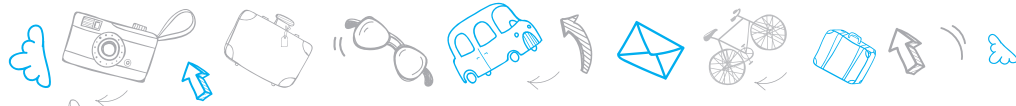




۷	• فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری
۲۷	پاسخ‌نامه‌ی فصل اول
۳۱	• فصل دوم: کار، انرژی و توان
۴۸	پاسخ‌نامه‌ی فصل دوم
۵۵	• فصل سوم: ویژگی‌های فیزیکی مواد
۹۵	پاسخ‌نامه‌ی فصل سوم
۱۰۵	• فصل چهارم: دما و گرما
۱۳۸	پاسخ‌نامه‌ی فصل چهارم
۱۴۶	• فصل پنجم: ترمودینامیک
۱۸۰	پاسخ‌نامه‌ی فصل پنجم
۱۸۷	• آزمون‌های نوبت اول
۱۹۵	• آزمون‌های نوبت دوم



۳۷- اگر فرض کنیم برای ساختن راه‌پله‌ای از زمین تا ماه بر مشکلات فنی غلبه کرده‌ایم و چنین راه‌پله‌ای ساخته شده باشد؛ کسی که با سرعت معمولی و بدون استراحت از این پله‌ها بالا می‌رود، چه قدر طول می‌کشد تا به ماه برسد؟ (فاصله‌ی زمین تا ماه حدوداً  $۸ \times 10^8$  متر است.)

۳۸- یک خرافکار با سابقه که می‌خواسته در جمع دوستانش کم نیاورد و اثبات کند که در کار خود خیلی ماهر است، ادعا می‌کند که در سرفتی از خزانه‌ی یک بانک هزار میلیارد تومان طلا را برداشته و در یک چمدان با خود بیرون آورده است. برآورد کنید آیا ادعای او می‌تواند صحیح باشد؟

## چگالی

یک کیلوگرم آهن سنگین‌تره یا یک کیلوگرم پنبه؟ این سؤال از قدیم برای سنجیدن هوش بچه‌ها به کار می‌رفته است. هدف این سؤال نشان دادن این مطلب است که اجسام مختلفی که جرم و وزن یکسان دارند، ممکن است حجم‌های خیلی متفاوتی داشته باشند.<sup>۱</sup>

این‌که اجسام با جرم یکسان، حجم‌های متفاوتی داشته باشند یا اجسام با حجم برابر، جرم‌های مختلفی داشته باشند، ناشی از تفاوت چگالی آن‌ها است. چگالی از ویژگی‌های مهم هر ماده است و به صورت روبه‌رو تعریف می‌شود:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

یکای چگالی در SI، کیلوگرم بر متر مکعب ( $\text{kg/m}^3$ ) است، اما یکاهای دیگری نیز برای آن کاربرد دارند. مهم‌ترین یکاهای غیراستاندارد برای چگالی  $\text{g/cm}^3$  و  $\text{kg/liter}$  است.

چگالی برحسب  $\text{kg/liter}$  و چگالی برحسب  $\text{g/cm}^3$   $\xrightarrow[\times 1000]{\div 1000}$  چگالی برحسب  $\text{kg/m}^3$  چگالی را جرم واحد حجم یا جرم حجمی نیز می‌نامند. یعنی اگر جرم یکای حجم ماده‌ای را حساب کنیم، چگالی ماده را حساب کرده‌ایم. در جدول زیر چگالی برخی از مواد در دمای  $0^\circ\text{C}$  و فشار  $1\text{atm}$  نوشته شده است:

جدول ۶ چگالی برخی از مواد

ماده	$\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )	مایع‌ها	$\rho$ ( $\text{kg/m}^3$ )
یخ	$9/17 \times 10^2$	آب	$1/00 \times 10^3$
آلومینیم	$2/7 \times 10^3$	گلیسرین	$1/26 \times 10^3$
آهن	$7/86 \times 10^3$	اتیل الکل	$8/06 \times 10^2$
مس	$8/92 \times 10^3$	بنزن	$8/79 \times 10^2$
نقره	$1/05 \times 10^4$	جیوه	$1/36 \times 10^4$
سرب	$1/13 \times 10^4$	هوا	$1/29 \times 10^0$
طلا	$1/93 \times 10^4$	اکسیژن	$1/43 \times 10^0$
پلاتین	$2/14 \times 10^4$	هیدروژن	$8/99 \times 10^{-2}$
اورانیوم	$1/87 \times 10^4$	هلیوم	$1/79 \times 10^{-1}$

## مثال جواب

**مثال** این‌که می‌گوییم چگالی سیمان  $2300 \text{ kg/m}^3$  است، چه مفهومی دارد؟

**جواب** یعنی اگر یک بلوک سیمانی به حجم  $1 \text{ m}^3$  داشته باشیم، جرم آن  $2300 \text{ kg}$  است.

**مثال** تبدیل واحدهای زیر را انجام دهید.

الف  $1 \text{ g/cm}^3 = \dots \text{ kg/liter}$

ب  $1 \text{ kg/m}^3 = \dots \text{ g/cm}^3$

پ  $1 \text{ kg/liter} = \dots \text{ kg/m}^3$

**جواب**

الف  $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ liter}} = 1 \text{ kg/liter}$  این چگالی آب است.

ب  $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$

پ  $1 \frac{\text{kg}}{\text{liter}} \times \frac{10^3 \text{ liter}}{1 \text{ m}^3} = 10^3 \text{ kg/m}^3$  این هم چگالی آب است.

**مثال** در ظرفی ۲۷۲ گرم جیوه وجود دارد. اگر جیوه را خالی کنیم و به جای آن آب بریزیم، جرم آب چند کیلوگرم خواهد شد؟

( $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$ )

**جواب** ابتدا حجم ظرف را به دست می‌آوریم:  
حجم ظرف:  $V = \frac{m}{\rho} = \frac{272 \text{ g}}{13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 20 \text{ cm}^3$

حالا داخل این حجم را آب ریخته و جرم آن را حساب می‌کنیم:  $m = \rho_{\text{آب}} V = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 20 \text{ cm}^3 = 20 \text{ g} = 2/0 \times 10^{-2} \text{ kg}$  جرم آب

۱- البته در این سؤال از اثر ناچیز نیروی شناوری صرف‌نظر شده است، یعنی به نحوی مسئله را آرمانی در نظر گرفته و مدل‌سازی کرده‌ایم (همون مدل‌سازی فورمون).





### مثال جواب

**مثال** ۱۰ liter آب چند گرم بیشتر از ۱۰ liter بنزین جرم دارد؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ ,  $\rho_{\text{بنزین}} = 680 \text{ kg/m}^3$ )

**جواب** باید جرم ۱۰ liter آب و ۱۰ liter بنزین را حساب کرده و با هم مقایسه کنیم. در هر مورد ابتدا تبدیل واحدهای لازم را انجام می‌دهیم.

$$\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ liter}} = 10^3 \text{ g/liter}$$

$$m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} V = 10^3 \frac{\text{g}}{\text{liter}} \times 10 \text{ liter} = 10^4 \text{ g}$$

$$\rho_{\text{بنزین}} = 680 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ liter}} = 680 \text{ g/liter}$$

$$m_{\text{بنزین}} = \rho_{\text{بنزین}} V = 680 \frac{\text{g}}{\text{liter}} \times 10 \text{ liter} = 6800 \text{ g}$$

$$m_{\text{آب}} - m_{\text{بنزین}} = 10000 \text{ g} - 6800 \text{ g} = 3200 \text{ g}$$

### محاسبه‌ی چگالی

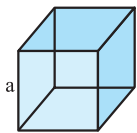
برای محاسبه‌ی چگالی یک جسم باید دو چیز را تعیین کرد:

① جرم جسم (m)      ② حجم جسم (V)

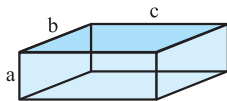
**تعیین جرم:** جرم جسم را با استفاده از ترازو اندازه می‌گیریم.

**تعیین حجم:** برای تعیین حجم یک جسم دو حالت ممکن است رخ دهد:

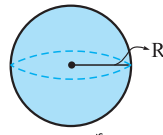
① **حجم اجسامی که شکل هندسی ساده دارند** به کمک روابط تعیین حجم در هندسه به دست می‌آید. چند نمونه از این اجسام و رابطه‌ی محاسبه‌ی حجم هر یک را در شکل‌های زیر می‌بینید:



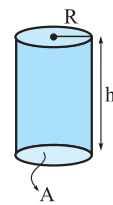
حجم مکعب  $V = a^3$



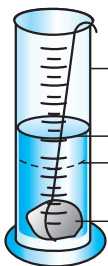
حجم مکعب‌مستطیل  $V = abc$



حجم کره  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$



حجم استوانه  $V = Ah = \pi R^2 h$



② **برای محاسبه‌ی حجم جسمی که شکل هندسی ساده ندارد، آن را داخل یک استوانه‌ی**

**مدرج حاوی آب می‌اندازیم به گونه‌ای که تمام حجم آن زیر آب قرار گیرد. تغییر ارتفاع آب در**

**استوانه‌ی مدرج، برابر با حجم جسم است.**

### مثال جواب

**مثال** فلز آسمیوم از چگال‌ترین عناصر یافت‌شده روی زمین است. قطعه‌ای از این فلز به اندازه‌ی تقریبی یک توپ والیبال به شعاع

۱۰ cm، چند کیلوگرم است؟ ( $\rho_{\text{آسمیوم}} = 22/5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $\pi \approx 3$ )

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (10 \times 10^{-2} \text{ m})^3 = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

**جواب** حجم توپ را حساب می‌کنیم:

$$m = \rho V = (22/5 \times 10^3) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times (4 \times 10^{-3}) \text{ m}^3 = 90 \text{ kg}$$

تویی به ابعاد تقریبی توپ والیبال اگر از فلز آسمیوم ساخته شده باشد، ۹۰ kg جرم دارد. جرم توپ والیبال واقعی کم‌تر از ۳۰۰ g است.

### محاسبه‌ی چگالی اجسام حفره‌دار

در انواعی از مسائل چگالی با اجسامی روبه‌رو هستیم که دارای حفره هستند؛ یعنی تمام یا قسمتی از جسم موردنظر، توخالی است. در این مسائل می‌توان حجم حفره را از تفاوت حجم ظاهری و حجم واقعی جسم به دست آورد:

حجم واقعی - حجم ظاهری = حجم حفره (فضای خالی)

حجم ظاهری، حجم جسم با توجه به ابعادش و با در نظر گرفتن حجم حفره است.

حجم واقعی، حجم ماده‌ی به کار رفته در جسم است. این حجم را می‌توان با استفاده از جرم و چگالی جسم تعیین کرد:  $V = \frac{m}{\rho}$  : حجم واقعی



### مثال جواب

**مثال** یک مجسمه‌ی فلزی ۴۰ kg جرم و  $0.060 \text{ m}^3$  حجم دارد. چگالی فلز به کار رفته در مجسمه  $8000 \text{ kg/m}^3$  است. حجم فضای خالی درون مجسمه را حساب کنید.

**جواب**

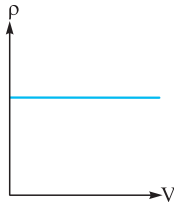
$$\text{حجم ظاهری} = 0.060 \text{ m}^3$$

$$\text{حجم واقعی} = \frac{m}{\rho} = \frac{40}{8000} = 0.005 \text{ m}^3$$

$$\text{حجم فضای خالی} = \text{حجم ظاهری} - \text{حجم واقعی} = 0.060 \text{ m}^3 - 0.005 \text{ m}^3 = 0.055 \text{ m}^3$$

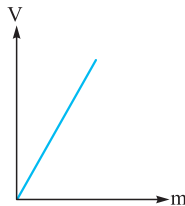
### محاسبه‌ی چگالی از روی نمودار

در مسائل مختلف ممکن است با هر یک از نمودارهای زیر روبه‌رو شویم. این نمودارها در دمای ثابت رسم می‌شوند و اطلاعات لازم برای حل سؤال را در اختیار ما قرار می‌دهند.



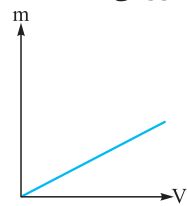
در نمودار  $\rho - V$

مساحت زیر نمودار، نشان‌دهنده‌ی جرم ماده است.



در نمودار  $V - m$

شیب خط وارون چگالی ماده را نشان می‌دهد.

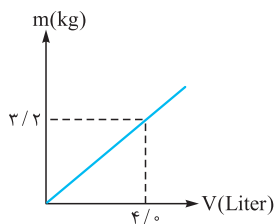


در نمودار  $m - V$

شیب خط نشان‌دهنده‌ی چگالی ماده است.

### مثال جواب

**مثال** نمودار تغییرات جرم بر حسب حجم ( $m - V$ ) ماده‌ای در دمای ثابت به صورت مقابل است. چگالی این ماده را در SI به دست آورید.



**جواب** شیب این خط برابر با چگالی جسم است. ابتدا چگالی را بر حسب  $\text{kg/liter}$  به دست آورده و بعد به واحد  $\text{kg/m}^3$  تبدیل می‌کنیم.

$$\rho = \frac{(3/2 - 0) \text{ kg}}{(4/0 - 0) \text{ liter}} = \frac{3/2 \text{ kg}}{4/0 \text{ liter}} = 0.8 \text{ kg/liter}$$

$$\rho = 0.8 \frac{\text{kg}}{\text{liter}} \times \frac{10^3 \text{ liter}}{1 \text{ m}^3} = 800 \text{ kg/m}^3$$

### چگالی آلیاژ (مخلوط)

اگر دو یا چند ماده با هم مخلوط شوند و حجم هر کدام از آن‌ها بر اثر مخلوط شدن تغییر نکند، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\text{جرم کل}}{\text{حجم کل}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots}$$

### مثال جواب

**مثال** ۹۰۰ گرم آب و ۸۰۰ گرم الکل را با هم مخلوط می‌کنیم. اگر تغییر حجمی رخ ندهد، چگالی محلول چه قدر است؟

$$(\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, \rho_{\text{الکل}} = 0.8 \text{ g/cm}^3)$$

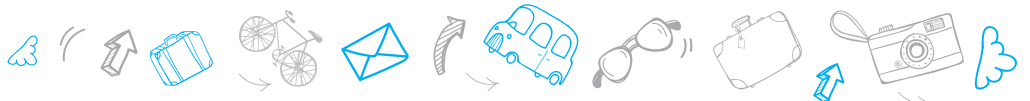
**جواب** در این سؤال جرم آب و الکل داده شده و برای محاسبه‌ی حجم باید از  $\frac{m}{\rho}$  استفاده کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} = \frac{900 \text{ g} + 800 \text{ g}}{\frac{900 \text{ g}}{1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} + \frac{800 \text{ g}}{0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}} = \frac{1700 \text{ g}}{1900 \text{ cm}^3} = 0.89 \text{ g/cm}^3$$

### کاربردهای چگالی

چگالی یکی از مفاهیم پرکاربرد در فیزیک است. در این‌جا با چند نمونه از کاربردهای آن آشنا می‌شویم:

**نمونه ۱** استاندارد شیر. طبق دستورالعمل مؤسسه‌ی استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، چگالی شیر خام تحویلی در کارخانه‌های شیر و لبنیات باید در دمای  $15^\circ \text{C}$  بین  $1029 \text{ kg/m}^3$  تا  $1032 \text{ kg/m}^3$  باشد.



**نمونه ۱) طراحی کشتی.** اجسامی می‌توانند روی آب شناور بمانند که چگالی آن‌ها از چگالی آب کم‌تر باشد. یک کشتی به این دلیل روی آب شناور می‌ماند که چگالی کل کشتی (با احتساب فضاهای خالی) از چگالی آب کم‌تر است.

وقتی شناورماندن کشتی را با زیر آب رفتن یک گیره فلزی کاغذ مقایسه می‌کنیم، متوجه می‌شویم که شناورماندن روی آب ربطی به سنگینی یا سبکی اجسام ندارد و فقط به چگالی آن‌ها مربوط است.

**نمونه ۲) انتخاب خاموش‌کننده‌ی مناسب برای آتش.** وقتی دو مایع مخلوط‌نشده در یک ظرف ریخته شوند، مایعی که چگالی کم‌تری دارد، بالاتر قرار می‌گیرد. چگالی آب از بنزین بیشتر است؛ بنابراین اگر بنزین شعله‌ور شود و روی آن آب بریزیم، آب در زیر بنزین قرار خواهد گرفت و شعله را خاموش نمی‌کند. برای خاموش کردن بنزین شعله‌ور از گاز کربن دی‌اکسید استفاده می‌شود که چگالی کم‌تری نسبت به بنزین دارد.

**نمونه ۳) سنجش تراکم استخوان.** یکی از بیماری‌های شایع دوران پیری، پوکی استخوان یا همان کاهش چگالی استخوان است. چگالی سنجی استخوان روشی است که با استفاده از آن می‌توان میزان سختی استخوان‌های بدن را تعیین کرد.

**نمونه ۴) تشخیص تعداد گلبول‌های قرمز خون.** چگالی خون در بدن یک فرد سالم در حدود  $1050 \text{ kg/m}^3$  است. اگر تعداد گلبول‌های قرمز خون بیشتر از حد طبیعی باشد، چگالی خون زیاد می‌شود. کم‌شدن تعداد گلبول‌ها هم باعث کاهش چگالی خون می‌شود. با اندازه‌گیری چگالی خون می‌توان تعداد تقریبی گلبول‌های قرمز را تعیین کرد.

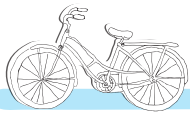
### مثال جواب

**مثال چگالی خون برای یک فرد سالم در محدوده‌ی  $104 \text{ g/cm}^3$  تا  $106 \text{ g/cm}^3$  قابل قبول است. در آزمایشگاه به اندازه‌ی  $6 \text{ cm}^3$  از شخصی خون گرفته می‌شود. اگر جرم خون گرفته شده  $6/12 \text{ g}$  باشد، شخص سالم است یا خیر؟**

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{6/12 \text{ g}}{6 \text{ cm}^3} = 102 \text{ g/cm}^3$$

### جواب

بنابراین این شخص سالم نیست و دچار کمبود گلبول‌های قرمز خون است.



### تمرین

۳۹- درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را تعیین کنید.

(الف) چگالی مایعات، همیشه از چگالی جامدات کم‌تر است.

(ب) یک چوب کبریت روی آب استخر شناور می‌ماند، زیرا جرم آن از جرم آب استخر کم‌تر است.

(پ) در دمای ثابت، چگالی آب درون یک لیوان و چگالی آب استخر با هم برابر است.

(ت) چگالی آلیاژ از چگالی هر کدام از مواد مخلوط‌شده بیشتر است.

۴۰- چگالی یک نوشابه‌ی گازدار وقتی که هنوز بطری آن باز نشده بیشتر است یا هنگامی که آن را داخل لیوان ریخته‌ایم؟

۴۱- در زمان ارشمیدس، پادشاه مقداری طلای خالص به طلاسازی می‌دهد تا یک تاج طلایی زیبا برایش ساخته شود. وقتی طلاسازی تاج را به پادشاه می‌دهد، پادشاه شک می‌کند که آیا تاج جدیدش از طلای خالص ساخته شده یا ناخالصی مس دارد. پادشاه از ارشمیدس برای حل این مشکل کمک می‌خواهد و او این مسئله را حل می‌کند. به نظر شما راه حل ارشمیدس چه بوده است؟

۴۲- چگالی ستاره‌های کوتوله‌ی سفید در SI حدود  $100$  میلیون است. جرم مقداری از این ستاره به اندازه‌ی تقریبی یک حبه‌قند چند کیلوگرم است؟

۴۳- اگر مقداری یخ را به طور کامل ذوب کنیم، حجم آن  $10 \text{ cm}^3$  تغییر می‌کند. جرم یخ ذوب‌شده چه قدر است؟ ( $\rho_{\text{یخ}} = 900 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

۴۴- یک قطعه فلز با چگالی  $4/0 \text{ g/cm}^3$  را درون ظرفی لبریز از روغن می‌اندازیم. اگر  $72 \text{ g}$  روغن از ظرف سرریز شود، جرم قطعه فلز چند گرم است؟ ( $\rho_{\text{روغن}} = 0/8 \text{ g/cm}^3$ )

۴۵- جرم یک ورقه‌ی مسی  $21/6 \text{ g}$  و مساحت آن  $20 \text{ cm}^2$  است. ضخامت ورقه را به دست آورید. ( $\rho_{\text{مس}} = 9 \text{ g/cm}^3$ )

۴۶- قطر یک گوی فلزی نصف قطر یک گوی چوبی است. اگر جرم آن  $4$  برابر جرم گوی چوبی باشد، چگالی فلز چند برابر چگالی چوب است؟

۴۷- (الف) مکعبی آلومینیومی داریم که  $21/6 \text{ g}$  جرم دارد. طول ضلع این مکعب را به دست آورید.

(ب) مکعب بالا را ذوب کرده و از آن یک حجم کروی می‌سازیم. شعاع این کره را به دست آورید. ( $\pi = 3$ ,  $\rho_{\text{آلومینیوم}} = 2/7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ )

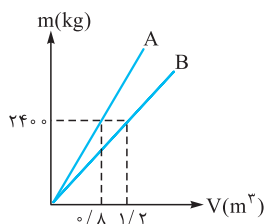
۴۸- یک کره‌ی نقره‌ای به قطر  $10 \text{ cm}$  و جرم  $3150 \text{ g}$  در اختیار داریم. حجم حفره‌ای که درون این کره وجود دارد را به دست آورید. ( $\pi = 3$ ,  $\rho_{\text{نقره}} = 10500 \text{ kg/m}^3$ )

۴۹-  $500 \text{ cm}^3$  آب را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی  $1/2 \text{ g/cm}^3$  مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط  $1/1 \text{ g/cm}^3$  شود؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$ )

۵۰- در دمای ثابت، نمودار تغییرات جرم بر حسب حجم ( $m - V$ ) دو ماده‌ی A و B به صورت روبه‌رو است.

(الف) اگر جرم‌های مساوی از آن‌ها را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چه قدر خواهد شد؟

(ب) اگر حجم‌های مساوی از آن‌ها را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چه قدر خواهد شد؟



۳۶- **گام اول** محیط زمین را حساب می‌کنیم:

$$d_1 = 2\pi r = (2\pi)(6400 \times 10^3 \text{ m}) \sim 10^7 \text{ m}$$

نفر  $10^9 \sim$  جمعیت کره‌ی زمین

**گام دو** حالا باید طول قد میانگین انسان‌ها (کودک و بالغ) را برآورد

کنیم. ما این مقدار را برابر با  $1/5 \text{ m}$  در نظر می‌گیریم:

$$h = 1/5 \text{ m} \sim 10^0 \text{ m}$$

$$d_2 \sim 10^1 \times 10^0 \text{ m} \sim 10^1 \text{ m}$$

$$d_2 \sim 10^2 \text{ m} \sim \frac{10^1 \text{ m}}{10^0 \text{ m}} \sim 10^2$$

راستی چه قدر فوب می‌شد اگر همه‌ی انسان‌ها دست هم می‌گرفتند...

۳۷- در این سؤال نیز داده‌هایی را در اختیار نداریم که باید تخمین

بزنیم. داده‌های مورد نیاز عبارت‌اند از: طول یک پله‌ی معمولی که

ما آن را  $1/3 \text{ m}$  برآورد می‌کنیم، هر ۳ پله، شما را تقریباً یک متر بالا

می‌برد. سرعت یک انسان معمولی در طی کردن پله‌ها که آن را هم دو

پله در یک ثانیه تخمین می‌زنیم.

حال با استفاده از این برآوردها به تخمین مرتبه‌ی بزرگی خواسته‌شده

در مسئله می‌پردازیم:

$$10^9 \text{ s} \sim (10^9 \frac{\text{s}}{10^0}) \sim 10^9 \text{ s}$$

$$10^9 \text{ s} \sim (10^9 \frac{\text{s}}{10^0}) \sim 10^9 \text{ s}$$

در قسمت توصیه‌هایی برای بهتر تخمین زدن گفتیم که  $10^9 \text{ s}$  نزدیک

۳۲ سال است.

۳۸- یک بار دیگر به جواب تمرین ۲۲ نگاه کنید. به قیمت امروز، هر

کیلوگرم طلا  $9/712 \times 10^7$  تومان (حدود ۱۰۰ میلیون تومان) قیمت

دارد. حالا می‌توانیم جرم طلایی که ادعا می‌شود سرقت شده را حساب

کنیم: تومان  $10^{12} \sim$  قیمت ادعایی طلاها

$$\text{تومان } 10^8 \sim 9/712 \times 10^7 = \text{قیمت هر کیلوگرم طلا}$$

$$\Rightarrow \text{جرم طلاها} \sim \frac{10^{12}}{10^8} \sim 10^4 \text{ kg}$$

یعنی آن خلافکار ادعا کرده که به تنهایی حدود  $10^4$  تن طلا را با یک

چمدان دزدیده است! نتیجه‌ی افلاقی، فلاکارها دروغ می‌گویند!

۳۹- **الف** نادرست **ب** نادرست

**پ** درست **د** نادرست

۴۰- وقتی نوشابه داخل بطری باز نشده قرار دارد، مقدار زیادی گاز در

آن محلول است. چگالی گاز به مقدار قابل توجهی از چگالی مایع کم‌تر

است و وقتی در مایع حل می‌شود، چگالی مخلوط کاهش می‌یابد. با

ریختن نوشابه داخل لیوان گاز زیادی از نوشابه خارج شده و چگالی

آن افزایش می‌یابد.

۴۱- ارشمیدس یک قطعه طلای خالص که دقیقاً هم‌وزن تاج پادشاه

بود، برداشت و آن را داخل یک ظرف پر از آب گذاشت. مقدار آبی که

از ظرف بیرون ریخت برابر با حجم آن مقدار طلای خالص بود. او به

این ترتیب توانست چگالی طلا را محاسبه کند.

سپس تاج پادشاه را داخل ظرف پر از آب قرار داد و آب بیرون ریخته

را اندازه گرفت. چون چگالی مس از طلا کم‌تر است، اگر تاج ناخالصی

مس داشته باشد، آب بیرون ریخته (حجم تاج) از دفعه‌ی قبلی بیشتر

است و چگالی تاج که ساخته از آلیاژ طلا و مس بود از چگالی طلای

خالص کم‌تر می‌شود. او به این صورت توانست متقلب بودن طلا ساز را

اثبات کند.

۴۲- چگالی در SI برحسب کیلوگرم بر متر مکعب بیان می‌شود، پس:

$$10^8 \text{ kg/m}^3 = 10^6 \text{ kg/m}^3 \times 100 = \text{کوتوله‌ی سفید } \rho$$

حالا باید ابعاد یک حبه‌قند را برآورد کنیم. یک حبه‌قند حجمی در

حدود  $1 \text{ cm}^3$  دارد.

$$m = \rho V = 10^8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 1 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 10^2 \text{ kg}$$

یک حبه‌قند از ستاره‌های کوتوله‌ی سفید حدود  $10^6$  کیلوگرم جرم دارد!

۴۳- جرم یخ تغییری نمی‌کند. بنابراین جرم قبل از ذوب (یخ) و بعد

از ذوب (آب) را برابر قرار می‌دهیم:  $\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \Rightarrow m_1 = m_2$

حجم ثانویه  $10 \text{ cm}^3$  کم‌تر از حجم اولیه است، زیرا یخ وقتی ذوب

می‌شود حجمش کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 (V_1 - 10 \text{ cm}^3)$$

$$\Rightarrow (900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) \times V_1 = (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) (V_1 - 10^{-5} \text{ m}^3)$$

$$\Rightarrow 900 V_1 = 1000 V_1 - 10^{-2} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow 10^{-2} \text{ kg} = (1000 - 900) V_1 = (100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) V_1$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{10^{-2} \text{ kg}}{100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 10^{-4} \text{ m}^3$$

حال می‌توان جرم یخ ذوب‌شده را حساب کرد:

$$m_1 = \rho_1 V_1 \Rightarrow m_1 = (900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) \times (10^{-4} \text{ m}^3) = 0.09 \text{ kg}$$

۴۴- چگالی فلز را داریم و برای محاسبه‌ی جرم آن باید حجمش را

به دست آوریم. حجم فلز دقیقاً برابر با حجم روغنی است که از ظرف

بیرون می‌ریزد.

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{72 \text{ g}}{80 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 90 \text{ cm}^3$$

$$m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}} V \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 4/0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 90 \text{ cm}^3 = 360 \text{ g}$$

۴۵- با استفاده از جرم و چگالی داده‌شده، حجم ورقه‌ی مسی را

تعیین می‌کنیم:

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{21/6 \text{ g}}{9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 2/4 \text{ cm}^3$$



$$\Rightarrow V_{\text{واقعی}} = \frac{3150 \text{ g}}{10/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 300 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم نقره} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 500 - 300 = 200 \text{ cm}^3$$

۴۹- در این سؤال صحبتی از جرم نشده و در عوض چگالی همه‌ی مواد داده شده است؛ بنابراین در رابطه‌ی چگالی مخلوط، به جای  $m$  از  $\rho V$  استفاده می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow 1/1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{(1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})(500 \text{ cm}^3) + (1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})V_2}{(500 \text{ cm}^3) + V_2}$$

$$\Rightarrow (550 \text{ g}) + (1/1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})V_2 = (500 \text{ g}) + (1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})V_2$$

$$\Rightarrow 50 \text{ g} = (0/1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{50 \text{ g}}{0/1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 500 \text{ cm}^3$$

۵۰- ابتدا با استفاده از نمودار داده‌شده، چگالی دو ماده را تعیین می‌کنیم:

$$\rho_A = \frac{2400 \text{ kg}}{0/8 \text{ m}^3} = 3000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_B = \frac{2400 \text{ kg}}{1/2 \text{ m}^3} = 2000 \text{ kg/m}^3$$

الف) چون چگالی‌ها را داریم، در رابطه‌ی چگالی مخلوط، به جای  $V$  از  $\frac{m}{\rho}$  استفاده می‌کنیم. رابطه را برای وقتی که دو جرم مساوی  $m$  را مخلوط کرده باشیم، می‌نویسیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m + m}{\frac{m}{\rho_A} + \frac{m}{\rho_B}} = \frac{2m}{\frac{m}{3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} + \frac{m}{2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

$$= \frac{(2m) \text{ kg}}{(\frac{2}{6000}) \text{ m}^3} = 2400 \text{ kg/m}^3$$

ب) حجم مساوی را  $V$  می‌گیریم و در رابطه‌ی مخلوط، به جای  $m$  از  $\rho V$  استفاده می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V + \rho_B V}{V + V} = \frac{(\rho_A + \rho_B)V}{2V}$$

$$= \frac{3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2} = 2500 \text{ kg/m}^3$$

حالا با استفاده از حجم به دست آمده و مساحت داده‌شده، ضخامت را به دست می‌آوریم:

$$V = Ad \Rightarrow d = \frac{V}{A} = \frac{2/4 \text{ cm}^3}{20 \text{ cm}^2} = 0/12 \text{ cm} = 1/2 \text{ mm}$$

۴۶- برای مقایسه‌ی چگالی دو جسم می‌نویسیم:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\frac{m_1}{V_1}}{\frac{m_2}{V_2}} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1}$$

نسبت جرم‌ها داده شده و کافی است نسبت حجم‌ها را به دست آوریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_2^3}{\frac{4}{3}\pi r_1^3} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \xrightarrow{\frac{r_2}{r_1}=2} \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{2}{1}\right)^3 = 2^3 = 8$$

حالا می‌توانیم نسبت چگالی‌ها را به دست آوریم:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{چوب}}} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} = 4 \times 8 = 32$$

۴۷- الف) با توجه به جرم و چگالی داده‌شده، حجم مکعب را به دست آورده و با استفاده از آن، طول ضلع را تعیین می‌کنیم:

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{\text{مکعب}} = \frac{21/6 \times 10^{-3} \text{ kg}}{2/7 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 8 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

از طرفی می‌دانیم:  $V = a^3 \Rightarrow (\text{طول ضلع})^3 = \text{حجم مکعب}$

$$\Rightarrow 8 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = a^3 \Rightarrow a = 2 \times 10^{-2} \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

ب) حجم کره‌ی ساخته‌شده دقیقاً برابر با حجم مکعب اولیه است.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow 8 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3 \times r^3$$

$$\Rightarrow r^3 = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \Rightarrow r = 2^{\frac{1}{3}} \times 10^{-2} \text{ m} = \sqrt[3]{2} \text{ cm}$$

۴۸- برای پیدا کردن حجم حفره، ابتدا حجم ظاهری و حجم واقعی کره را به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم ظاهری: } V_{\text{ظاهری}} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 3 \times (5 \text{ cm})^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{ظاهری}} = 500 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم واقعی: } V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho}$$

$$\rho_{\text{نقره}} = 10500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 10/5 \text{ g/cm}^3$$



۲۳- کلمه‌ی مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.

(الف) فشار با نیروی عمودی وارد بر سطح رابط‌ه‌ی (مستقیم - عکس) دارد.

(ب) اگر سطح تماس بین دو جسم (کاهش - افزایش) یابد، فشار کاهش می‌یابد.

۲۴- چرا پاشنه‌ی نوک تیز کفش به کف چوبی اتاق آسیب می‌رساند؟

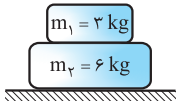
۲۵- چرا سوزن شکسته به سختی در پارچه فرو می‌رود؟

۲۶- چرا لبه‌ی تیز چاقو به آسانی می‌برد ولی لبه‌ی کند آن خیر؟

۲۷- جسمی به سطح زمین نیرویی به اندازه‌ی ۱۰ kN به طور عمودی وارد می‌کند. اگر سطح تماس این جسم با زمین  $20 \text{ m}^2$  باشد، فشار وارد بر سطح زمین چه قدر است؟

۲۸- جرم یک دستگاه خودرو بنز مدل C 300 حدود ۱۵۰۰ kg است. اگر فشاری که هر یک از تایرها بر سطح زمین وارد می‌کند برابر ۳۷۵ kPa باشد، اندازه‌ی سطح تماس هر تایر چند سانتی‌متر مربع است؟ (سطح تماس تایرها با زمین را یکسان و شتاب گرانش را  $10 \text{ m/s}^2$  فرض کنید.)

۲۹- اگر مساحت کف جسم  $m_1$ ،  $100 \text{ cm}^2$  باشد، برای شکل مقابل موارد زیر را به دست آورید. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



(الف) فشار کل وارد بر سطح زمین

(ب) فشار حاصل از جسم ۳ کیلوگرمی

۳۰- فشاری که در هنگام ایستادن بر روی سطح زمین ایجاد می‌کنید، حدوداً چند پاسکال است؟

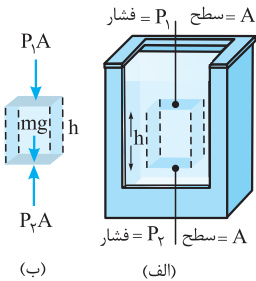
## فشار در شاره

اگر به استخر رفته باشید، حتماً وارد شدن فشار آب به گوش‌هایتان را تجربه کرده‌اید. فشاری که آب به شما وارد می‌کند، ناشی از نیروی عمودی‌ای است که هر شاره‌ی ساکن (په مایع باشد چه گاز) به هر سطحی که با آن در تماس است، وارد می‌کند. این نیروی عمودی به خاطر برخورد مولکول‌های در حال حرکت شاره با سطح جسم در تماس با شاره است.

### محاسبه‌ی فشار در شاره

برای محاسبه‌ی فشار در هر نقطه‌ی دلخواه درون یک شاره‌ی ساکن با چگالی یکنواخت  $\rho$ ، از رابطه‌ی مقابل استفاده می‌کنیم:  $P_2 = P_1 + \rho gh$  که  $P_1$  فشار در سطح (۱) و  $P_2$  فشار در سطح (۲) است. در این رابطه  $g$  شتاب گرانشی و  $h$  اختلاف عمق سطح (۱) و سطح (۲) است.

#### اثبات



۱ بخشی از شاره را به ارتفاع  $h$  که مانند شکل روبه‌رو بین دو سطح فرضی به مساحت  $A$  قرار دارد، در نظر می‌گیریم.

۲ با توجه به این‌که به هر سطح در شاره نیرویی به اندازه‌ی  $F_{\perp} = PA$  به طور عمودی وارد می‌شود، مطابق قسمت (ب) شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر این بخش را رسم می‌کنیم.

۳ چون شاره در حال تعادل است، نیروها متوازن‌اند و برآیند آن‌ها صفر است؛ بنابراین در راستای قائم داریم:

۴ چون  $m = \rho V = \rho Ah$  است، رابطه‌ی بالا به صورت زیر می‌شود:

$$P_2 A = P_1 A + \rho Ahg \Rightarrow P_2 = P_1 + \rho gh$$

اختلاف فشار سطح ۲ فشار در سطح ۱ فشار در سطح ۲  
با فشار سطح ۱ ناشی از فشار شاره

**نتیجه** اختلاف فشار دو نقطه از یک مایع که اختلاف عمق آن‌ها برابر  $h$  است، مساوی فشار حاصل از شاره‌ای به ارتفاع  $h$  است و از رابطه‌ی  $P_2 - P_1 = \rho gh$  روبه‌رو به دست می‌آید.

**نتیجه** هر چه در یک شاره به عمق بیشتری برویم، فشار بیشتر می‌شود.

**نتیجه** همان‌طور که از رابطه‌ی بالا مشخص است، فشار ناشی از شاره، تنها به چگالی، شتاب گرانشی و ارتفاع آن بخش از شاره که مورد نظر است، بستگی دارد و به مساحت سطح مقطع آن وابسته نیست.





### مثال جواب

**مثال** نقطه‌ی A درون یک استخر پر از آب از نقطه‌ی B به اندازه‌ی ۴ m پایین‌تر است. اگر فشار نقطه‌ی A برابر  $160000 \text{ Pa}$  باشد، فشار در نقطه‌ی B چند پاسکال است؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**جواب** با توجه به این که عمق نقطه‌ی A بیشتر از عمق نقطه‌ی B است، داریم:

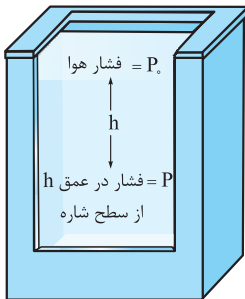
$$P_A = P_B + \rho gh \Rightarrow P_A - \rho gh = P_B \Rightarrow P_B = 160000 \text{ Pa} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 4 \text{ m} = 160000 \text{ Pa} - 40000 \text{ Pa} = 120000 \text{ Pa}$$

**مثال** فشار ناشی از مایع در عمق ۶۰ cm از سطح آزاد الکل چند پاسکال است؟ ( $\rho_{\text{الکل}} = 800 \text{ kg/m}^3$ )

**جواب** با توجه به رابطه‌ی  $\rho gh$  به راحتی مقدار فشار حاصل از مایع را به دست می‌آوریم:

$$P = \rho gh = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{60}{100} \text{ m} = 4800 \text{ Pa}$$

### فشار کل در عمق h از سطح آزاد مایع

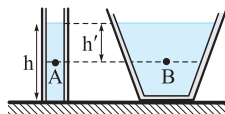


معمولاً رابطه‌ی  $P = P_0 + \rho gh$  را برحسب عمق از سطح مایع بیان می‌کنیم. برای این کار مطابق شکل روبه‌رو نقطه‌ی ۱ را در سطح شاره در نظر می‌گیریم. در این حالت فشار نقطه‌ی ۱ برابر فشار هوا می‌شود؛ بنابراین  $P_1 = P_0$  است. از طرفی می‌توانیم نقطه‌ی ۲ را هر جایی درون شاره در نظر بگیریم و فشار در این نقطه را با P نشان دهیم. در این صورت داریم:

$$P_2 = \rho gh + P_1 \xrightarrow{P_1 = P_0} P = \rho gh + P_0$$

در ادامه می‌بینید که فشار هوا ( $P_0$ ) در سطح دریاهاى آزاد، حدود  $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  است که به این مقدار یک اتمسفر (1 atm) نیز می‌گوییم.

فشار در مایع به شکل ظرفی که مایع در آن قرار دارد، بستگی ندارد و فقط به عمق از سطح مایع بستگی دارد. مثلاً فشار در دو نقطه‌ی A و B در شکل زیر مساوی است، با این که شکل ظرفها متفاوت است و حجم آب بالای نقطه‌ی B بیشتر است.



### مثال جواب

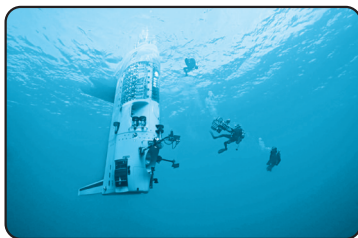
**مثال** اگر فشار هوا  $10^5$  پاسکال باشد، فشار کل در عمق ۲ متری آب یک استخر چند کیلوپاسکال است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  و  $1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

**جواب** کافیهست، مقادیر داده‌شده را در رابطه‌ی  $P = \rho gh + P_0$  قرار دهید تا فشار در عمق ۲ متری را به دست آورید. فقط باید به این نکته توجه کنید که چگالی برحسب  $\text{g/cm}^3$  داده شده است و باید آن را برحسب  $\text{kg/cm}^3$  در رابطه قرار دهید:

$$\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/cm}^3$$

$$P = \rho_{\text{آب}} gh + P_0 = 1000 \times 10 \times 2 + 10^5 = 120000 \text{ Pa} = 120 \text{ kPa}$$

بنابراین داریم:



**مثال** جیمز کامرون کارگردان مشهور کانادایی در سال ۲۰۱۲ از عمیق‌ترین نقطه‌ی اقیانوس‌ها برای مستند Deepsee Challenge به طور سه‌بعدی فیلم‌برداری کرد. عمق این نقطه که به گودال چلنجر معروف است، از سطح دریا ۱۰۹۹۴ m است. فشار در این عمق برحسب پاسکال چه قدر است؟ این فشار چند برابر فشار هوا است؟ ( $P_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  و چگالی آب به طور میانگین  $1 \text{ g/cm}^3$  است.)

**جواب** کافی است از رابطه‌ی  $P = \rho gh + P_0$  استفاده کنیم:

$$P = \rho gh + P_0 = (1 \times 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) \times (10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \times (10994 \text{ m}) + 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow P \approx 1.1 \times 10^8 \text{ Pa}$$

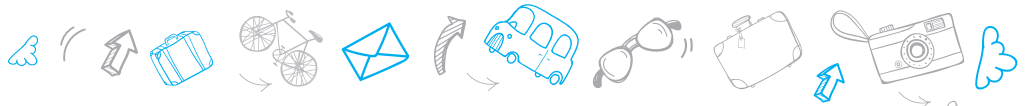
همان‌طور که می‌بینید فشار در آن نقطه بسیار زیاد است. برای این که هم خیلی زیاد بودن این فشار را بیشتر درک کنید و هم پاسخ قسمت دوم مسئله را بدهیم، این مقدار را تقسیم بر فشار هوا می‌کنیم:

$$\frac{P}{P_0} = \frac{1.1 \times 10^8 \text{ Pa}}{1.013 \times 10^5 \text{ Pa}} = 1.08 \times 10^3$$

یعنی فشار در آن نقطه ۱۰۰۰ برابر فشار هوا است. (اگر می‌فواهید این موضوع را دقیق‌تر درک کنید، به عمق ۱۰ متری آب در یک استخر بروید.

آن‌جا فشار فقط ۲ برابر فشار هواست!)

۱- معمولاً فشار هوا را برای راحتی  $10^5 \text{ Pa}$  در نظر می‌گیرند.

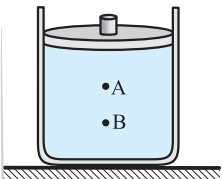


## اصل پاسکال و ادعای شگفت‌انگیز دوم

شاید برایتان این سؤال ایجاد شده باشد که فشار هوا در سطح مایع چه ربطی به فشار در عمق  $h$  دارد و چرا باید  $P_0$  هم در نظر بگیریم؟ جواب این سؤال را پاسکال در قرن ۱۷ این‌گونه بیان کرد:

**اصل پاسکال:** اگر فشار در یک نقطه از مایع درون یک ظرف به میزان  $\Delta P$  تغییر کند، فشار در تمام نقطه‌های آن مایع به اندازه‌ی  $\Delta P$  تغییر می‌کند. به همین خاطر است که وقتی فشار هوا به سطح مایع وارد می‌شود، این فشار به تمام نقاط مایع منتقل می‌شود و ما برای به دست آوردن فشار یک نقطه در مایع باید  $P_0$  را هم در نظر بگیریم.

### مثال جواب



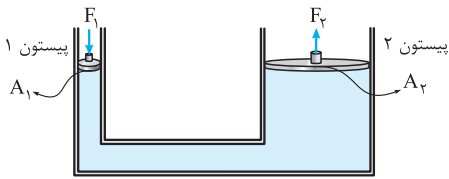
**مثال** در شکل مقابل، فشار در نقاط  $A$  و  $B$  در درون مایع برابر  $P_A$  و  $P_B$  است. وزنه‌ای را روی پیستون آزاد قرار می‌دهیم. اگر در اثر وزنه، افزایش فشار در آن نقاط،  $\Delta P_A$  و  $\Delta P_B$  باشد، کدام رابطه درست است؟

$$\Delta P_B = \Delta P_A, P_B < P_A \quad (۲) \qquad \Delta P_B < \Delta P_A, P_B = P_A \quad (۱)$$

$$\Delta P_B = \Delta P_A, P_B > P_A \quad (۴) \qquad \Delta P_B > \Delta P_A, P_B < P_A \quad (۳)$$

**جواب** گزینه‌ی «۴» عمق  $B$  از عمق  $A$  بیشتر است؛ بنابراین  $P_B > P_A$  است. از طرفی طبق اصل پاسکال با قراردادن وزنه روی پیستون، فشار در تمام نقاط مایع به یک اندازه افزایش می‌یابد؛ پس  $\Delta P_B = \Delta P_A$  است.

## بالابر هیدرولیکی

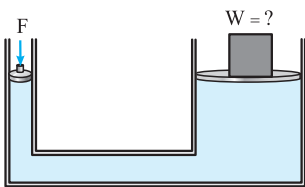


بالابر هیدرولیکی همان وسیله‌ای است که شما می‌توانید با آن پراید را بلند کنید. طبق اصل پاسکال در بالابرهای هیدرولیکی، افزایش فشار ناشی از اعمال نیروی  $F_1$  بر پیستون (۱) بدون هیچ کم و کاستی به پیستون (۲) منتقل می‌شود و داریم:

$$\Delta P_1 = \Delta P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)F_1$$

این رابطه به ما می‌گوید اگر نیروی کوچک  $F_1$  را بر پیستون (۱) اعمال کنیم، در پیستون (۲) نیروی  $F_2$  به اندازه‌ی  $\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$  برابر نیروی  $F_1$  به وجود می‌آید. پس هر چه نسبت  $\frac{A_2}{A_1}$  (نسبت مساحت پیستون دوم به اول) را افزایش دهیم، مقدار نیروی  $F_2$  بیشتر می‌شود و می‌توانیم با اعمال نیروی کوچک  $F_1$ ، نیروی بسیار بیشتری را در پیستون (۲) ایجاد کنیم. به همین خاطر از این بالابرها برای جابه‌جایی اجسام بسیار سنگین (مثلاً اتومبیل‌ها) با اعمال نیروی کم استفاده می‌شود.

### مثال جواب



**مثال** در شکل روبه‌رو، جرم و اصطکاک پیستون‌ها ناچیز و شعاع پیستون بزرگ‌تر  $۱۰$  برابر شعاع پیستون کوچک‌تر است. اگر به پیستون کوچک‌تر نیروی  $F = ۲۰ \text{ N}$  را وارد کنیم، برای حفظ تعادل، وزنه‌ای به وزن چند نیوتون را باید روی پیستون بزرگ قرار داد؟

**جواب**

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F}{A_1} = \frac{W}{A_2} \Rightarrow \frac{W}{F} = \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{A_2 = 10^2 A_1} \frac{W}{F} = (10)^2$$

**گام اول** برای بالابر هیدرولیکی داریم:

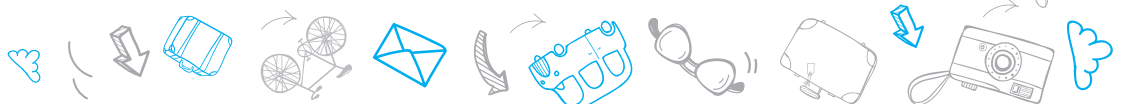
$$\frac{W}{F} = (10)^2 = 100 \xrightarrow{F=20\text{N}} \frac{W}{20} = 100 \Rightarrow W = 2000 \text{ N}$$

**گام دوم:** می‌دانیم  $F_2 = 10^2 F_1$  است، پس:

## فشار هوا

ما برای این‌که خودبه‌خود منفجر نشویم، به فشار هوا نیاز داریم! (البته در جایی که *داعش نباشه و گرنه از فشار هوا هم کاری بر نمی‌دارد*) هوا یا همان جو زمین به دلیل وزنی که دارد، به تمام اشیای داخلش، فشار وارد می‌کند. همان‌طور که قبلاً گفتیم، مقدار این فشار را در سطح دریاهای آزاد با  $P_0$  نشان می‌دهیم. اگر این فشار وجود نداشت، فشار خونی که در رگ‌های ما در جریان است، از درون به ما فشار می‌آورد و باعث می‌شد، تکه‌تکه شویم. به همین خاطر است که فضانوردان برای راهپیمایی‌های فضایی از لباس‌های مخصوص استفاده می‌کنند.

**محاسبه‌ی اختلاف فشار هوا برای دو نقطه با اختلاف ارتفاع کم‌تر از هزار متر:** برای به دست آوردن اختلاف فشار هوا برای دو نقطه با اختلاف ارتفاع کم‌تر از  $۱۰۰۰ \text{ m}$  از رابطه‌ی  $P_2 - P_1 = \rho gh$  استفاده می‌کنیم که  $h$  اختلاف ارتفاع دو نقطه است.



### مثال جواب

**مثال** چگالی هوای تهران در دمای  $20^{\circ}\text{C}$  تقریباً  $1.2 \text{ kg/m}^3$  است. اختلاف فشار هوای بالا و پایین برج میلاد، با ارتفاع  $435 \text{ m}$  چه قدر است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**جواب**

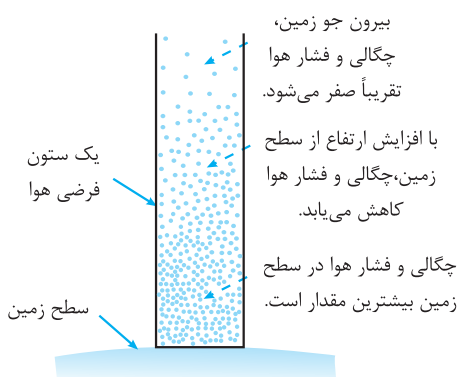
$$P_2 - P_1 = \rho gh = (1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(435) = 5220 \text{ Pa}$$

با توجه به این که چگالی گازها خیلی کم است، در محفظه‌های کوچک گاز مانند شکل روبه‌رو، اختلاف فشار در نقاط مختلف داخل محفظه ناچیز است. به همین خاطر می‌توانیم فشار را در تمام نقاط گاز یکسان در نظر بگیریم.



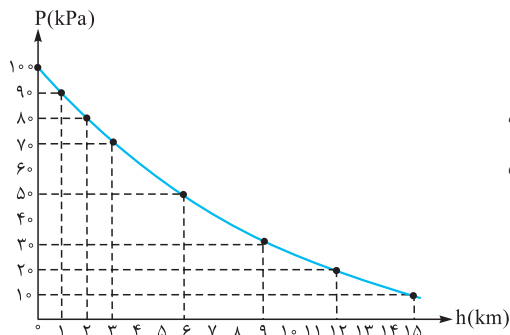
فشار گاز در تمام نقاط یک ظرف کوچک را می‌توان یکسان فرض کرد.

محاسبه‌ی اختلاف فشار بین دو نقطه از هوا که اختلاف ارتفاع بیش از هزار متر دارند، برای محاسبه‌ی اختلاف فشار بین دو نقطه از هوا که اختلاف ارتفاع قابل توجهی دارند، دیگر نمی‌توانیم از رابطه‌ی  $P_2 - P_1 = \rho gh$  استفاده کنیم. این موضوع به این خاطر است که چگالی هوا در ارتفاع‌های مختلف یکسان نیست و با افزایش ارتفاع از سطح زمین به شدت کاهش می‌یابد. در واقع نیروی جاذبه‌ی زمین باعث می‌شود که لایه‌های زیرین شاره نسبت به لایه‌های بالایی شاره متراکم‌تر شوند. در نتیجه هر چه به سطح زمین نزدیک‌تر می‌شویم، چگالی و فشار هوا افزایش می‌یابد.



**نمونه** اختلاف فشار قلعه‌ی دماوند و سطح دریا با استفاده از رابطه‌ی  $P_2 - P_1 = \rho gh$  حدود  $74 \text{ kPa}$  می‌شود، ولی مقدار واقعی آن تقریباً  $50 \text{ kPa}$  است.

در واقع برای محاسبه‌ی فشار هوا در نقاط مختلف باید از نمودار روبه‌رو استفاده کنیم. همان‌طور که می‌بینید برای اختلاف ارتفاع‌های زیاد، رابطه‌ی فشار با ارتفاع دیگر خطی نیست.

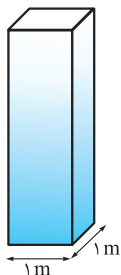


**یکای بار (bar):** یکی از یکاهای فشار که در هواشناسی متداول است و از آن روی نقشه‌های آب و هوا استفاده می‌شود، بار (bar) است. هر بار معادل  $10^5 \text{ Pa}$  است:

$$1 \text{ bar} = 1/1000 \times 10^8 \text{ N/m}^2 = 1/1000 \times 10^5 \text{ Pa}$$

### مثال جواب

**مثال** فشار هوای وارد بر هر مترمربع از سطح زمین در ساحل دریاها ناشی از وزن یک ستون هوای فرضی مانند شکل روبه‌رو است که تا بالاترین بخش جو زمین ادامه دارد. اگر جرم هوای درون این ستون فرضی  $10$  تن باشد، فشار هوا در سطح دریا چند بار است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



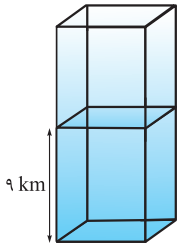
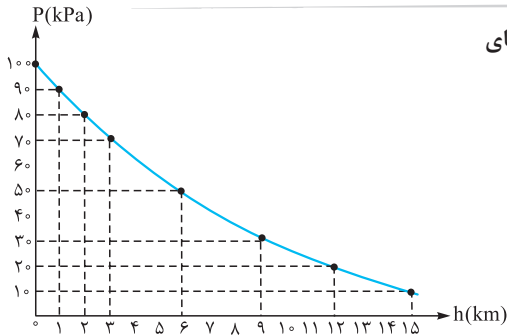
**جواب** می‌دانیم فشار وارد بر یک سطح از رابطه‌ی  $P = \frac{F_{\perp}}{A}$  به دست می‌آید. در این جا  $F_{\perp} = mg$  است؛ پس:

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{(10 \text{ Tonn})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}{1 \text{ m}^2} = \frac{(10 \times 10^3 \text{ kg})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}{1 \text{ m}^2} \Rightarrow P = 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$$



### مثال جواب

مثال با توجه به نمودار روبه‌رو، چه قدر از جرم ستون هوای مثال قبل در ارتفاع‌های بالاتر از ۹ km قرار دارد؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



جواب همان‌طور که در مثال قبل گفتیم، فشار وارد بر هر مترمربع از یک ستون هوا ناشی از وزن هوای بالای آن سطح است. حالا سطح موردنظر را در ارتفاع ۹ کیلومتری از سطح زمین در نظر می‌گیریم. با توجه به نمودار، فشار در این ارتفاع حدود ۳۰ kPa است، که ناشی از وزن ستون هوای بالای این ارتفاع است؛ پس داریم:

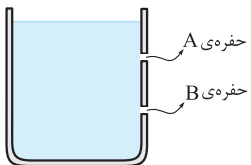
$$P = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow 30000 \text{ Pa} = \frac{m \times (10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}{1 \text{ m}^2} \Rightarrow m = 3000 \text{ kg}$$



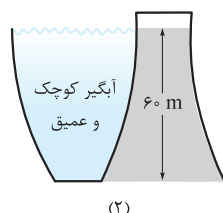
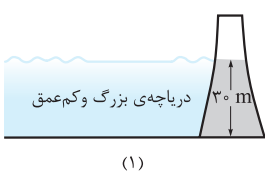
### تمرین

- ۳۱- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.  
 الف) نیرویی که توسط شاره به اجسام در تماس با آن وارد می‌شود، ناشی از برخورد مولکول‌های شاره با سطح اجسام است.  
 ب) فشار حاصل از مایع به جنس مایع بستگی دارد.  
 پ) فشار مایع به شتاب گرانشی بستگی ندارد.  
 ت) فشار مایع به شکل ظرفی که مایع در آن قرار دارد، بستگی ندارد.  
 ۳۲- در جمله‌های زیر جاهای خالی را با کلمه یا عبارتی مناسب کامل کنید.  
 الف) وقتی شاره ساکن است، به هر سطحی که با آن در تماس باشد، نیرویی ..... وارد می‌کند.  
 ب) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، چگالی هوا به شدت ..... می‌یابد.  
 پ) نیروی جاذبه‌ی زمین سبب می‌شود که لایه‌های زیرین هوا نسبت به لایه‌های بالایی ..... شوند.  
 ت) در هواشناسی و روی نقشه‌های آب و هوا، معمولاً از یکای ..... برای فشار هوا استفاده می‌کنند.  
 ۳۳- کلمه‌ی مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.  
 الف) با افزایش عمق، فشار ناشی از شاره (افزایش - کاهش) می‌یابد.  
 ب) فشار هوا در ارتفاع‌های بالاتر (کم‌تر - بیشتر) از فشار سطح دریاست.  
 پ) هر چه به سطح زمین نزدیک‌تر می‌شویم، چگالی هوا (افزایش - کاهش) می‌یابد.  
 ت) یک بار (1 bar) معادل ( $10^4 - 10^5$ ) پاسکال است.

۳۴- در بدنه‌ی ظرفی که در شکل روبه‌رو نشان داده شده است، دو حفره ایجاد شده است. آب از کدام‌یک از حفره‌ها با سرعت بیشتری خارج می‌شود؟ فشار آب در محل کدام حفره بیشتر است؟

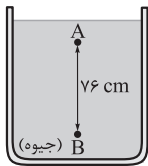


- ۳۵- چرا بادکنکی که از گاز هیدروژن پر شده است، در ارتفاعات می‌ترکد؟  
 ۳۶- نمودار فشار کل وارد بر ته ظرف پر از مایع را برحسب عمق مایع رسم کنید.  
 ۳۷- مقدار آبی که در پشت سد شماره‌ی (۱) جمع شده است  $45 \times 10^6 \text{ m}^3$  و مقدار آبی که پشت سد شماره‌ی (۲) جمع شده است،  $20 \times 10^6 \text{ m}^3$  است. فشار در کف کدام سد بیشتر است؟ چرا؟



۳۸- یک نهنگ در عمق ۱۰۰ متری اقیانوس است و حرکت نمی‌کند. اگر فشار متوسط آب بر روی باله‌ی آن  $10^6 \text{ Pa}$  باشد، بزرگی نیروی عمودی‌ای که آب به باله به مساحت  $1200 \text{ cm}^2$  وارد می‌کند، چند نیوتون است؟

۳۹- اگر عمق آب استخری  $5 \text{ m}$  باشد، اختلاف فشار بین کف استخر و سطح آب چند پاسکال است؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$  ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



۴۰- اختلاف فشار دو نقطه‌ی A و B را در شکل روبه‌رو به دست آورید.

$$(g = 9.8 \text{ m/s}^2 , \rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3)$$

۴۱- در یک کارخانه‌ی شکلات‌سازی طول حوضچه‌ی شیر  $15 \text{ m}$  و عرض آن  $5 \text{ m}$  و عمق آن  $2 \text{ m}$  است. اگر  $\rho_{\text{شیر}} = 1.05 \text{ kg/lit}$  باشد، چه فشاری بر حسب بار از طرف شیر بر کف حوضچه وارد می‌شود؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

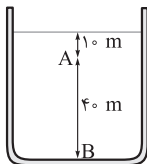
۴۲- عمیق‌ترین استخر جهان Y40 نام دارد. اگر فشار در کف این استخر  $5 \text{ bar}$  باشد، عمق آن چند متر است؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$  ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$  ,  $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$ )



۴۳- اگر فشار جو  $10^5 \text{ Pa}$  باشد، در چه عمقی از سطح دریا، فشار سه برابر فشار جو است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$  ,  $\rho_{\text{آب دریا}} = 1000 \text{ kg/m}^3$ )

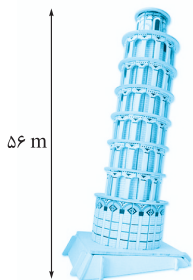
۴۴- در شکل روبه‌رو، فشار در نقطه‌ی B چند برابر فشار در نقطه‌ی A است؟

$$(P_0 = 10^5 \text{ Pa} , \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3 , g = 10 \text{ m/s}^2)$$



۴۵- ارتفاع برج پیزا (برج کج)  $56 \text{ m}$  است. اختلاف فشار هوای بالا و پایین این برج چند پاسکال است؟

$$(g = 10 \text{ m/s}^2 , \rho_{\text{هوای}} = 1 \text{ kg/m}^3)$$



۴۶- در شکل روبه‌رو، فشار در سطح مایع  $P_1$  و در کف ظرف برابر  $P_2$  است. با پایین آوردن پیستون، فشار در سطح مایع را  $2$  برابر می‌کنیم. فشار در کف ظرف در این حالت  $P'_2$  می‌شود. کدام رابطه‌ی زیر درست است؟

$$P'_2 = P_2 \quad (1)$$

$$P'_2 = 2P_2 \quad (1)$$

$$P_2 < P'_2 < 2P_2 \quad (4)$$

$$2P_2 < P'_2 < 3P_2 \quad (3)$$



## ستون مایع و نیروی ناشی از فشار مایع

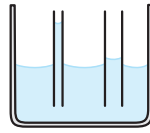
در درس‌نامه‌ی قبل گفتیم که فشار ناشی از مایع به شکل ظرف و مساحت کف ظرف وابسته نیست و فقط به عمق از سطح آزاد مایع بستگی دارد.

با توجه به این موضوع مفهومی را به نام ستون مایع، بیان می‌کنیم:

ستون مایع: مقداری از مایع که حجم آن برابر حجم منشور یا استوانه‌ی قائمی است که روی قاعده‌ی ظرف ساخته می‌شود و ارتفاع آن برابر

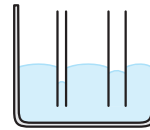
فاصله‌ی عمودی سطح مایع از کف ظرف است.

۱۷- الف) در شکل الف) سطح مایع مقعر است؛ بنابراین نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و شیشه بیشتر از نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع است و مایع از لوله‌ی موئین بالا می‌رود.



از طرفی هر چه لوله‌ی موئین باریک‌تر باشد، مایع از لوله بیشتر بالا می‌رود. پس شکل کامل شده به صورت روبه‌رو است:

ب) از آن جایی که سطح مایع در شکل ب) محدب است، می‌فهمیم که نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و شیشه بیشتر است؛ در نتیجه مایع از لوله پایین می‌رود.



از طرفی می‌دانیم، هر چه لوله‌ی موئین باریک‌تر باشد، مایع درون لوله نسبت به سطح مایع در ظرف، پایین‌تر می‌رود.

۱۸- الف) کشش سطحی ب) نیروی دافعه‌ی بین مولکولی ب) خاصیت موئینگی ب) آب ب) جیوه

۱۹- چون نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های جیوه بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های جیوه و شیشه است و این باعث می‌شود قطره‌ی جیوه سطح شیشه را خیس (تر) نکند و به صورت کروی روی سطح شیشه باقی بماند. اما نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب کم‌تر از دگرچسبی بین مولکول‌های آب و شیشه است و در نتیجه آب سطح شیشه را خیس می‌کند و روی آن پخش می‌شود.

۲۰- آب به علت وجود پدیده‌ی کشش سطحی، تمایل به کمینه‌کردن سطح خود دارد. به همین خاطر وقتی قلم‌مو را از آب بیرون می‌کشیم، موهای آن به هم می‌چسبند که سطح آب کمینه شود.

۲۱- نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب بسیار قوی است. به همین خاطر به راحتی اجازه نمی‌دهد که مولکول‌ها از هم جدا شوند و به صورت قطرات آب از سطح دریا جدا شوند.

۲۲- الف) درست

ب) نادرست - یک پاسکال برابر یک نیوتون بر مترمربع است.

ب) نادرست - نیروی عمل و عکس‌العمل بر دو جسم مختلف وارد می‌شود؛ در حالی که هم‌نیروی عمودی سطح و هم وزن به یک جسم وارد می‌شود. عکس‌العمل نیروی وزن، نیرویی است که از جسم به زمین وارد می‌شود.

۲۳- الف) مستقیم ب) افزایش

۲۴- فشاری که در اثر وزن به کف اتاق وارد می‌شود، برابر  $P = \frac{mg}{A}$  است. وقتی پاشنه‌ی کفش نوک‌تیز است، مقدار  $A$  کاهش می‌یابد و در نتیجه فشار وارد بر کف چوبی اتاق افزایش می‌یابد و کف چوبی آسیب می‌بیند.

۲۵- سوزن شکسته نسبت به سوزن نوک‌تیز سطح تماس بیشتری با پارچه دارد؛ در نتیجه فشار وارد بر پارچه کاهش می‌یابد و سوزن سخت‌تر در پارچه فرو می‌رود.

۲۶- لبه‌ی تیز چاقو سطح تماس کوچک‌تری نسبت به لبه‌ی کند چاقو دارد و با توجه به رابطه‌ی  $P = \frac{F}{A}$ ، فشار وارد بر سطح تماس در لبه‌ی تیز چاقو افزایش می‌یابد و چاقوی تیز به راحتی اجسام را می‌برد.

۲۷- با توجه به رابطه‌ی  $P = \frac{F_{\perp}}{A}$  داریم:

$$P = \frac{10 \text{ kN}}{20 \text{ m}^2} = 0.5 \text{ kPa} = 500 \text{ Pa}$$

۲۸- گام اول) ابتدا نیرویی که هر تایلر بر سطح زمین وارد می‌کند، به دست می‌آوریم. برای این کار باید وزن خودرو را بر ۴ تقسیم کنیم:

$$F_{\perp} = \frac{mg}{4} = \frac{1500 \text{ kg} \times 10 \text{ m/s}^2}{4} = 3750 \text{ N}$$

گام دوم) با استفاده از رابطه‌ی  $P = \frac{F_{\perp}}{A}$  اندازه‌ی سطح تماس هر تایلر را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} \Rightarrow 375 \text{ kPa} = \frac{3750 \text{ N}}{A} \Rightarrow 375 \times 10^3 \text{ Pa} = \frac{3750 \text{ N}}{A}$$

$$\Rightarrow A = \frac{3750 \text{ N}}{375 \times 10^3 \text{ Pa}} = 10^{-2} \text{ m}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

۲۹- الف) گام اول) ابتدا اندازه‌ی نیروی عمودی سطح را به دست می‌آوریم:

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$m_2 = 6 \text{ kg}$$

$$\vec{N} + \vec{W} = 0 \Rightarrow \vec{N} = -\vec{W}$$

$$\Rightarrow |\vec{N}| = |\vec{W}| = (m_1 + m_2)g = (3 \text{ kg} + 6 \text{ kg}) \times 10 \text{ m/s}^2 = 90 \text{ N}$$

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{|\vec{N}|}{A}$$

$$P = \frac{90 \text{ N}}{100 \text{ cm}^2} = \frac{90 \text{ N}}{100 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 9000 \text{ Pa}$$

ب) کافی است اندازه‌ی وزن  $m_1$  را بر مساحت کف  $m_2$  تقسیم کنیم:

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{|\vec{W}|}{A} = \frac{m_1 g}{A} = \frac{30 \text{ N}}{100 \text{ cm}^2} = \frac{30 \text{ N}}{100 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 3000 \text{ Pa}$$

۳۰- اگر وزن یک فرد را حدود  $60 \text{ kg}$  و کف هر پای او را مستطیلی با اضلاع  $10 \text{ cm}$  و  $20 \text{ cm}$  در نظر بگیریم، داریم: (دقت کنید دو پا داریم):

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{|\vec{W}|}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{60 \times 10}{2 \times 20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}}$$

$$= \frac{60 \times 10}{2 \times 20 \text{ m} \times 10 \text{ m}} = 15000 \text{ Pa}$$

۳۱- الف) درست ب) درست

ب) نادرست - در رابطه‌ی  $P = \rho gh$  می‌بینیم که فشار ناشی از شاره به شتاب گرانشی وابسته است.

درست

۳۲- الف) عمودی ب) کاهش

ب) مترکم‌تر

۳۳- الف) افزایش ب) کم‌تر

ب) افزایش  $10^5$

۳۴- آب از حفره‌ی پایینی یعنی  $B$  با سرعت بیشتری خارج می‌شود. این اتفاق به این دلیل رخ می‌دهد که عمق نقطه‌ی  $B$  بیشتر از نقطه‌ی  $A$  و در نتیجه فشار در نقطه‌ی  $B$  بیشتر از فشار در نقطه‌ی  $A$  است؛ پس نیرویی که آب را در نقطه‌ی  $B$  به بیرون هل می‌دهد، از نیرویی که آب را در نقطه‌ی  $A$  به بیرون هل می‌دهد، بیشتر است.

۴۲- اولاً بگوییم فشار ۵ bar فشار بسیار زیادی است. به همین خاطر افرادی که می‌خواهند به کف این استخر بروند، فشار قابل توجهی را تحمل می‌کنند. برای به دست آوردن عمق این استخر ابتدا باید فشار و چگالی را برحسب یکاهای مناسب بنویسیم:

$$P = 5 \text{ bar} = 5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/m}^3$$

حالا با استفاده از رابطه‌ی  $P_{\text{کل}} = \rho gh + P_0$ ، عمق استخر را به دست می‌آوریم:

$$P = \rho gh + P_0 \Rightarrow 5 \times 10^5 \text{ Pa} = (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(h) + 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow h = \frac{(5 \times 10^5 - 10^5) \text{ Pa}}{(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})} = 40 \text{ m}$$

پس عمق این استخر شگفت‌انگیز ۴۰ m است.

۴۳- در این نوع سؤال‌ها باید به این‌که فشار کل خواسته شده است یا فشار حاصل از مایع، خیلی توجه کنید. این‌جا چون فشار خواسته شده است، باید فشار کل را در نظر بگیریم. باید دقت کنید که فشار کل، فشار حاصل از مایع به اضافه‌ی فشار کل است، پس:

$$\frac{P}{P_0} = \frac{\rho gh + P_0}{P_0} \Rightarrow \frac{\rho gh + P_0}{P_0} = \frac{P}{P_0} \Rightarrow \frac{\rho gh}{P_0} = \frac{P - P_0}{P_0} \Rightarrow \rho gh = P - P_0$$

$$\Rightarrow \rho gh = P - P_0$$

در واقع ما باید عمقی را به دست آوریم، که در آن نقطه فشار حاصل از مایع دو برابر فشار هوا باشد:

$$\rho gh = P - P_0 \Rightarrow 2 \times 10^5 \text{ Pa} = (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(h)$$

$$\Rightarrow h = \frac{2 \times 10^5 \text{ Pa}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 20 \text{ m}$$

به ازای هر ۱۰ متری که درون آب پایین می‌رویم، تقریباً به اندازه‌ی یک اتمسفر (۱ atm) به فشار کل اضافه می‌شود.

۴۴- **روش اول** با استفاده از رابطه‌ی  $P_{\text{کل}} = \rho gh + P_0$  داریم:

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{\rho gh_B + P_0}{\rho gh_A + P_0} = \frac{(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(50 \text{ m}) + 10^5 \text{ Pa}}{(1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(10 \text{ m}) + 10^5 \text{ Pa}}$$

$$= \frac{6 \times 10^5 \text{ Pa}}{2 \times 10^5 \text{ Pa}} = 3$$

**روش دوم** همان‌طور که در سؤال قبل گفتیم، به ازای هر ۱۰ m که درون آب می‌رویم،  $10^5 \text{ Pa}$  به فشار کل اضافه می‌شود. نقطه‌ی A در عمق ۱۰ متری است، پس فشار در این نقطه برابر است با:

$$P = \underbrace{1 \times 10^5}_{\text{فشار هوا}} + \underbrace{10^5}_{\text{فشار حاصل از آب}} = 2 \times 10^5$$

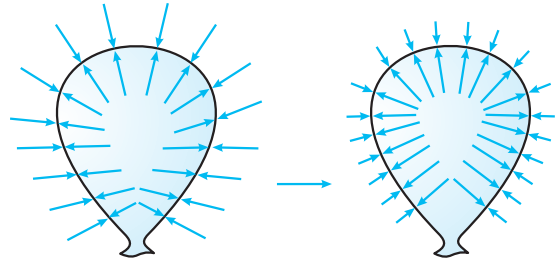
به همین صورت فشار در نقطه‌ی B برابر است با:

$$P = \underbrace{5 \times 10^5}_{\text{فشار هوا}} + \underbrace{10^5}_{\text{فشار مایع}} = 6 \times 10^5$$

بنابراین  $\frac{P_B}{P_A}$  برابر است با:

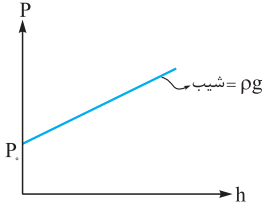
$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{6 \times 10^5}{2 \times 10^5} = 3$$

۳۵- فشار هوا در ارتفاعات کم است. به همین خاطر هر چه بادکنک بالاتر برود، اختلاف فشار داخل و خارج بادکنک بیشتر می‌شود. این اختلاف فشار باعث می‌شود به دیواره‌ی بادکنک مطابق شکل زیر نیرویی به سمت بیرون وارد شود که باعث ترکیدن بادکنک می‌شود.



در سطح زمین، فشار هوا به اندازه‌ای است که جلوی ترکیدن بادکنک را می‌گیرد.

فشار هوا در ارتفاعات کم است و این باعث ترکیدن بادکنک می‌شود.



۳۶- فشار کل در مایع به صورت  $P = \rho gh + P_0$  است؛ بنابراین فشار کل برحسب عمق مایع، یک تابع خطی با شیب  $\rho g$  و عرض از مبدأ  $P_0$  است.

۳۷- فشار حاصل از مایع به جرم و حجم مایع وابسته نیست، بلکه به عمق مایع وابسته است. در این سؤال، هر چند حجم آب جمع شده در پشت سد شماره‌ی (۱) بیشتر است؛ اما عمق آب (h) پشت سد شماره‌ی (۲) بیشتر است؛ بنابراین با توجه به رابطه‌ی  $P = \rho gh + P_0$  فشار در کف سد (۲) بیشتر است.

۳۸- فشار چه حاصل از شاره باشد چه حاصل از جامد، به صورت  $P = \frac{F_{\perp}}{A}$  تعریف می‌شود:

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} \Rightarrow 10^6 \text{ Pa} = \frac{F}{1200 \text{ cm}^2} = \frac{F}{1200 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$\Rightarrow F = (10^6 \text{ Pa}) \times (1200 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 120000 \text{ N}$$

۳۹- اختلاف فشار بین کف و سطح آب از رابطه‌ی  $P - P_0 = \rho gh$  به دست می‌آید:

$$P - P_0 = \rho gh = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 5 \text{ m} = 50000 \text{ Pa}$$

۴۰- با توجه به رابطه‌ی  $P_B - P_A = \rho gh$  داریم:

$$P_B - P_A = \rho gh = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{76}{100} \text{ m}$$

$$= 1/012928 \times 10^5 \text{ Pa} = 1/013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ atm}$$

همان‌طور که می‌بینید فشار حاصل از یک ستون جیوه به ارتفاع ۷۶ cm برابر فشار هوا در سطح دریاهای آزاد (یعنی ۱ atm) شد.

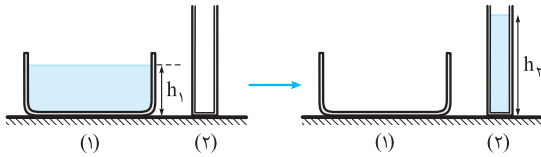
۴۱- وقتی می‌خواهیم فشار حاصل از مایع را به دست آوریم، برایمان اصلاً مهم نیست که طول و عرض ظرف (این‌جا حوضچه) چه قدر است. تنها چیزی که برایمان مهم است، عمق ظرف است؛ پس داریم:

$$P = \rho_{\text{شیر}} gh = (1/05 \frac{\text{kg}}{\text{lit}})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(2 \text{ m})$$

$$= (1/05 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(2 \text{ m}) = 21000 \text{ Pa} = 0/21 \text{ bar}$$



۵۲- با توجه به این که با خالی کردن مایع در ظرف ۲، ارتفاع ستون مایع زیاد می‌شود، فشار افزایش می‌یابد:



$$\left. \begin{array}{l} P_1 = \rho g h_1 \\ P_2 = \rho g h_2 \end{array} \right\} \xrightarrow{h_1 < h_2} P_1 < P_2$$

نیروی وارد بر سطح افقی برابر وزن مایع به اضافه‌ی وزن ظرف است. چون جرم ظرف ۱ و جرم ظرف ۲ یکسان است، مقدار نیروی وارد بر سطح افقی تغییر نمی‌کند.

۵۳- **گام اول** ابتدا حجم کل مایع را به دست می‌آوریم:

$$V = V_1 + V_2 = A_1 h_1 + A_2 h_2 = (2 \text{ cm}^2)(2 \text{ cm}) + (20 \text{ cm}^2)(5 \text{ cm}) = 104 \text{ cm}^3$$

۵۴- **گام دوم** حالا با داشتن حجم کل مایع به راحتی می‌توانیم وزن مایع را حساب کنیم:

$$W = mg = \rho Vg = 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times (104 \text{ cm}^3) \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times (104 \times 10^{-6} \text{ m}^3) \times 10 = 0.52 \text{ N}$$

۵۵- **گام سوم** نیروی وارد بر کف ظرف، برابر با فشار وارد بر کف ظرف ضرب در مساحت کف ظرف است:

$$F = PA = \rho g h A = \rho g (h_1 + h_2) A = (500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(2 \text{ cm} + 5 \text{ cm}) \times (20 \text{ cm}^2) = (500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(7 \times 10^{-2} \text{ m})(20 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 0.7 \text{ N}$$

۵۶- **گام چهارم** حالا با به دست آوردن  $F - W$  کار را تمام می‌کنیم:

$$F - W = 0.7 \text{ N} - 0.52 \text{ N} = 0.18 \text{ N}$$

۵۷- **گام اول** ابتدا ارتفاع هر کدام از مایع‌ها را به دست می‌آوریم تا بتوانیم فشار ناشی از هر یک از آن‌ها را محاسبه کنیم. می‌دانیم جیوه  $m = m_{\text{آب}}$  است؛ پس داریم:

$$\begin{aligned} m_{\text{آب}} = m_{\text{جیوه}} &\Rightarrow \rho_{\text{آب}} A_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} A_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \\ \Rightarrow \rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} &= \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \\ \Rightarrow 1 \times h_{\text{آب}} &= 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \Rightarrow h_{\text{آب}} = 13/6 h_{\text{جیوه}} \end{aligned}$$

۵۸- **گام دوم** حالا با استفاده از آن چه که به دست آوردیم و با توجه به این که مجموع ارتفاع دو مایع ۷۳ cm است، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} h_{\text{آب}} + h_{\text{جیوه}} = 73 \text{ cm} \\ 13/6 h_{\text{جیوه}} = h_{\text{آب}} \end{array} \right\} \Rightarrow 13/6 h_{\text{جیوه}} + h_{\text{جیوه}} = 73 \text{ cm} \\ \Rightarrow 14/6 h_{\text{جیوه}} = 73 \text{ cm} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{73 \text{ cm}}{14/6} = 5 \text{ cm} \\ \Rightarrow h_{\text{آب}} = 13/6 h_{\text{جیوه}} = 13/6 (5 \text{ cm}) = 68 \text{ cm}$$

۴۵- اختلاف فشار هوای دو نقطه را که اختلاف ارتفاع کمی با هم دارند، با استفاده از رابطه‌ی  $P_2 - P_1 = \rho g h$  به دست می‌آوریم؛ بنابراین داریم:

$$P_2 - P_1 = (1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(56 \text{ m}) = 560 \text{ Pa}$$

۴۶- فشار در کف ظرف ( $P_2$ ) برابر مجموع فشار سطح مایع ( $P_1$ ) و فشار ناشی از ستون مایع است؛ بنابراین:

اگر فشار در سطح مایع را دو برابر کنیم،  $P'_1 = 2P_1$  می‌شود. براساس اصل پاسکال این تغییر فشار به تمام قسمت‌های مایع منتقل می‌شود، پس:

$$\left. \begin{array}{l} P_2 = \rho g h + P_1 \\ P'_2 = \rho g h + 2P_1 \\ 2P_2 = 2\rho g h + 2P_1 \end{array} \right\} \Rightarrow P_2 < P'_2 < 2P_2$$

بنابراین با توجه به این رابطه داریم:

۴۷- **الف** نادرست - نیرویی که مایع بر کف ظرف حاوی مایع وارد می‌کند، برابر حاصل ضرب فشار مایع در مساحت کف ظرف است که برابر وزن ستون مایع می‌شود نه وزن مایع. این مقدار می‌تواند بیشتر، کم‌تر یا مساوی وزن مایع باشد.

**ب** درست

۴۸- **الف** مساحت کف ظرف

**ب** نصف - بدون تغییر

**پ** مستقیم - مستقیم

۴۹- **الف** ارتفاع مایع در دو ظرف یکسان است؛ بنابراین فشار حاصل از مایع در دو ظرف برابر است. یعنی داریم:

**ب** نیروی وارد بر کف ظرف، برابر فشار ضرب در مساحت کف ظرف است، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} P_1 = P_2 \\ A_1 = A_2 \end{array} \right\} \Rightarrow P_1 A_1 = P_2 A_2 \Rightarrow F_1 = F_2$$

۵۰- نیرویی که آب به کف ظرف وارد می‌کند، برابر فشار ناشی از آب ضرب در مساحت کف ظرف است:

$$F = PA = \rho g h A = (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(10 \text{ cm})(50 \text{ cm}^2) = (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(0.1 \text{ m})(50 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 5 \text{ N}$$

۵۱- نسبت نیرویی که به کف ظرف A وارد می‌شود به نیرویی که به کف ظرف B وارد می‌شود، برابر است با:

$$\frac{F_A}{F_B} = \frac{P_A}{P_B} \times \frac{A_A}{A_B}$$

اما چون در هر دو ظرف به یک ارتفاع مایع ریخته‌ایم،  $\frac{P_A}{P_B} = 1$  است؛ بنابراین:

$$\frac{F_A}{F_B} = 1 \times \frac{A_A}{A_B} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

موضوع جالبی که در این سؤال می‌بینید این است که با این که وزن مایع در ظرف A بیشتر است، نیرویی که مایع به کف ظرف A وارد می‌کند، کم‌تر از نیرویی است که مایع به کف ظرف B وارد می‌کند.