این فصل، می‌فوایم سؤالایی رو براتون بیاریم که شما رو با مفهوم پایه‌ای بار الکتریکی آشنا بکنه ...

۱- یک میله پلاستیکی خنثی را با یک پارچه پشمی مالش داده و باردار کرده‌ایم. بار الکتریکی این میله:

(۱) مقداری منفی بوده و مضرب صحیحی از یک بار الکتریکی پایه است.

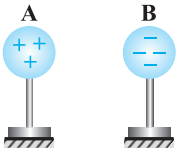
(۲) مقداری منفی بوده و مضرب صحیحی از یک کولن است.

(۳) مقداری مثبت بوده و مضرب صحیحی از یک بار الکتریکی پایه است.

(۴) مقداری مثبت بوده و مضرب صحیحی از یک کولن است.

۲- مطابق شکل زیر، دو کره A و B بر روی پایه‌های عایق قرار گرفته و بار آن‌ها به ترتیب برابر $8.0 \times 10^{-9} \text{ C}$ و $-4.8 \times 10^{-7} \text{ C}$ می‌باشد. در مورد این دو

جسم، کدام یک از عبارتهای زیر صحیح است؟ (اندازه بار الکتریکی هر الکترون 1.6×10^{-19} کولن می‌باشد.)



(۱) به جسم A تعداد 5×10^{11} پروتون و به جسم B تعداد 3×10^{12} الکترون داده‌ایم.

(۲) از جسم A تعداد 5×10^{11} الکترون و از جسم B تعداد 3×10^{11} پروتون گرفته‌ایم.

(۳) از جسم A تعداد 5×10^{11} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد 3×10^{12} الکترون داده‌ایم.

(۴) از جسم A تعداد 8×10^{11} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد 4.8×10^{11} الکترون داده‌ایم.

۳- یک میله شیشه‌ای به وسیله مالش با یک پارچه ابریشمی، دارای بار الکتریکی شده است. این میله چند کولن الکتریسیته می‌تواند

داشته باشد؟ (بار الکتریکی هر الکترون 1.6×10^{-19} کولن می‌باشد.)

(۱) $+2 \times 10^{-19}$

(۲) -2×10^{-19}

(۳) $+8 \times 10^{-19}$

(۴) -8×10^{-19}

۴- جسمی دارای بار اولیه q می‌باشد. اگر این جسم 5×10^{15} الکترون از دست بدهد، بار آن قرینه حالت اول می‌شود. بار اولیه این جسم،

چند میکروکولن بوده است؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$)

(۱) -400

(۲) 400

(۳) 800

(۴) -800

۵- جسم خنثی A را به جسم خنثی B مالش داده و دو جسم تنها با یکدیگر در تماس بوده‌اند. کدام یک از حالت‌های زیر، اصل پایستگی

بار الکتریکی را نقض می‌کند؟

(۱) حالتی که در آن جسم A دارای بار $+2 \mu\text{C}$ و جسم B دارای بار $-2 \mu\text{C}$ شود.

(۲) حالتی که در آن جسم A دارای بار $-2 \mu\text{C}$ و جسم B دارای بار $+2 \mu\text{C}$ شود.

(۳) حالتی که در آن جسم A دارای بار $-2 \mu\text{C}$ و جسم B نیز دارای بار $-2 \mu\text{C}$ شود.

(۴) حالتی که در آن جسم A و جسم B در پایان آزمایش خنثی باقی بمانند.

(سراسری قبل از ۸۰)

۶- بار الکتریکی مثبت هسته یک اتم خنثی برابر Q است، بنابراین

(۱) تعداد الکترون‌ها Q است.

(۲) تعداد الکترون‌ها $\frac{Q}{e}$ است.

(۳) تعداد نوترون‌ها Q است.

(۴) تعداد نوترون‌ها $\frac{Q}{e}$ است.

۷- در یک اتم دو بار مثبت (X^{2+})، اندازه بار الکتریکی الکترون‌های آن برابر $4.8 \times 10^{-18} \text{ C}$ می‌باشد. تعداد پروتون‌های این اتم کدام

است؟ (اندازه بار الکتریکی یک الکترون برابر 1.6×10^{-19} کولن می‌باشد.)

(۱) ۳۰

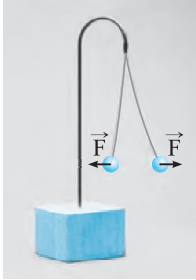
(۲) ۲۸

(۳) ۳۲

(۴) ۳۶

آشنایی اولیه با قانون کولن

هالا می‌فویایم بریم سراغ قانون کولن و به سری سؤالی مقدماتی از اصل فرمول براتون بیاریم. تست ۱۰ برید و مهمه ...



۸- با توجه به قانون کولن، اندازه نیرویی که دو گلوله باردار نشان داده شده بر یکدیگر وارد می‌کنند، با متناسب و با نسبت عکس دارد.

(۱) اندازه بار هر یک از آن‌ها - مجذور فاصله بین آن‌ها

(۲) اندازه بار هر یک از آن‌ها - فاصله بین آن‌ها

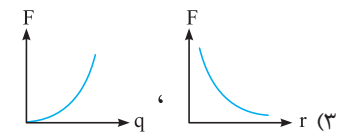
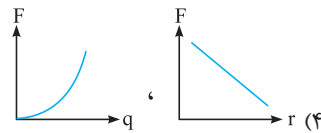
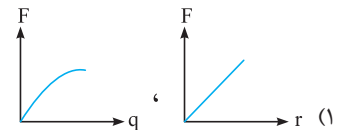
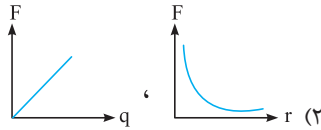
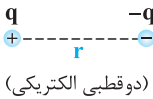
(۳) مجذور اندازه بار هر یک از آن‌ها - فاصله بین آن‌ها

(۴) مجذور اندازه بار هر یک از آن‌ها - مجذور فاصله آن‌ها

۹- یکای k (ثابت کولن) و ϵ_0 (ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ) در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

(۱) $\frac{C^2}{N.m^2}$ ، $\frac{N.m}{C}$ (۲) $\frac{C}{N.m}$ ، $\frac{N.m}{C}$ (۳) $\frac{N.m^2}{C^2}$ ، $\frac{C^2}{N.m^2}$ (۴) $\frac{N.m}{C^2}$ ، $\frac{C^2}{N.m}$

۱۰- در شکل زیر، دو بار الکتریکی هم‌اندازه و ناهم‌نام نشان داده شده است. کدام یک از نمودارهای زیر، تغییرات نیروی کولنی بین دو بار الکتریکی را برحسب فاصله بین آن‌ها و برحسب اندازه بار الکتریکی q به درستی نشان می‌دهد؟

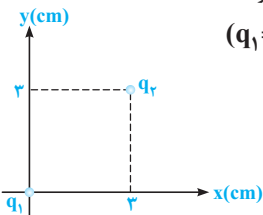


۱۱- بار الکتریکی ۵ میکروکولنی را در چند سانتی‌متری از یک بار ۴ میکروکولنی قرار دهیم تا بر آن نیروی ۱۸ نیوتون را وارد کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۳/۱۴ (۳) ۹ (۴) ۱۰ (سراسری قبل از ۸۰)

۱۲- دو ذره باردار با بارهای مثبت در فاصله ۳۰cm از یکدیگر با نیروی الکتریکی $5N$ یکدیگر را می‌رانند. اگر مجموع بار دو ذره ۱۵ میکروکولن باشد، بار هر یک از این ذره‌ها چند میکروکولن است؟ ($k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2$)

- (۱) ۸ و ۷ (۲) ۶ و ۹ (۳) ۵ و ۱۰ (۴) ۳ و ۱۲



۱۳- در شکل مقابل، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟ ($q_1 = -q_2 = 2\mu C$, $k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2$)

(۱) $\vec{F} = 10\sqrt{2}\vec{i} + 10\sqrt{2}\vec{j}$

(۲) $\vec{F} = -10\sqrt{2}\vec{i} - 10\sqrt{2}\vec{j}$

(۳) $\vec{F} = -20\sqrt{2}\vec{i} - 20\sqrt{2}\vec{j}$

(۴) $\vec{F} = 20\sqrt{2}\vec{i} + 20\sqrt{2}\vec{j}$

۱۴- دو بار نقطه‌ای q و $2q$ به فاصله d از یکدیگر بر روی محور x قرار دارند. اگر بار q بر بار $2q$ نیروی $\vec{F} = +10\vec{i}$ در SI وارد کند،

بار $2q$ بر بار q چه نیرویی وارد خواهد کرد؟

(۱) $\vec{F}' = +20\vec{i}$ (۲) $\vec{F}' = +10\vec{i}$ (۳) $\vec{F}' = -20\vec{i}$ (۴) $\vec{F}' = -10\vec{i}$

۱۵- در شکل روبه‌رو، دو گوی مشابه و کوچک به جرم $9gr$ و بار یکسان مثبت q در فاصله $1cm$ از هم قرار دارند، به طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. تعداد الکترون‌های کنده‌شده از هر گوی چه قدر

است؟ ($g = 10 N/kg$, $e = 1/6 \times 10^{-19} C$)



(۱) $6/25 \times 10^{14}$ (۲) $6/25 \times 10^{10}$

(۳) $2/25 \times 10^{12}$ (۴) $2/25 \times 10^{14}$

۱۶- ذره A به جرم m و بار الکتریکی q و ذره B به جرم ۲m و بار الکتریکی ۲q در نزدیکی هم قرار دارند. اگر تنها نیروی وارد بر این ذره‌ها، نیروی الکتریکی متقابل آن‌ها باشد و تحت آن نیروها ذرات شتاب بگیرند، بزرگی شتاب ذره A چند برابر بزرگی شتاب ذره B خواهد شد؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

بررسی تأثیر اندازه بارها و فاصله بین دو بار بر نیروی کولنی

تو ادامه کار، بریم ببینیم تغییر پارامترهای مختلف، چه‌بپوری باعث تغییر نیروی کولنی میشه. تو این قسمت، چیزای جالبی یار می‌گیری ...

۱۷- در مدل بور برای اتم هیدروژن، فاصله الکترون از پروتون هسته در حالت پایه برابر a و در هسته اتم هلیم دو پروتون به فاصله تقریبی $a \times 10^{-4}$ از هم قرار دارند. اندازه نیرویی که پروتون‌ها در هسته اتم هلیم بر هم وارد می‌کنند، چند برابر نیروی بین الکترون و پروتون در هسته اتم هیدروژن است؟

(برگرفته از کتاب درسی)

- (۱) 5×10^6 (۲) 5×10^7 (۳) $2/5 \times 10^6$ (۴) $2/5 \times 10^7$

۱۸- دو بار الکتریکی همنام و مساوی به فاصله d از یکدیگر قرار گرفته‌اند و با نیروی F یکدیگر را می‌رانند. این دو بار را در چه فاصله‌ای از یکدیگر باید قرار داد تا نیروی کولنی بین آن‌ها ۵۰ درصد کاهش یابد؟

- (۱) $\frac{d\sqrt{2}}{2}$ (۲) $d\sqrt{2}$ (۳) $\frac{d}{2}$ (۴) ۲d

۱۹- دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله معین بر هم نیرو وارد می‌کنند. اگر اندازه یکی از بارها دو برابر شود، فاصله بین دو بار را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟

- (۱) $\sqrt{2}$ برابر (۲) $\frac{1}{2}$ برابر (۳) ۲ برابر (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر

۲۰- فرض می‌کنیم دو بار مثبت Q که در یک فاصله معین قرار دارند نیرویی برابر F بر یکدیگر وارد می‌کنند. چند درصد یکی را برداشته به دیگری اضافه کنیم تا در همان فاصله نیروی بین آن‌ها برابر $\frac{15}{16}F$ گردد؟

(سراسری قبل از ۸۰)

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۲۱- دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌مقدار و ناهم‌نام، در فاصله r بر یکدیگر نیروی F را وارد می‌کنند. اگر ۲۰ درصد یکی از بارها را کم کرده و آن را بر دیگری بیفزاییم، فاصله بین دو بار الکتریکی را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{4}{25}$ (۴) $\frac{16}{25}$

۲۲- دو کره کوچک با بار الکتریکی مثبت با مقادیر q_1 و q_2 در فاصله r از هم ثابت شده‌اند و یکدیگر را با نیرویی به بزرگی F_1 می‌رانند. اگر ۵۰ درصد از بار q_1 را برداریم و به بار q_2 اضافه کنیم، در همان فاصله، مقدار نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند، F_2 می‌شود. در کدام حالت، $F_2 > F_1$ است؟

- (۱) $q_1 < \sqrt{2}q_2$ (۲) $q_1 > \sqrt{2}q_2$ (۳) $q_1 < 2q_2$ (۴) $q_1 > 2q_2$

نحوه توزیع بار الکتریکی بین دو کره مشابه با تماس با یکدیگر و بررسی نیروی کولنی بین آن‌ها

هالا بریم سراغ بحث اتصال دو کره به هم و تحلیل نیروی کولنی بین اون‌ها. تستای این زیرشافه هم، تو سال‌های اخیر پرکارتر بوده. راستی می‌دونید ایره اصلی هل این‌بهر سؤالا چیه؟! [اصلی هل این‌بهر سؤالا چیه؟!](#)

۲۳- دو گوی فلزی مشابه روی پایه‌های عایق قرار دارند. بار الکتریکی یکی از گوی‌ها $4\mu C$ - و بار دیگری $6\mu C$ + است. اگر دو گوی را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر گوی میکروکولن می‌شود و برای رسیدن به تعادل الکتروستاتیکی، الکترون از یکی به دیگری منتقل شده است. ($e = 1/6 \times 10^{-19} C$)

- (۱) $5, 3/125 \times 10^{13}$ (۲) $1, 6/25 \times 10^{12}$ (۳) $1, 3/125 \times 10^{13}$ (۴) $5, 6/25 \times 10^{12}$

۲۴- دو گوی رسانای کوچک و با شعاع‌های برابر با بارهای $q_1 = 4nC$ و $q_2 = -6nC$ را با هم تماس می‌دهیم و سپس تا فاصله $r = 3cm$ از هم دور می‌کنیم. نیروی برهم‌کنش الکتریکی بین دو گوی در حالت جدید: ($k = 9 \times 10^9 N \cdot m^2 / C^2$)

(کتاب درسی)

- (۱) 100 نانونیوتون و از نوع رانشی است. (۲) 400 نانونیوتون و از نوع ریابشی است.
(۳) 400 نانونیوتون و از نوع رانشی است. (۴) 100 نانونیوتون و از نوع ریابشی است.

۲۵- دو کره رسانای کوچک باردار با شعاع‌های برابر، قبل از تماس با هم، یکدیگر را جذب و بعد از تماس با هم، یکدیگر را دفع می‌کنند. کدام گزینه در مورد بار اولیه این دو کره درست است؟

- (۱) بار دو کره هم‌نام و هم‌اندازه است.
- (۲) بار دو کره ناهم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست.
- (۳) بار دو کره هم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست.
- (۴) بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه است.

۲۶- دو کره فلزی که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، دارای بار الکتریکی هستند. اندازه نیروی الکتریکی بین این دو کره با فاصله d برابر F است. اگر آن دو را به هم تماس داده و دوباره در همان فاصله قرار دهیم، اندازه نیرو F' می‌شود. کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

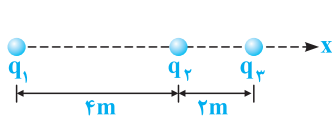
- (۱) $F > F'$
- (۲) $F < F'$ (سراسری قبل از ۸۰)
- (۳) $F = F'$
- (۴) بسته به شرایط، هر کدام ممکن است صحیح باشد.

۲۷- در سؤال قبل، اگر قبل از تماس دادن دو کره به یکدیگر، بار الکتریکی آن‌ها هم‌نام و نامساوی باشند، آنگاه کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

- (۱) $F > F'$
- (۲) $F' > F$
- (۳) $F = F'$
- (۴) با توجه به شرایط، هر یک از سه گزینه ممکن است صحیح باشد.

محاسبه نیروی کولنی بین چند بار الکتریکی واقع در یک راستا

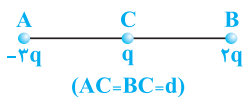
مثال می‌فهمیم بریم روی براینده نیروهای وارد بر یک ذره، تو حالتی که بارهای الکتریکی روی یه راستا هستن، کار کنیم. سؤال ۳۰، ایرش قبلی قشنگ و پریره ...



۲۸- مطابق شکل روبه‌رو، سه ذره با بارهای الکتریکی $q_1 = +2/5 \mu C$ ، $q_2 = -1 \mu C$ و $q_3 = +4 \mu C$ بر روی محور x ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 در SI کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2$) (سراسری قبل از ۸۰)

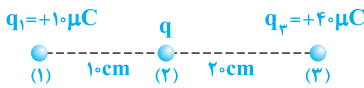
- (۱) $-6/5 \times 10^{-3} \vec{i}$
- (۲) $7/5 \times 10^{-3} \vec{i}$
- (۳) $10/5 \times 10^{-3} \vec{i}$
- (۴) $-11/5 \times 10^{-3} \vec{i}$

۲۹- دو بار q در فاصله d بر یکدیگر نیروی F را وارد می‌کنند. در شکل زیر، نیروی وارد بر بار q کدام است؟



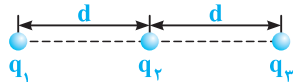
- (۱) $5F$ به طرف راست
- (۲) $5F$ به طرف چپ
- (۳) $4F$ به طرف چپ
- (۴) $4F$ به طرف راست

۳۰- در شکل مقابل، بار q چند میکروکولن باشد تا بزرگی براینده نیروهای وارد بر بارهای (۱) و (۳) برابر باشند؟ ($k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2$)



- (۱) ۱۰
- (۲) ۲۰
- (۳) ۳۰
- (۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

۳۱- در شکل مقابل، سه بار نقطه‌ای روی سه نقطه بر روی یک خط راست ثابت شده‌اند. اگر



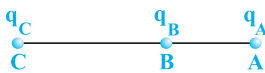
بار q_1 ، بار q_2 را با نیروی الکتریکی F دفع کند و بزرگی براینده نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $F/3$ و به سمت چپ باشد، نسبت q_1/q_2 کدام است؟

- (۱) $1/6$
- (۲) $-1/6$
- (۳) -6
- (۴) ۶

صفر شدن براینده نیروهای وارد بر بار آزمون، هنگامی که ذرات در یک راستا قرار دارند

تو بارهای واقع در یک راستا، براینده نیروها هم ممکنه صفر بشه. تو ادامه این موضوع رو بررسی می‌فهمیم کرد ...

۳۲- در نقاط A ، B و C به ترتیب بارهای الکتریکی q_A ، q_B و q_C مطابق شکل زیر قرار دارند. اگر نیروی وارد بر بار q_C صفر باشد، کدام بارها الزاماً غیرهم‌نام‌اند؟



- (۱) q_C ، q_A
- (۲) q_B ، q_A
- (۳) q_C ، q_B
- (۴) ممکن است هر سه بار هم‌نام باشند.

۳۳- دو بار الکتریکی $-q$ و $+4q$ در دو نقطه A و B به فاصله $AB = 30\text{cm}$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟

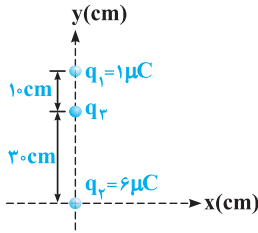
(سراسری قبل از ۸۰)

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

۳۴- در تست قبل، بار $-2q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

۳۵- در شکل روبه‌رو سه ذره الکتریکی نشان داده شده، بر روی محور y قرار گرفته‌اند. بار الکتریکی q_3 را چند میکروکولن و چگونه تغییر دهیم تا بار الکتریکی q_3 متعادل شود؟ (از وزن بارها صرف‌نظر شود.)



- (۱) $3\mu\text{C}$ به آن بیافزاییم. (۲) $3\mu\text{C}$ از آن کم کنیم. (۳) $4\mu\text{C}$ به آن بیافزاییم. (۴) در وضعیت فعلی بار q_3 متعادل است.

۳۶- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نشان داده شده، فاصله یکسانی از مبدأ دارند. در کدام ناحیه اگر یک پروتون قرار گیرد، ممکن است نیرویی در جهت محور x به آن وارد شود؟



- (۱) فقط (۴) (۲) و (۴) (۳) و (۴)، (۲) و (۳) (۴) و (۱) (۴)

۳۷- دو بار الکتریکی $q_1 = +4\mu\text{C}$ و $q_2 = -16\mu\text{C}$ در فاصله 60cm از یکدیگر قرار دارند. اگر بار الکتریکی q_3 را در فاصله d از بار q_1 قرار دهیم، هر سه بار نقطه‌ای به تعادل می‌رسند. به ترتیب از راست به چپ q_3 چند میکروکولن و d چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $60, +16$ (۲) $60, -16$ (۳) $120, +16$ (۴) $120, -16$

برایند نیروی کولنی برای چند بار نقطه‌ای واقع در صفحه

تو ادامه کار، بارها رو از حالت هم‌امتداد خارج می‌کنیم و می‌بریم تو حالت‌های مثلثی، مستطیلی و ... اصول مناسبه برایند نیروها تو این حالت هم، عین حالت هم امتزاده.

۳۸- سه بار نقطه‌ای $+Q$ و $-Q$ و $+q$ در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع مطابق شکل واقع‌اند. کدام گزینه، می‌تواند مقدار نیروی خالص وارد بر بار $+q$ باشد؟

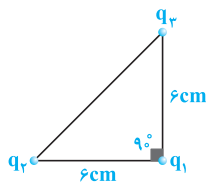
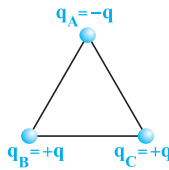
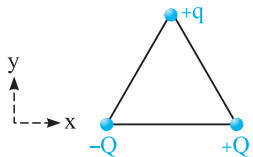
(سراسری قبل از ۸۰، با تزییر)

- (۱) $-10\vec{i}$ (۲) $+10\vec{i}$ (۳) $-10\vec{j}$ (۴) $+10\vec{j}$

۳۹- مطابق شکل مقابل، سه بار الکتریکی هم‌اندازه در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع قرار دارد. بیشترین نیروی کولنی بر کدام‌یک از بارها وارد می‌شود؟

- (۱) A (۲) B (۳) C (۴) هر سه برابر است.

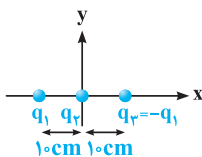
۴۰- در شکل مقابل، سه ذره با بارهای $q_1 = q_2 = q_3 = 4\mu\text{C}$ در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر q_1 نیوتون و اگر تنها علامت بار q_3 فرینه شود، بزرگی برایند نیروهای وارد بر q_1 و تغییر جهت ($k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$).



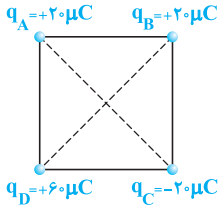
- (۱) $40\sqrt{2}$ ، تغییر کرده، می‌دهد (۲) $20\sqrt{2}$ ، ثابت می‌ماند، نمی‌دهد (۳) $20\sqrt{2}$ ، تغییر کرده، نمی‌دهد (۴) $40\sqrt{2}$ ، ثابت می‌ماند، می‌دهد

۴۱- مطابق شکل سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اندازه نیروی وارد بر بار q_2 برابر F است. اگر بار q_2 را به اندازه 10cm روی محور y جابه‌جا کنیم، بزرگی نیروی وارد بر بار q_2 چند برابر F خواهد شد؟

(سراسری قبل از ۸۰، با تزییر)



- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

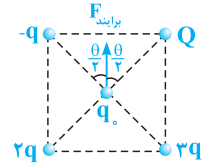


۴۲- در چهار رأس یک مربع به ضلع ۲۰ سانتی‌متر، مطابق شکل بارهای نقطه‌ای قرار داده‌ایم. اگر یک بار $10 \mu C$ - را در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی وارد بر آن چند نیوتون و در کدام جهت خواهد بود؟ (سراسری ریاضی ۸۲ خارج از کشور)

- (۱) $180\sqrt{2}$ ، به سمت چپ
- (۲) $180\sqrt{2}$ ، به سمت بالا
- (۳) $270\sqrt{2}$ ، به سمت بالا
- (۴) $270\sqrt{2}$ ، به سمت چپ

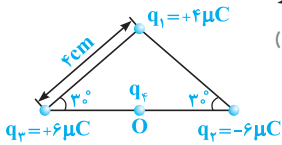
۴۳- مطابق شکل مقابل، چهار بار الکتریکی در رئوس مربع قرار گرفته و برآیند نیروی وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q_0 واقع در مرکز مربع به سمت بالا می‌باشد. مقدار بار Q کدام است؟

- (۱) $2q$
- (۲) q
- (۳) $-2q$
- (۴) $-q$



۴۴- سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار $q_4 = 1 \mu C$ واقع در نقطه O ، در وسط خط وصل دو بار q_2 و q_3 چند نیوتون است؟ (سراسری ریاضی ۸۴)

- (۱) ۴۵
- (۲) ۹۰
- (۳) $45\sqrt{3}$
- (۴) $90\sqrt{2}$

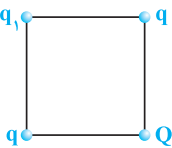


۴۵- در تست قبل، اگر تنها علامت بار q_4 تغییر کند، جهت نیروی وارد بر بار q_4 چند درجه تغییر خواهد کرد؟ (برگرفته از کتاب درسی)

- (۱) صفر
- (۲) ۴۵
- (۳) ۹۰
- (۴) ۱۸۰

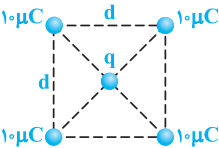
بررسی صفر شدن برآیند نیروها، تو حالت بارهای غیرهم‌راستا هم نکات پایداری داره که تو ادامه دو تا سوال خیلی مهم رو ازش بررسی می‌کنیم ...

۴۶- چهار بار الکتریکی مطابق شکل در رئوس مربع قرار دارند. اگر برآیند نیروهای وارد شده بر بار q_1 صفر باشد، کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟ (سراسری قبل از ۸۰)



- (۱) ممکن است علامت بار q مثبت و علامت بار Q منفی باشد.
- (۲) ممکن است علامت بار q منفی و علامت بار Q مثبت باشد.
- (۳) برای برقراری تعادل، اندازه بار Q ، باید $2\sqrt{2}$ برابر اندازه بار q باشد.
- (۴) مقدار بار الکتریکی q_1 ، در تعادل آن نقش دارد.

۴۷- پنج بار نقطه‌ای مطابق شکل قرار دارند و برآیند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هر یک از این بارها صفر است. بار q تقریباً چند میکروکولن است؟



- (۱) ۱۹
- (۲) -۱۹
- (۳) ۹/۵
- (۴) -۹/۵

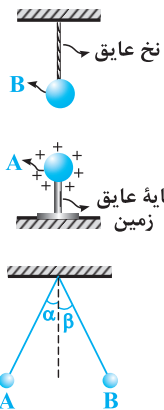
بررسی تعادل گلوله باردار (آونگ الکتریکی)

حالا بریم سراغ ترکیب قانون کولن، بحث تعادل و مناسبه کشش نخ. البته فراموش رو بفرایید، این بحث با کتاب پایه دوازدهمتون به زره مفقود شده ولی آوردیم تا بچه درسفونتا، ست کامل سوالاتی قانون کولن رو دیره باشن ...

۴۸- در شکل مقابل، گلوله رسانای A ، دارای بار الکتریکی $1 \mu C$ و در فاصله ۳ سانتی‌متری از گلوله B با جرم 2 kg و با بار الکتریکی $0.5 \mu C$ قرار دارد و کشش ایجاد شده در نخ عایق برابر T_1 است. اگر علامت بار الکتریکی گلوله A

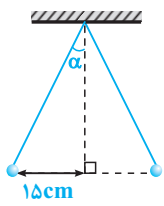
قرینه شود، نیروی کشش نخ عایق چند برابر می‌شود؟ ($g = 10 \text{ N/kg}$, $k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2$)

- (۱) $\frac{5}{3}$
- (۲) $\frac{3}{5}$
- (۳) ۲۵
- (۴) ۱۵



۴۹- در شکل مقابل، گلوله‌های باردار A و B با جرم‌های m_A و m_B و بارهای q_A و q_B از دو نخ با طول مساوی آویزان هستند و زاویه انحراف آن‌ها از راستای قائم برابر α و β می‌باشد. اگر اندازه نیروی الکتریکی وارد بر آن‌ها F_A و F_B باشد، کدام یک از عبارتهای زیر درست می‌باشد؟ (سراسری قبل از ۸۰)

- (۱) دو نیروی F_A و F_B هم‌اندازه و هم‌جهت می‌باشند.
- (۲) برای برابر بودن دو زاویه α و β ، باید بار دو گلوله هم‌اندازه باشد.
- (۳) برای برابر بودن دو زاویه α و β ، باید جرم دو گلوله یکسان باشد.
- (۴) اگر $m_B > m_A$ باشد، در این صورت $\beta > \alpha$ است.



۵۰- مطابق شکل مقابل، دو گلوله مشابه با بار یکسان و مثبت، هر یک به جرم ۲۴ گرم توسط نخ‌هایی سبک به طول ۳۹cm آویزان شده‌اند و در حالت تعادل قرار دارند. از هر گلوله، چند الکترون جدا شده است؟
 $(e = 1/6 \times 10^{-19} C, k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2, g = 10 m/s^2)$

۶/۲۵ × ۱۰^{۱۱} (۱) ۶/۲۵ × ۱۰^{۱۲} (۲) ۲/۲۵ × ۱۰^{۱۱} (۳) ۲/۲۵ × ۱۰^{۱۲} (۴)

محاسبه میدان الکتریکی در اطراف یک بار نقطه‌ای و تحلیل پارامترهای مؤثر بر آن

بعد از تحلیل نیروهای کولنی، حالا می‌فوییم بریم سراغ میدان الکتریکی ناشی از یه بار نقطه‌ای و سوالاتی مقدماتی رو ازش بررسی کنیم ...

۵۱- اندازه میدان الکتریکی حاصل از یک بار الکتریکی نقطه‌ای، با متناسب و با از بار الکتریکی نسبت عکس دارد.

(۱) مجذور بار الکتریکی - فاصله (۲) اندازه بار الکتریکی - فاصله

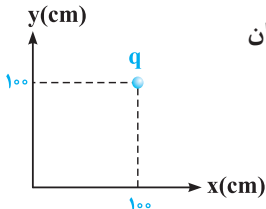
(۳) مجذور بار الکتریکی - مجذور فاصله (۴) اندازه بار الکتریکی - مجذور فاصله

۵۲- اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای ۲۰μC در فاصله یک متری آن، چند نیوتون بر کولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2)$

۲ × ۱۰^۳ (۱) ۲ × ۱۰^۶ (۲) ۱/۸ × ۱۰^۴ (۳) ۱/۸ × ۱۰^۵ (۴) (سراسری ریاضی ۸۰)

۵۳- اندازه میدان الکتریکی حاصل از بار کره کوچکی که $2/5 \times 10^{13}$ الکترون از دست داده است، در چند سانتی‌متری از آن برابر ۰/۹ مگانیوتون بر کولن است؟ $(k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2)$

۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴)



۵۴- مطابق شکل مقابل، بار الکتریکی $q = -20 nC$ در نقطه $A(100 cm, 100 cm)$ قرار دارد. بردار میدان الکتریکی حاصل از این بار الکتریکی در مبدأ مختصات، در SI کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2)$

$\vec{E} = -45\sqrt{2}\vec{i} - 45\sqrt{2}\vec{j}$ (۱) $\vec{E} = 90\vec{i} + 90\vec{j}$ (۲)

$\vec{E} = 45\sqrt{2}\vec{i} + 45\sqrt{2}\vec{j}$ (۳) $\vec{E} = 45\vec{i} + 45\vec{j}$ (۴)

۲ تا سؤال بصری، رو پارامتر فاصله تو فرمول E کار کرده و پندین بار مورد توجه بوره. تست بصری یه سؤال فیلی قشنگ و سازه هست ...

۵۵- اگر بردار شدت میدان حاصل از بار الکتریکی مثبت q_A در نقطه B در SI برابر $\vec{E}_B = 25 \times 10^9 \vec{i}$ و $\frac{AB}{BC} = \frac{3}{2}$ باشد، بردار شدت میدان الکتریکی در SI، برای نقطه C کدام است؟



$-15 \times 10^9 \vec{i}$ (۲) $+15 \times 10^9 \vec{i}$ (۱)

$-9 \times 10^9 \vec{i}$ (۴) $+9 \times 10^9 \vec{i}$ (۳)

۵۶- میدان الکتریکی در فاصله ۲۰ سانتی‌متری از بار q برابر E است. چند سانتی‌متر دیگر از این بار دور شویم تا میدان الکتریکی ۷۵ درصد کاهش یابد؟

۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴)

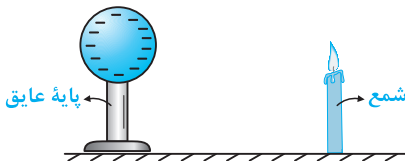
۵۷- در شکل زیر، شمعی در فاصله نسبتاً دور از یک کره رسانا با بار الکتریکی منفی نسبتاً بزرگ قرار دارد. اگر شمع را به نزدیکی کره منتقل کنیم، چه تغییری در وضعیت شعله شمع مشاهده می‌شود؟

(۱) در راستای قائم باقی می‌ماند.

(۲) به سمت چپ منحرف می‌شود.

(۳) به سمت راست منحرف می‌شود.

(۴) وضعیت مشخصی ندارد.



میدان الکتریکی ناشی از بارهای واقع در یک امتداد

تو ادامه کار، عین بحث نیروهای کولنی، بریم سراغ محاسبه میدان الکتریکی ناشی از چندتا بار الکتریکی واقع در یک امتداد ...

۵۸- بار الکتریکی نقطه‌ای مثبت دو میکروکولنی در مبدأ مختصات و بار هم‌نام نقطه‌ای چهار میکروکولنی در جهت مثبت محور y و در فاصله ۳ متری مبدأ قرار دارد. بردار میدان الکتریکی بین دو بار الکتریکی و در نقطه‌ای به فاصله ۲ متر از بار بزرگ‌تر در SI کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 N.m^2 / C^2)$

۹ × ۱۰^۳ \vec{j} (۱) -۹ × ۱۰^۳ \vec{j} (۲) ۱۸ × ۱۰^۳ \vec{j} (۳) -۱۸ × ۱۰^۳ \vec{j} (۴) (سراسری قبل از ۸۰)

۱ ۱ با توجه به سری تریبولکتریک در درسنامه، با مالش میله پلاستیکی و پارچه پشمی به یکدیگر، میله پلاستیکی بار منفی پیدا می‌کند که مقدار آن مضرب صحیحی از یک مقدار پایه (بار الکترون) می‌باشد و گزینه (۱) صحیح است.
 $q = -ne$

۳ ۲ همان‌طور که در درسنامه مطرح شد، وقتی جسمی دارای بار الکتریکی مثبت و یا منفی است، در واقع الکترون از آن گرفته و یا به آن داده شده است، این موضوع یعنی باردار کردن یک جسم، تعداد پروتون‌های آن جسم را تغییر نمی‌دهد، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. حال می‌توان نوشت:

جسم A، 5×10^{11} الکترون از دست داده است. $\Rightarrow n = 5 \times 10^{11} \Rightarrow n \times 1/6 \times 10^{-19} = 80 \times 10^{-9} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 5 \times 10^{11}$
 جسم A: $q_A = ne$



به جسم B، 3×10^{12} الکترون داده‌ایم. $\Rightarrow n = 3 \times 10^{12} \Rightarrow n \times 1/6 \times 10^{-19} = -4/8 \times 10^{-7} = -n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 3 \times 10^{12}$
 جسم B: $q_B = -ne$



۳ ۳ با مالش میله شیشه‌ای با پارچه ابریشمی، بار الکتریکی آن مثبت می‌شود. از سوی دیگر مطابق با رابطه $q = +ne$ ، بار الکتریکی میله، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه (۱): $n = \frac{q}{e} = \frac{2 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 1/25$ عدد صحیح نمی‌باشد. ✗

گزینه (۳): $n = \frac{q}{e} = \frac{8 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 5$ عدد صحیح است. ✓

با توجه به گزینه‌ها، تنها در گزینه (۳) یک عدد صحیح و مثبت به دست آمده و جواب سؤال می‌باشد.

۱ ۴ چون جسم الکترون از دست می‌دهد، بنابراین در حالت ثانویه بار آن مثبت و در حالت اولیه بار آن منفی است (رد گزینه‌های ۲ و ۳). بار جسم به مقدار $-2q_0$ تغییر کرده است (از q_0 به $-q_0$ رسیده است) و داریم:

$$\begin{cases} \Delta q = -q_0 - (q_0) = -2q_0 \\ \Delta q = ne \end{cases} \Rightarrow -2q_0 = ne = 5 \times 10^{15} \times 1/6 \times 10^{-19} = 8 \times 10^{-4} \Rightarrow q_0 = -4 \times 10^{-4} \text{ C} = -400 \mu\text{C}$$

۳ ۵ با توجه به اصل پایداری بار الکتریکی، مجموع جبری بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی (دستگاهی که با محیط اطراف تبادل بار الکتریکی ندارد)، برابر صفر است. این موضوع در گزینه (۳) رعایت نشده و اصل پایداری بار الکتریکی نقض می‌شود.

۲ ۶ برای پاسخ‌گویی به این سؤال، به سه نکته زیر توجه کنید:

۱- نوترون از نظر بار الکتریکی خنثی است، پس می‌توان گفت بار الکتریکی کل هسته یک اتم، با بار پروتون‌های آن هسته برابر است.

۲- اندازه بار پروتون و الکترون با یکدیگر یکسان است ($C = 1/6 \times 10^{-19}$). $(|q_e| = |q_p|)$.

۳- در یک اتم خنثی، تعداد الکترون‌ها و پروتون‌ها مساوی هستند.

حال با توجه به سه نکته بالا می‌توان نوشت:
 تعداد پروتون‌ها یا الکترون‌ها $n = \frac{Q}{e}$ (بار الکتریکی مثبت هسته)

۳ ۷ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبه تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت X^{2+} :
 $q = -ne \Rightarrow -4/8 \times 10^{-18} = -n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = 30$

گام دوم: تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت (X^{2+}) ، ۲ واحد کم‌تر از تعداد پروتون‌های آن می‌باشد. بنابراین تعداد پروتون‌های این اتم برابر ۳۲ می‌باشد.

۱ ۸ با توجه به قانون کولن می‌توان گفت:

$$F = \frac{k |q_1| |q_2|}{r^2} \rightarrow \begin{cases} F \propto |q_1| |q_2| \Rightarrow \text{رابطه مستقیم با حاصل ضرب اندازه بارها} \\ F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \text{رابطه معکوس با مجذور فاصله بین دو بار} \end{cases}$$

۹ | ۱ برای پاسخ دادن به این سؤال، با توجه به رابطه قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow k = \frac{Fr^2}{|q_1||q_2|} \Rightarrow k \text{ یکای } \frac{(\text{متر})^2 \times \text{نیوتون}}{\text{کولن} \times \text{کولن}} \equiv \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$$

در ادامه با توجه به رابطه $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ ، یکای ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ (ϵ_0)، برعکس یکای ثابت کولن (k) است و داریم:

$$k \text{ یکای } \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2} \Rightarrow \epsilon_0 \text{ یکای } \frac{\text{C}^2}{\text{N.m}^2}$$

۱۰ | ۳ با توجه به رابطه نیروی کولنی بین دو بار، رابطه F با r و q به صورت زیر است:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{|q_1|=|q_2|=q} F = \frac{kq^2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F \propto q^2 \\ F \propto \frac{1}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{با افزایش } r, \text{ نیروی } F \\ \text{کاهش می‌یابد.} \\ \text{(سهمی)} \end{cases}$$

تذکره: دو بار الکتریکی هم‌اندازه و غیرهم‌نام که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، یک دوقطبی الکتریکی نامیده می‌شوند.

۱۱ | ۴ با جای‌گذاری مقادیر q_1 ، q_2 و F در رابطه کولن داریم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{k|q_1||q_2|}{F} = \frac{9 \times 10^9 \times (\Delta \times 10^{-6}) \times (4 \times 10^{-6})}{18} = 0.01 \Rightarrow r = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

۱۲ | ۳ با توجه به اطلاعات مسأله، می‌توان نوشت:

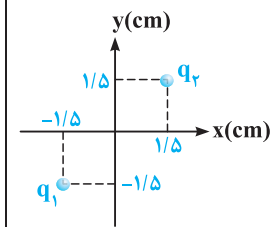
$$\begin{cases} F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \Delta = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1||q_2|}{(3 \times 10^{-1})^2} \Rightarrow |q_1||q_2| = \Delta \times 10^{-11} \text{ C}^2 = 50 \mu\text{C}^2 \\ |q_1| + |q_2| = 15 \mu\text{C} \end{cases}$$

حاصل ضرب دو بار هم‌نام $50 \mu\text{C}^2$ و حاصل جمع آن‌ها $15 \mu\text{C}$ است، بنابراین اندازه بار الکتریکی دو ذره برابر $5 \mu\text{C}$ و $10 \mu\text{C}$ است. البته اگر علاقه‌مند باشید می‌توانید با حل معادله درجه دوم نیز دو معادله دو مجهول اخیر را حل کنید، ولی این کار، زمان‌بر و طولانی است.

۱۳ | ۱ مشابه با تمرین (۵) درسنامه، گزینه (۱) صحیح است.

برای تمرین بیشتر، تمرین زیر را نیز بررسی کنید.

تمرین: در شکل مقابل، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟



$$(q_1 = q_2 = 2 \mu\text{C}, k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2/\text{C}^2)$$

$$\vec{F} = -10\sqrt{2} \vec{i} - 10\sqrt{2} \vec{j} \quad (2)$$

$$\vec{F} = -20\vec{i} + 20\vec{j} \quad (4)$$

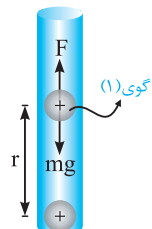
$$\vec{F} = 10\vec{i} + 10\vec{j} \quad (1)$$

$$\vec{F} = -20\sqrt{2} \vec{i} - 20\sqrt{2} \vec{j} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه (۲)

۱۴ | ۴ با توجه به شکل زیر، نیرویی که بار q بر بار $2q$ وارد می‌کند، با نیرویی که بار $2q$ بر بار q وارد می‌کند، مساوی و در خلاف جهت هم است. این موضوع بیانی از قانون سوم نیوتون است (هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن) و در نهایت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} 2q \text{ بر } q \text{ نیروی } \vec{F} = 10\vec{i} \\ q \text{ بر } 2q \text{ نیروی } -\vec{F} = -10\vec{i} \end{cases}$$



۱۵ | ۲ برای معلق ماندن گوی بالایی، نیروی دافعه الکتریکی بین دو گوی باید وزن گوی (۱) را خنثی کند و برای رسیدن به این هدف داریم:

$$\text{شرط معلق ماندن: } F = mg \Rightarrow \frac{kq \times q}{r^2} = mg$$

$$\Rightarrow \frac{9 \times 10^9 \times q^2}{(1 \times 10^{-2})^2} = (0.9 \times 10^{-3}) \times 10 \Rightarrow q^2 = 10^{-16} \text{ C}^2 \Rightarrow q = 10^{-8} \text{ C}$$

و برای پیدا کردن تعداد الکترون‌های کنده شده از هر گوی می‌توان نوشت:

$$q = ne \Rightarrow 10^{-8} = n \times (1.6 \times 10^{-19}) \Rightarrow n = \frac{1}{1.6} \times 10^{11} = 6.25 \times 10^{10}$$

۱۶ ۳ از آن جایی که نیرویی که ذره A بر ذره B وارد می‌کند، با نیرویی که ذره B بر ذره A وارد می‌کند، با توجه به قانون سوم نیوتون برابر است، می‌توان نوشت:

$$F_A = F_B \xrightarrow{F=ma} m_A a_A = m_B a_B \Rightarrow m a_A = \nu m a_B \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{\nu m}{m} = \nu$$

روش بهتر: چون اندازه نیروها با یکدیگر یکسان است، ذره A که جرم آن نصف جرم ذره B است، لزوماً شتابی ۲ برابر شتاب ذره B دارد.

۱۷ ۴ با استفاده از قانون کولن برای مقایسه بزرگی نیروی الکتریکی بین دو ذره باردار در دو حالت داریم:

$$\begin{cases} F_1 = k \frac{|q_1||q_2|}{r_1^2} = k \frac{|q_e||q_p|}{r_1^2} = k \frac{e^2}{r_1^2} \\ F_2 = k \frac{|q_p||q_p|}{r_2^2} = k \frac{e^2}{r_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{a}{\nu \times 10^{-4} a}\right)^2 = \frac{10^8}{4} = \nu/5 \times 10^7$$

۱۸ ۲ برای این که نیروی کولنی بین دو بار نصف شود (۵۰ درصد کاهش یابد)، فاصله بین دو بار باید $\sqrt{2}$ برابر شود:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{d^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \xrightarrow{F'=\frac{F}{2}} \frac{1}{2} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow d' = \sqrt{2}d$$

۱۹ ۱ روش اول: با توجه به ثابت ماندن نیرو در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = F' \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{k|\nu q_1||\times q_2|}{(r')^2} \Rightarrow r' = \sqrt{\nu} r$$

روش دوم: با دو برابر شدن اندازه یکی از بارها، نیروی بین دو بار الکتریکی هم ۲ برابر می‌شود و برای ثابت ماندن نیرو، باید r را طوری انتخاب کنیم که کسر را نصف کند و این موضوع یعنی r باید $\sqrt{2}$ برابر شود:

$$\text{ثابت } F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

↑
برابر ۲

↓
برابر $(\sqrt{2})^2$

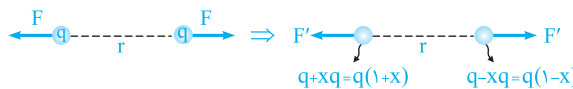
۲۰ ۴ درصد باری که از یکی از بارها برداشته و به دیگری اضافه شده است را x در نظر می‌گیریم. حال با بررسی دو حالت، مقدار مجهول را به دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} (1): F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابه اند}} F = \frac{kQ^2}{r^2} \\ (2): F' = \frac{k|q'_1||q'_2|}{r'^2} = k \frac{Q(1-x) \cdot Q(1+x)}{(Q-xQ)(Q+xQ)} = \frac{kQ^2}{r^2} (1-x^2) \end{cases}$$

$$F' = \frac{15}{16} F \Rightarrow (1-x^2) \left(\frac{kQ^2}{r^2}\right) = \frac{15}{16} \left(\frac{kQ^2}{r^2}\right) \Rightarrow 1-x^2 = \frac{15}{16} \Rightarrow x^2 = 1 - \frac{15}{16} = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \equiv 25\%$$

خلاصیت حرفه‌ایها: به دلیل اهمیت این سؤال می‌خواهیم کمی بیشتر به بررسی آن بپردازیم. کفایت کمی ذهنی تر به این سؤال نگاه کنیم:



$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1||q'_2|}{|q_1||q_2|} \Rightarrow \frac{F'}{F} = 1-x^2 = \frac{15}{16} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \equiv 25\%$$

باز هم سریع تر: نیرو چه قدر کم شده است؟ $\frac{1}{16} F \leftarrow$ جذر $\frac{1}{16}$ برابر x است. $\leftarrow x = \frac{1}{4}$ یا ۲۵٪ است.

تمرین: اگر نیرو $\frac{24}{25}$ برابر شود، x چه قدر است؟

پاسخ: نیرو چه قدر کم شده است؟ $\frac{1}{25} F \leftarrow$ جذر $\frac{1}{25}$ برابر x است. $\leftarrow x = \frac{1}{5}$ یا ۲۰٪ است.

۲۱ این سؤال، مکمل خوبی برای تست قبل محسوب می‌شود، زیرا در آن بارها برابر و مختلف‌العلامت هستند. در این سؤال ۲۰ درصد ($\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$) یکی از بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کرده‌ایم. برای این‌که نیروی کولنی بین دو بار تغییر نکند، باید فاصله دو بار را تغییر دهیم. بنابراین می‌توان نوشت:

حالت اولیه:  حالت ثانویه: 

$$q'_1 = q - \frac{1}{5}q = \frac{4}{5}q \quad q'_2 = -q + \frac{1}{5}q = -\frac{4}{5}q$$

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{F'=F} k \frac{|q| \times |q|}{r^2} = k \frac{|\frac{4}{5}q| \times |\frac{4}{5}q|}{(r')^2} \Rightarrow \left(\frac{r'}{r}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{4}{5}$$

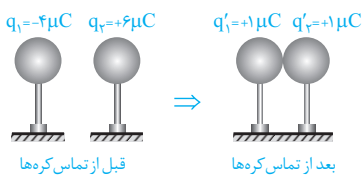
۲۲ این سؤال بسیار جالب و جدید است. با توجه به قانون کولن در مقایسه دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \\ F_2 = k \frac{|q_1 - \frac{1}{4}q_1||q_2 + \frac{1}{4}q_1|}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{1}{4}|q_1||q_2| + \frac{1}{4}|q_1|^2}{|q_1||q_2|} = \frac{1}{4} + \frac{|q_1|}{4|q_2|} \xrightarrow{\text{خواسته سؤال } F_2 > F_1} \frac{1}{4} + \frac{|q_1|}{4|q_2|} > 1$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{4|q_2|} > \frac{3}{4} \Rightarrow |q_1| > 3|q_2| \Rightarrow q_1 > 3q_2$$

دقت: در این سؤال، دو حالت زیر نیز می‌تواند پرسیده شود:

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{4} + \frac{|q_1|}{4|q_2|} \Rightarrow \text{اگر } \begin{cases} \frac{|q_1|}{4|q_2|} = \frac{1}{4} \Rightarrow q_1 = q_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = 1 \Rightarrow F_2 = F_1 \\ \frac{|q_1|}{4|q_2|} < \frac{1}{4} \Rightarrow q_1 < q_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} < 1 \Rightarrow F_2 < F_1 \end{cases}$$



۲۳ با توجه به مشابه بودن گوی‌ها، پس از تماس آن‌ها با یکدیگر، بار الکتریکی کره‌ها با یکدیگر برابر شده و مقدار آن برابر است با:

$$\begin{cases} q_1 = -4\mu\text{C} \\ q_2 = +6\mu\text{C} \end{cases} \Rightarrow q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{(-4) + 6}{2} = 1\mu\text{C}$$

به عبارت دیگر با تماس دادن دو کره با یکدیگر باید به میزان $-5\mu\text{C}$ بار از کره اول به کره دوم منتقل شود. در ادامه با توجه به رابطه $q = ne$ تعداد الکترون‌های مبادله شده را به دست می‌آوریم:

$$q = -ne \Rightarrow -5 \times 10^{-6} = n \times (-1.6 \times 10^{-19}) \Rightarrow n = 3.125 \times 10^{13}$$

۲۴ در حالت جدید بار هر دو کره یکسان شده و مقدار آن برابر است با:

$$q'_1 = q'_2 = \frac{-6 + (+4)}{2} = -1\text{nC}$$

در ادامه می‌توان گفت نیروی بین آن‌ها از نوع رانشی بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F' = k \frac{|q'_1||q'_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{(1 \times 10^{-9}) \times (1 \times 10^{-9})}{(30 \times 10^{-2})^2} = 10^{-7} \text{N} = 100 \text{nN}$$

۲۵ می‌دانیم که دو کره قبل از تماس یکدیگر را جذب می‌کنند، بنابراین بار دو کره ناهم‌نام است. اکنون دو حالت را فرض می‌کنیم:

(الف) اندازه بار دو کره برابر است ($|q_2| = |q_1|$): در این حالت با تماس دو کره، بارها یکدیگر را خنثی می‌کنند و دیگر باری برای کره‌ها باقی نمی‌ماند، بنابراین در این حالت کره‌ها نمی‌توانند پس از اتصال یکدیگر را دفع کنند.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q_1 + q_2}{2} = 0$$

(ب) اندازه بار دو کره برابر نباشد: در این حالت با تماس دو کره، مقداری از بار بزرگ‌تر توسط بار کوچک‌تر خنثی شده و مابقی آن بین دو کره به طور یکسان پخش می‌شود، بنابراین در این حالت کره‌ها پس از اتصال یکدیگر را دفع می‌کنند.

تذکره: دقت کنیم در این سؤال مقدار نیروی بین دو کره در حالت قبل از تماس بیشتر از حالت بعد از تماس است (چرا؟).

۴ ۲۶ در این سؤال با توجه به علامت بار دو کره، هر سه حالت می‌تواند رخ دهد. با سه مثال ساده این موضوع را بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر دو کره بار هم‌علامت و مساوی داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند، زیرا حاصلضرب $|q_1||q_2|$ تغییر نمی‌کند.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q + q}{2} = q$$

حالت دوم: اگر دو کره بار مساوی و مختلف‌العلامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره صفر شده و به عبارتی کاهش می‌یابد.

$$q'_1 = q'_2 = \frac{q + (-q)}{2} = 0 \Rightarrow F' = 0 < F$$

حالت سوم: اگر دو کره بار نامساوی و هم‌علامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره افزایش می‌یابد. برای درک بهتر این حالت به اعداد زیر توجه کنید:

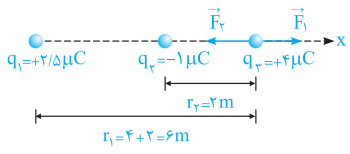
$$q'_1 = q'_2 = \frac{q + 2q}{2} = \frac{3}{2}q$$

$$\begin{cases} |q'_1||q'_2| = \left|\frac{3}{2}q\right| \times \left|\frac{3}{2}q\right| = \frac{9}{4}q^2 & \xrightarrow{F \propto |q_1||q_2|} F' > F \\ |q_1||q_2| = |q| \times |2q| = 2q^2 \end{cases}$$

بنابراین هر سه حالت ممکن است رخ دهد.

۲ ۲۷ در پاسخ سؤال قبل، در حالت سوم به کمک یک مثال عددی دیدیم که اگر دو کره دارای بار الکتریکی هم‌نام و نامساوی باشند، اندازه نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن به یکدیگر بیشتر از حالت قبل از تماس است (این موضوع با کمک اصول ریاضی نیز به سادگی قابل اثبات است).

۱ ۲۸ بار الکتریکی q_1 بار q_3 را دفع می‌کند (\vec{F}_1) و بار الکتریکی q_2 بار q_3 را جذب می‌کند (\vec{F}_2).



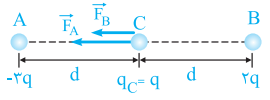
$$\begin{cases} \vec{F}_1 = k \frac{|q_1||q_3|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2.5 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(4)^2} = 2.5 \times 10^{-3} \text{ N} \xrightarrow{\text{در جهت محور X}} \vec{F}_1 = 2.5 \times 10^{-3} \vec{i} \\ \vec{F}_2 = k \frac{|q_2||q_3|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(2)^2} = 9 \times 10^{-3} \text{ N} \xrightarrow{\text{در خلاف جهت محور X}} \vec{F}_2 = -9 \times 10^{-3} \vec{i} \end{cases}$$

بنابراین برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر است با:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 2.5 \times 10^{-3} \vec{i} + (-9 \times 10^{-3} \vec{i}) = -6.5 \times 10^{-3} \vec{i}$$

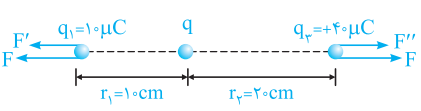
به عبارت دیگر اندازه برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر 6.5×10^{-3} نیوتون و در خلاف جهت محور X می‌باشد.

۲ ۲۹ فرض می‌کنیم اندازه نیرویی که دو بار q در فاصله d بر یکدیگر وارد می‌کنند، برابر F باشد در این صورت اندازه نیروهای F_A و F_B برابر است با:



$$\begin{aligned} \text{نیروی بین A و C (جاذبه): } \vec{F} &= k \frac{|q_A||q_C|}{d^2} \Rightarrow F_A = 3F \\ \text{نیروی بین B و C (دافعه): } \vec{F} &= k \frac{|q_B||q_C|}{d^2} \Rightarrow F_B = 2F \end{aligned}$$

(به سمت چپ) $R = 3F + 2F = 5F$ داریم:



۴ ۳۰ این سؤال، یک سؤال جالب و مفهومی است. دو بار q_1 و q_3 یکدیگر را با نیروی F دفع می‌کنند. حال اگر بار q را مثبت فرض کنیم، این بار q دو بار q_1 و q_3 را نیز دفع می‌کند. با توجه به نیروهای نشان داده شده بر روی شکل، برای برابر بودن اندازه برآیند نیروهای وارد بر دو بار q_1 و q_3 باید داشته باشیم:

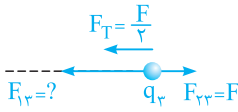
$$\begin{cases} F_{T_1} = F + F' = F + k \frac{|q_1||q|}{r_1^2} = F + k \times \frac{1 \times 10^{-6} |q|}{(1 \times 10^{-1})^2} = F + 10^{-3} k |q| \\ F_{T_3} = F + F'' = F + k \frac{|q_3||q|}{r_2^2} = F + k \times \frac{4 \times 10^{-6} |q|}{(2 \times 10^{-1})^2} = F + 10^{-3} k |q| \end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، بدون توجه به این‌که اندازه بار الکتریکی q چه مقدار باشد، همیشه دو نیروی F_{T_1} و F_{T_3} با هم برابر می‌باشند. بنابراین بار الکتریکی q هر مقدار دلخواهی را می‌تواند داشته باشد.

تذکر: توصیه می‌شود که به عنوان تمرین نشان دهید که اگر بار q منفی باشد نیز به همین نتیجه می‌رسیم.

گام اول: چون بارهای q_2 و q_3 یکدیگر را دفع می‌کنند، بنابراین هم‌نام می‌باشند و از طرفی نیرویی که q_2 به q_3 وارد می‌کند نیز طبق قانون سوم نیوتون برابر F و باید به سمت راست باشد (حالت دافعه).

گام دوم: همان‌طور که در صورت سؤال مطرح شده است، بزرگی برابری نیروهای وارد بر بار q_2 برابر $\frac{F}{\gamma}$ و به سمت چپ است، بنابراین مطابق شکل رسم شده، بار q_1 ، باید بار q_3 را با نیروی $F_{13} = \frac{3}{\gamma}F$ به سمت خود، یعنی به سمت چپ، جذب کند:



$$F_T = F_{13} - F_{23} \Rightarrow \frac{F}{\gamma} = F_{13} - F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{\gamma}F$$

گام سوم: حال با توجه به این‌که $F_{23} = F$ و $F_{13} = \frac{3}{\gamma}F$ می‌باشد، به سادگی می‌توان نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ را به دست آورد:

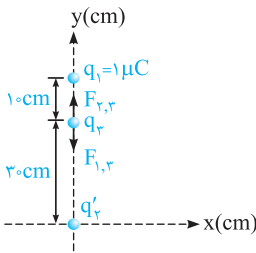
$$F_{13} = \frac{3}{\gamma}F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{\gamma}F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{(\gamma d)^2} = \frac{3}{\gamma} \times k \frac{|q_2||q_3|}{d^2} \Rightarrow \left| \frac{q_1}{q_2} \right| = 6$$

بار q_1 ، بار q_2 را جذب و بار q_3 ، بار q_2 را دفع می‌کند، بنابراین بارهای q_1 و q_2 مختلف‌العلامت می‌باشد و $-\frac{q_1}{q_2} = 6$ می‌باشد.

۳۲ ۲ با توجه به درسنامه از آن‌جایی‌که نقطه C (محل صفر شدن برابری نیروها) خارج از فاصله بین دو بار q_A و q_B قرار دارد، درمی‌یابیم این دو بار با یکدیگر مختلف‌العلامت هستند (q_B, q_A) و چون نقطه C به نقطه B نزدیک‌تر است، می‌فهمیم این بار اندازه کوچک‌تری دارد.

۳۳ ۴ با توجه به تمرین (۱۷) در درسنامه، گزینه (۴) صحیح است.

۳۴ ۴ همان‌طور که در روند حل تست قبل (در درسنامه) مشاهده می‌شود، مقدار و علامت بار q' ، در به تعادل رسیدن آن نقشی ندارد و اگر اندازه بار q' دو برابر و حتی قریب‌تر نیز شود، مجدداً تعادل برای آن برقرار است و پاسخ همان 60 cm می‌باشد.



۳۵ ۱ برای تعادل بار الکتریکی q_3 باید دو نیروی مساوی و در خلاف جهت هم به آن وارد شود. بار جدید q_2' را با q_1 نشان می‌دهیم. بنابراین داریم:

$$F_{2,3} = F_{1,3} \Rightarrow \frac{k|q_2'||q_3|}{(30)^2} = \frac{k|q_1||q_3|}{(10)^2} \Rightarrow \frac{|q_2'|}{900} = \frac{1}{100} \Rightarrow |q_2'| = 9 \mu\text{C} \Rightarrow q_2' = 9 \mu\text{C}$$

با توجه به این‌که $q_2 = 6 \mu\text{C}$ است، باید $3 \mu\text{C}$ به بار q_2 بیافزاییم تا بار q_3 متعادل شود.

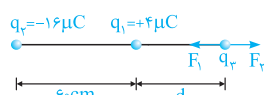
۳۶ ۲ نیروی وارد از طرف بارهای مثبت q_1 و q_2 بر پروتون دافعه می‌باشد. بنابراین نیروهای وارد بر پروتون در ناحیه (۴) به سمت راست (در جهت محور X) و در ناحیه (۱) به سمت چپ (در خلاف جهت محور X) می‌باشد.



از طرفی در ناحیه (۳) نیروی دافعه وارد از طرف q_2 بر پروتون بیشتر از نیروی دافعه وارد شده از طرف q_1 بر پروتون می‌باشد (چرا؟)، بنابراین در این ناحیه برابری نیروهای وارد بر پروتون حتماً به سمت چپ و در خلاف جهت محور X می‌باشد. در ناحیه (۲) نیروی وارد بر پروتون از طرف q_1 می‌تواند بیشتر از نیروی وارد بر پروتون از طرف بار q_2 شود (چون پروتون به بار q_1 نزدیک‌تر است)، بنابراین در محدوده‌ای از ناحیه (۲) برابری نیروی وارد بر پروتون می‌تواند در جهت محور X باشد.

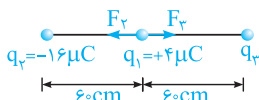
در مجموع می‌توان گفت در دو ناحیه (۴) و (۲) برابری نیروی وارد بر پروتون از طرف دو بار دیگر می‌تواند به سمت راست و در جهت محور X باشد.

۳۷ ۲ در این سؤال با توجه به این‌که بار q_1 اندازه کوچک‌تری نسبت به بار q_2 دارد، پس بار q_3 برای تعادل باید نزدیک به بار q_1 باشد و چون بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند، پس بار q_3 باید در خارج از فاصله بین دو بار قرار گیرد.



$$F_{T,3} = 0 \Rightarrow F_1 = F_2 \Rightarrow k \frac{4 \times |q_3|}{d^2} = k \frac{16 \times |q_3|}{(d+6)^2} \Rightarrow \frac{4}{d^2} = \frac{16}{(d+6)^2} \Rightarrow \frac{2}{d} = \frac{4}{d+6} \Rightarrow d = 6 \text{ cm}$$

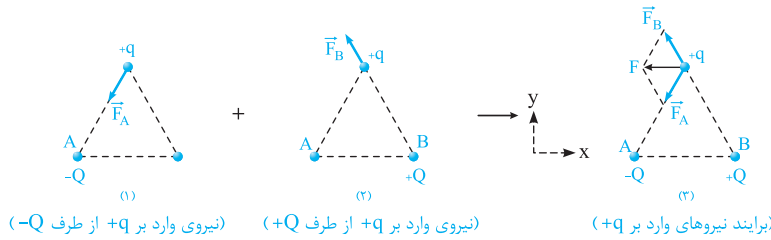
برای این‌که بار q_1 نیز در حال تعادل باشد، باید بارهای q_2 و q_3 هم‌علامت بوده (در نتیجه علامت بار q_3 باید منفی باشد) و اندازه نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q_1 با هم برابر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F_{T,1} = 0 \Rightarrow F_2 = F_3 \Rightarrow k \frac{16 \times 4}{6^2} = k \frac{4 \times |q_3|}{6^2} \Rightarrow |q_3| = 16 \mu\text{C}$$

بنابراین بار q_3 برابر $-16 \mu\text{C}$ می‌گردد (برای $q_3 = -16 \mu\text{C}$).

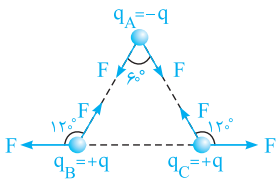
۱ ۳۸ اگر اندازه نیرویی که دو بار Q و q برهم وارد می‌کنند را F' در نظر بگیریم، داریم:



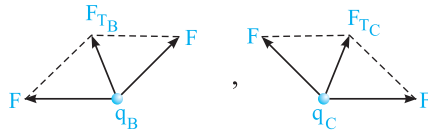
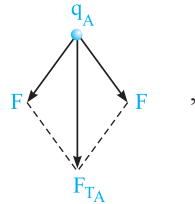
همان‌طور که مشاهده می‌کنید، نیروی خالص وارد بر ذره +q در خلاف جهت x است و از بین گزینه‌ها تنها گزینه (۱) با فرم برداری آن انطباق دارد.

تذکره: با توجه به یکسان بودن فاصله و اندازه بار در شکل‌های (۱) و (۲)، F_A و F_B با هم برابرند:

$$F_A = F_B = F' = \frac{k|q||Q|}{r^2}$$



۱ ۳۹ با توجه به هم‌اندازه بودن تمام بارها و یکسان بودن فاصله آن‌ها از یکدیگر، اندازه نیروی وارد شده از هر دو بار بر بار دیگر برابر است (F). حال کافی است که با توجه به زاویه نیروهای وارد شده بر هریک از بارها، برابری نیروهای وارد بر هر بار از طرف سایر بارها را به‌دست آورد. با توجه به هم‌اندازه بودن نیروها، می‌توان از رابطه $F_{T_B} = F_{T_C} = 2F \cos \frac{\alpha}{2}$ برای برابری استفاده کرد.



$$F_{T_B} = F_{T_C} = 2F \cos \frac{120^\circ}{2} = F$$

$$F_{T_A} = 2F \cos \frac{60^\circ}{2} = \sqrt{3}F$$

بنابراین برابری نیروهای وارد بر بار قرار گرفته در رأس A از منظر برابری نیروهای وارد بر سایر بارها بیشتر است.

۴ ۴۰ با توجه به تمرین (۱۳) در درسنامه، گزینه (۴) صحیح است.

۳ ۴۱ از آن‌جا که اندازه بارهای q_1 و q_2 با یکدیگر برابر و مختلف‌العلامت هستند و فاصله آن‌ها تا بار q_3 برابر است، بنابراین نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q_3 مساوی و برابر $\frac{F}{2}$ می‌باشد.

$$F = F_{1,2} + F_{2,2} \xrightarrow{F_{1,2} = F_{2,2}} F_{1,2} = F_{2,2} = \frac{F}{2}$$

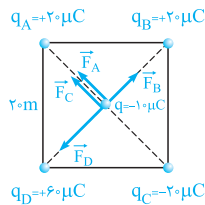
در ادامه وقتی بار q_3 را به اندازه $d = 10 \text{ cm}$ روی محور y جابه‌جا می‌کنیم، اندازه بارها ثابت بوده و فقط فاصله بین q_2 و دو بار الکتریکی دیگر $\sqrt{2}$ برابر می‌شود، بنابراین داریم:

$$r'^2 = 10^2 + 10^2 \Rightarrow r' = 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\frac{F'_{1,2}}{F_{1,2}} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \left(\frac{10}{10\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow F'_{1,2} = F'_{2,2} = \frac{1}{2} F_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{2}\right) = \frac{1}{4} F$$

حال برابری دو نیروی $F'_{1,2}$ و $F'_{2,2}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{\text{برابری}} = 2F'_{1,2} \cos \alpha \xrightarrow{\cos \alpha = \frac{d}{\sqrt{2}d} = \frac{\sqrt{2}}{2}} F_{\text{برابری}} = 2 \times \left(\frac{1}{4} F\right) \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} F$$



۱ ۴۲ مطابق شکل، نیروهای وارد بر ذره q در مرکز مربع را رسم می‌کنیم. اندازه قطر مربع $20\sqrt{2} \text{ cm}$ می‌باشد، در نتیجه فاصله بار q در مرکز مربع با هریک از بارهای موجود بر روی رئوس مربع، نصف اندازه قطر مربع $\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$ بوده و برابر $10\sqrt{2} \text{ cm}$ می‌باشد.

$$F_B = \frac{k|q_B||q|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (20 \times 10^{-6}) \times (10 \times 10^{-6})}{(10\sqrt{2} \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N}$$

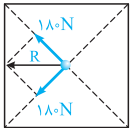
$$\Rightarrow \vec{F}_B \Rightarrow R_{B,D} = F_D - F_B = 270 - 90 = 180 \text{ N} \quad (\vec{F}_D \text{ در جهت نیروی } \vec{F}_D)$$

$$F_D = \frac{k|q_D||q|}{r^2} \xrightarrow{|q_D| = 3|q_B|} F_D = 3F_B = 270 \text{ N}$$

$$F_A = \frac{k|q_A||q|}{r^2} \xrightarrow{|q_A| = |q_C| = |q_B|} F_A = F_B = F_C = 90 \text{ N}$$



در جهت این دو نیرو) $R_{A,C} = F_A + F_C = 90 + 90 = 180 \text{ N}$

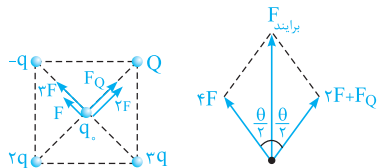


(به سمت چپ) $R = 2 \times 180 \times \cos \frac{90^\circ}{2} = 180\sqrt{2}$

از طرفی برآیند دو نیروی \vec{F}_C و \vec{F}_A نیز برابر است با:

دقت: همان طور که مشاهده کردید با کمی تیزهوشی، به جای محاسبه چهار نیرو، فقط یک نیرو را حساب کردیم و مابقی نیروها را با توجه به آن به دست آوردیم.

۳ ۴۳ اگر اندازه نیرویی که بار q بر q_0 وارد می کند برابر F باشد، بار $3q$ نیرویی به بزرگی $3F$ را بر q_0 اعمال می کند. با توجه به شکل زیر، برآیند دو



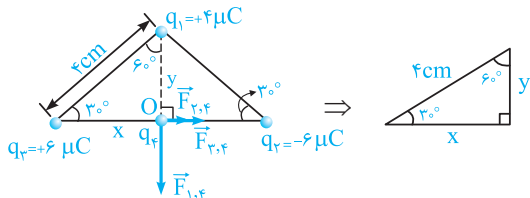
نیروی هم جهتی که بارهای $-q$ و $3q$ بر q_0 وارد می کنند، $4F$ می شود.

از طرفی برآیند نیروهایی که بارهای $2q$ و Q بر بار q_0 وارد می کنند، باید همین مقدار باشد تا برآیند کل نیروهای وارد شده بر بار q_0 ، بر روی نیمساز زاویه θ و به سمت بالا قرار گیرد.

$\Rightarrow 4F = F_Q + 2F \Rightarrow F_Q = 2F$

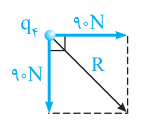
بنابراین اندازه نیروی وارد شده از طرف بار Q بر q_0 دو برابر نیروی وارد شده از طرف بار q بر q_0 می باشد. با توجه به یکسان بودن فاصله تمام بارها از q_0 ، بنابراین بار Q باید برابر $-2q$ باشد (منفی است زیرا باید q_0 را جذب کند).

۴ ۴۴ بارهای q_1 و q_3 ، بار q_4 را دفع کرده و بار q_2 آن را جذب می کند. در ادامه مطابق شکل نیروهای وارد بر این بار را حساب می کنیم:

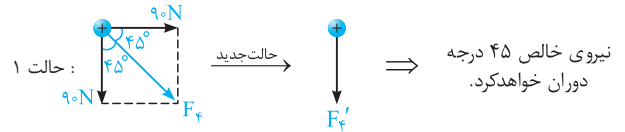


$$\begin{cases} \sin 60^\circ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{x}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 2\sqrt{3} \text{ cm} \\ \cos 60^\circ = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{y}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \text{ cm} \end{cases}$$

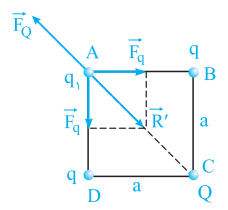
$$\begin{cases} F_{1,4} = \frac{k|q_1||q_4|}{y^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (4 \times 10^{-6})(1 \times 10^{-6})}{(2 \times 10^{-2})^2} = 90 \text{ N} \\ F_{2,4} = F_{3,4} = \frac{k|q_2||q_4|}{x^2} = \frac{9 \times 10^9 \times (6 \times 10^{-6})(1 \times 10^{-6})}{(2\sqrt{3} \times 10^{-2})^2} = 45 \text{ N} \Rightarrow F' = 45 + 45 = 90 \text{ N} \end{cases}$$



\Rightarrow برآیند کل: $R = 2F' \cos \frac{90^\circ}{2} = 90\sqrt{2} \text{ N}$



۲ ۴۵ در سؤال قبل اگر علامت q_2 قرینه شود، نیروی ناشی از q_3 و q_4 یکدیگر را خنثی خواهند کرد و در مجموع تنها یک نیروی قائم باقی خواهد ماند. با توجه به این موضوع، جهت نیروی وارد بر q_4 به اندازه 45 درجه تغییر خواهد کرد.



۴ ۴۶ ابتدا فرض می کنیم که علامت بار Q و q_1 مثبت باشند. در شکل مقابل بار الکتریکی Q ، بار q_1 را با نیروی \vec{F}_Q دفع می کند. اگر بار q_1 توسط بارهای q نیز دفع شود، در این صورت امکان ندارد که برآیند نیروهای وارد بر این بار صفر شود (چرا؟)، بنابراین بار q_1 توسط بارهای q جذب می شود. به بیان دیگر بارهای Q و q مختلف علامت هستند و برآیند دو نیروی \vec{F}_Q (یعنی \vec{R}')، \vec{F}_Q را خنثی می کند.

محاسبه $|\vec{R}'|$ و $|\vec{F}_Q|$:
$$\begin{cases} F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_q = \frac{k|q||q_1|}{a^2} \\ F_Q = \frac{\sqrt{2}k|q||q_1|}{a^2} \end{cases}$$

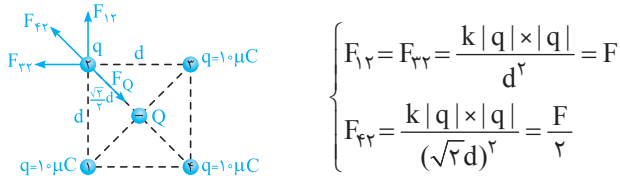
محاسبه F_Q :
$$\begin{cases} r = \sqrt{2}a \\ F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F_Q = \frac{k|Q||q_1|}{2a^2} \end{cases}$$

(بارهای Q و q نامهم نام هستند.) $\Rightarrow \frac{k|Q||q_1|}{ra^2} = \frac{\sqrt{2}k|q||q_1|}{a^2} \Rightarrow \left| \frac{Q}{q} \right| = 2\sqrt{2} \Rightarrow \frac{Q}{q} = -2\sqrt{2}$

دقت: نیروی \vec{F}_Q در راستای قطر مربع است. از طرفی به دلیل هم اندازه بودن نیروهای \vec{F}_Q ، نیروی \vec{R}' نیز در راستای قطر مربع می باشد. بنابراین نیروهای \vec{F}_Q و \vec{R}' در راستای یکدیگر می باشند.

حال اگر علامت بار Q را منفی فرض کنیم، علامت بار q باید مثبت باشد (به عنوان تمرین مشابه روند فوق بررسی کنید). بنابراین هریک از گزینه های (۱) و (۲) می تواند صحیح باشد. در هر دو حالت اندازه بار Q باید $2\sqrt{2}$ برابر اندازه بار q باشد $\left(\frac{Q}{q} = -2\sqrt{2}\right)$.

۴۷ ۴ ذره Q تحت اثر نیروی بارهای $10\mu C$ متعادل است و کفایت تعادل یکی از بارهای $10\mu C$ را بررسی کنیم. با توجه به مفاهیم دو تست قبل، برای تعادل، علامت بار Q باید منفی باشد تا نیروهای نشان داده شده در نهایت یکدیگر را خنثی کنند (بار $10\mu C$ را q فرض کرده ایم):



$$\begin{cases} F_{12} = F_{23} = \frac{k|q||q|}{d^2} = F \\ F_{13} = \frac{k|q||q|}{(\sqrt{2}d)^2} = \frac{F}{2} \end{cases}$$

برایند F_{12} و F_{23} و F_{13} : $R = 2F \cos \frac{90^\circ}{2} + F_{13} = F\sqrt{2} + \frac{F}{2} = F\left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{k|q||q|}{d^2} \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)$

حال برایند فوق را نیروی F_Q باید خنثی کند و داریم:

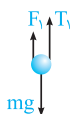
$F_Q = R \Rightarrow \frac{k|Q||q|}{(\frac{\sqrt{2}}{2}d)^2} = \frac{k|q||q|}{d^2} \times \left(\sqrt{2} + \frac{1}{2}\right)$

$|Q| = |q| \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4}\right) = 10 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{4}\right) = 9.5\mu C \Rightarrow Q = -9.5\mu C$

۴۸ ۱ این سؤال را در دو حالت بررسی می کنیم:

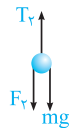
حالت اول: ابتدا نیروی الکتریکی بین دو گلوله را به دست می آوریم:

$F = k \frac{|q_A||q_B|}{r^2} = \frac{9 \times 10^9 \times 10^{-6} \times 0.5 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 5\text{ N}$



چون بار گلوله های A و B مثبت است، نیروی الکتریکی وارد بر گلوله B به سمت بالا می باشد (دافعه)، اما وزن آن (mg) همیشه رو به پایین است.

$F_1 + T_1 = mg \Rightarrow 5 + T_1 = 2 \times 10 \Rightarrow T_1 = 15\text{ N}$



حالت دوم: در این حالت با منفی شدن بار گلوله A، گلوله های A و B یکدیگر را جذب کرده و در نتیجه نیروی الکتریکی وارد بر بار B به سمت پایین می شود ولی با توجه به ثابت بودن اندازه بارها و فاصله بین آنها اندازه این نیروی الکتریکی تغییری نمی کند.

$T_2 = F_2 + mg \Rightarrow T_2 = 5 + (2 \times 10) \Rightarrow T_2 = 25\text{ N} \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$

۴۹ ۳

نکته: در شکل مقابل اگر گلوله در حالت تعادل باشد، رابطه بین F ، mg و α به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Rightarrow T \sin \alpha = F \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{F}{mg}$$

این نکته در حل دو تست بعد، کاربرد بسیار زیادی دارد.

به بررسی هر یک از گزینه ها می پردازیم:

گزینه (۱): طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که گلوله باردار A بر B وارد می کند، برابر و در خلاف جهت نیرویی است که گلوله باردار B بر A وارد می کند، بنابراین $F_A = F_B$ بوده و در خلاف جهت یکدیگر می باشد.

گزینه های (۲) و (۳): طبق نکته فوق، برای برابر بودن زاویه انحراف دو گلوله از راستای قائم $(\alpha = \beta)$ ، از آن جا که اندازه نیروی الکتریکی بین دو گلوله یکسان است، باید جرم دو گلوله نیز یکسان باشد.

$\tan \alpha = \tan \beta \Rightarrow \frac{F_A}{m_A g} = \frac{F_B}{m_B g} \xrightarrow{F_A = F_B} m_A = m_B$

بنابراین گزینه (۳) صحیح است.