نیازی

فائو
FAGO

فهرست مطالب

فصل اول ۹ حرکت بر راستای خط راست

- درسنامه۱- مفاهیم اولیه حرکت: ۱۰
- درسنامه۲- تندی و سرعت متوسط: ۱۶
- درسنامه۳- تندی و سرعت لحظه‌ای: ۲۰
- درسنامه۴- مقدمه‌ای بر نمودار سرعت- زمان: ۲۵
- درسنامه۵- به‌دست آوردن بیش‌ترین و کم‌ترین فاصله متحرک از مبدا مکان از روی معادله‌ی مکان- زمان: ۳۰
- درسنامه۶- شتاب: ۳۱
- درسنامه۷- نمودار شتاب- زمان: ۳۵
- درسنامه۸- تندشونده، کندشونده و یا یکنواخت: ۳۷
- درسنامه۹- حرکت یکنواخت بر روی خط راست: ۴۲
- درسنامه۱۰- معادله‌ی سرعت- زمان و مکان زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست: ۴۸
- درسنامه۱۱- زمان و مسافت توقف: ۵۴
- درسنامه۱۲- سرعت متوسط در حرکت بر روی خط راست با شتاب ثابت: ۵۵
- درسنامه۱۳- جابه جایی در بازه‌های زمانی مساوی در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست: ۵۷
- درسنامه۱۴- نمودار سرعت زمان و مکان زمان در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست: ۶۰
- درسنامه۱۵- حرکت‌های چندمرحله‌ای: ۶۶
- درسنامه۱۶- بررسی حرکت دو متحرک: ۶۸
- درسنامه۱۷- رسم نمودارها از روی یکدیگر: ۷۲
- درسنامه۱۸- محاسبه‌ی جابه‌جایی و مسافت از روی نمودار شتاب- زمان در حرکت‌های چندمرحله‌ای: ۷۴
- درسنامه۱۹- سقوط آزاد: ۷۷
- پاسخنامه کلیدی: ۸۲
- پاسخنامه تشریحی: ۸۴

فصل دوم ۱۳۱ دینامیک

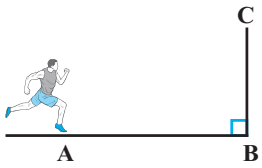
- درسنامه۱- قانون اول و دوم نیوتون: ۱۳۲
- درسنامه۲- قانون سوم نیوتون: ۱۳۶
- درسنامه۳- نیروها(قسمت اول): ۱۳۸
- درسنامه۴- نیروها(قسمت دوم): ۱۴۰
- درسنامه۵- نیروها(قسمت سوم): ۱۴۶
- درسنامه۶- پرتاب جسم بر روی سطح افقی دارای اصطکاک: ۱۵۰
- درسنامه۷- نیروی کشش نخ، فنر و نیروی بین اجسام، در حرکت هم زمان چند بسته بر روی سطح افقی: ۱۵۲
- درسنامه۸- نیروی تماس: ۱۵۶
- درسنامه۹- حرکت در راستای قائم: ۱۵۸
- درسنامه۱۰- قرقره‌ی ثابت: ۱۶۴
- درسنامه۱۱- قرقره‌ی متحرک: ۱۷۱
- درسنامه۱۲- ترکیب حرکت افقی و قائم(سطح ترکیبی): ۱۷۳
- درسنامه۱۳- لغزش اجسام بر روی هم: ۱۷۸
- درسنامه۱۴- تکانه: ۱۸۲
- درسنامه۱۵- نیرو و شتاب گرانش: ۱۸۸
- پاسخنامه کلیدی: ۱۹۰
- پاسخنامه تشریحی: ۱۹۲

- سوالات کنکور سراسری ۹۶ و ۹۷: ۲۳۷
- پاسخنامه کنکور سراسری ۹۶ و ۹۷: ۲۴۱

فصل اول

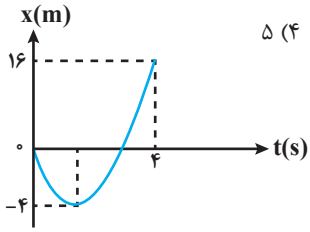
حرکت بر خط راست

۳۸- دونده‌ای مطابق شکل از نقطه‌ی A تا C در مسیر نشان داده شده جابه‌جا می‌شود. اگر این دونده مسیر $AB = ۳۰m$ را با سرعت $۵\frac{m}{s}$ و مسیر $BC = ۴۰m$ را با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ بدود، سرعت متوسط آن در کل مسیر چند متر بر ثانیه می‌باشد؟



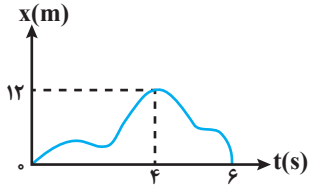
۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۱۰ ۴) ۵

۳۹- شکل مقابل، نمودار مکان- زمان متحرکی در یک مسیر مستقیم است. سرعت و تندی متوسط متحرک در این ۴ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟ سراسری ریاضی- با تغییر ۸۲



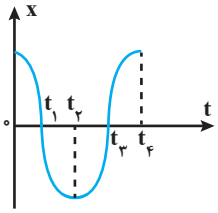
۱) ۶ , ۴ ۲) ۴ , ۶
۳) ۶ , ۳ ۴) ۳ , ۶

۴۰- در شکل مقابل، نسبت سرعت متوسط در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت به ۲ ثانیه‌ی سوم حرکت چقدر بوده و تندی متوسط آن از لحظه‌ی شروع تا لحظه‌ی $t = ۶s$ چند متر بر ثانیه بوده است؟



۱) ۴ , -۲ ۲) ۴ , $-\frac{۱}{۲}$
۳) ۰ , -۲ ۴) ۰ , $-\frac{۱}{۲}$

۴۱- شکل مقابل، نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که بر روی محور x حرکت می‌کنند. در کدام بازه‌ی زمانی، سرعت متوسط آن برابر با صفر است؟



۱) ۰ تا $t_۱$ ۲) ۰ تا $t_۲$
۳) $t_۱$ تا $t_۳$ ۴) $t_۳$ تا $t_۴$

درسنامه ۳: تندی و سرعت لحظه‌ای

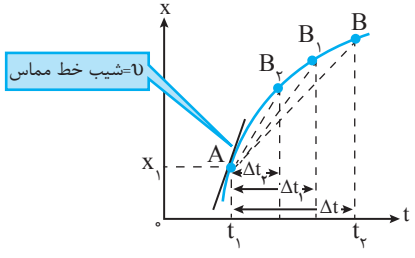
به تندی متحرک در هر لحظه از زمان یا در هر نقطه از مسیر، تندی لحظه‌ای می‌گوییم. اگه یادتون باشه، تندی کمیتی نرده‌ای و سرعت کمیتی برداری بود. حالا اگر در هنگام تندی لحظه‌ای، جهت حرکت هم بهش اضافه بشه، برابر می‌شه با سرعت لحظه‌ای. به عنوان مثال اگر بگیم سرعت ماشین در لحظه‌ای برابر $۸۵\frac{km}{h}$ در واقع تندی لحظه‌ای رو بیان کردیم و اگر بگیم سرعت ماشینی در لحظه‌ای برابر $۸۵\frac{km}{h}$ به طرف شمال است، سرعت لحظه‌ای رو بیان کردیم.

توجه: بچه‌ها! برای سادگی بنا به قراردادی، سرعت لحظه‌ای و تندی لحظه‌ای را به ترتیب به صورت سرعت و تندی بیان می‌کنند و با توجه به اینکه سرعت کمیتی برداری است، آن را با نماد $\vec{V}$ و تندی که اندازه‌ی آن با سرعت برابر است و کمیتی نرده‌ای است (یعنی جهت ندارد) را با V نشان می‌دهند.

نکته: سرعت متوسط و لحظه‌ای، زمانی با هم برابر خواهند بود که سرعت متوسط در بازه‌های زمانی مختلف یکسان باشد.

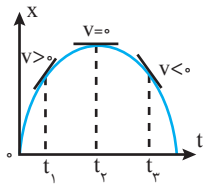
تعیین سرعت لحظه‌ای به کمک نمودار مکان- زمان

اگه یادتون باشه، سرعت متوسط متحرک بین دو بازه‌ی زمانی در نمودار مکان- زمان برابر بود با شیب پاره‌خطی که نقاط متناظر با آن را به هم وصل می‌کند. حالا اگه مطابق شکل زیر، بازه‌ی زمانی (Δt) رو به تدریج کوچک و کوچک‌تر کنیم، نقطه‌های A و B به یک‌دیگر نزدیک می‌شوند. به طوری که اگر Δt خیلی خیلی کوچک شود، نقاط A و B هم خیلی خیلی به هم نزدیک می‌شوند تا اینکه در نهایت دو نقطه‌ی A و B بر روی هم می‌افتند و خط AB در نقطه‌ی A، مماس بر نمودار می‌شود. و چون بازه‌ی زمانی خیلی خیلی کوچک شده است و آن را به صورت یک لحظه در نظر می‌گیریم که به این سرعت متوسط در این بازه‌ی زمانی بسیار کوچک، سرعت لحظه‌ای گفته می‌شود.



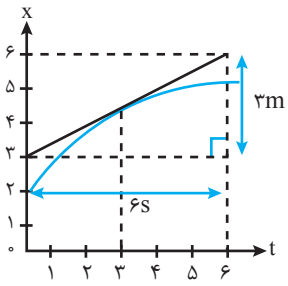
نتیجه گیری: سرعت متحرک در هر لحظه‌ی دلخواه t، برابر با شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در آن لحظه است.

فصل ۱: حرکت شناسی



نکته: اگر شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در یک لحظه ....

- صعودی باشد، سرعت متحرک مثبت بوده $(V>0)$ و جهت متحرک، در جهت محور x است $(\Delta x>0)$.
- نزولی باشد، سرعت متحرک منفی بوده $(V<0)$ و جهت متحرک، در خلاف جهت محور x است $(\Delta x<0)$.
- افقی باشد، سرعت متحرک صفر است $(V=0)$.



بچه‌ها! به عنوان مثال اگه بخواین شیب خط مماس بر نمودار شکل مقابل را با توجه به اعدادی که نشون داده به دست بیاریم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\text{شیب خط مماس بر نمودار در لحظه } t=3s = \frac{3m}{6s} = 0/5\frac{m}{s}$$

سرعت لحظه ای

همون‌طور که می‌دونید، شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در هر لحظه از زمان برابر با سرعت در آن لحظه است. و با توجه به مفاهیم ریاضی، شیب خط مماس بر یک نمودار در هر نقطه، برابر است با مشتق معادله‌ی آن و جایگذاری لحظه‌ی موردنظر در معادله‌ی مشتق گرفته شده، و چون نمودار مکان- زمان با توجه به معادله‌ی مکان رسم شده است، می‌تونیم بگیم سرعت لحظه‌ای در هر لحظه از زمان برابر با مشتق معادله‌ی مکان نسبت به زمان در آن لحظه است. و می‌تونیم بنویسیم:

$$\vec{V}=\frac{dx}{dt}\vec{i}$$

توجه: عبارت $\frac{dx}{dt}$ یعنی مشتق مکان نسبت به زمان.

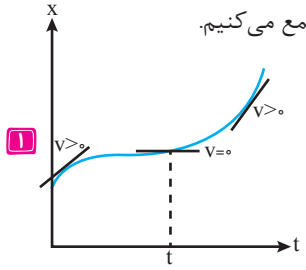
نکته: اگه یادتون باشه، رابطه‌ی سرعت متوسط $\vec{V}_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}$ بود و Δ به معنی تغییرات در این رابطه است و در رابطه‌ی سرعت لحظه‌ای $\left(\vec{V}=\frac{dx}{dt}\vec{i}\right)$ از عبارت d استفاده شده است که به معنی تغییرات بسیار کوچک است و در توضیح سرعت لحظه‌ای هم گفتیم که تغییر مکان در مدت زمان بسیار بسیار کوتاه، خیلی خیلی کم است و به نسبت این تغییر مکان خیلی خیلی کم در مدت زمان بسیار کم، سرعت لحظه‌ای می‌گن.

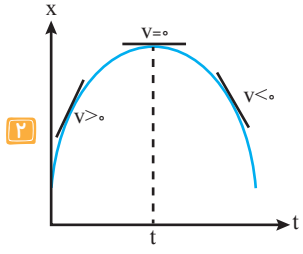
نکته: علامت سرعت در هر لحظه، جهت حرکت متحرک را نشان می‌دهد. اگر علامت سرعت مثبت باشد، متحرک در جهت محور x و اگر منفی باشد، متحرک در خلاف جهت محور x و اگر سرعت صفر باشد، متحرک در آن لحظه ساکن است.

حواستون باشه: حواستون باشه که علامت $\vec{V}$ اصلا به این ربطی نداره که متحرک در سمت راست مبداء مکان قرار دارد یا در سمت چپ مبداء مکان، علامت $\vec{V}$ فقط و فقط به این معنی است که جهت حرکت متحرک در جهت محور x است یا در خلاف جهت محور x.

مسافت طی شده

برای به دست آوردن مسافت طی شده اول از همه باید ببینیم که متحرک تغییر جهت داده یا نه! اگر تغییر جهت نداده بود کارمون راحته و اندازه‌ی جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر می‌شه. اما اگر متحرک در بازه‌ی زمانی که می‌خواهیم مسافت طی شده رو به دست بیاریم تغییر جهت داده باشد، باید لحظه‌ی تغییر جهت متحرک رو به دست بیاریم. حالا یک‌بار جابه‌جایی رو از لحظه‌ی شروع تا آن لحظه به دست میاریم و یک‌بار هم جابه‌جایی رو از لحظه‌ی تغییر جهت تا پایان بازه‌ی زمانی رو به دست میاریم. حالا اندازه‌ی جابه‌جایی‌ها رو در دو مرحله با هم جمع می‌کنیم.





نکته: برای اینکه یک متحرک تغییر جهت بدهد دو تا شرط دارد:

۱ سرعت متحرک برابر با صفر شود.

۲ جهت سرعت متحرک بعد از صفر شدن تغییر کند.

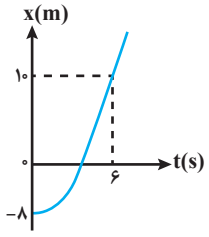
در شکل‌های ۱ و ۲ سرعت هر دو متحرک در لحظه‌ی t برابر صفر است، اما در شکل ۱ بعد از لحظه‌ی t، سرعت تغییر جهت نداده و علامت سرعت، قبل و بعد از صفر شدن مثبت است. اما در شکل ۲ بعد از لحظه‌ی t سرعت تغییر جهت داده است و علامت سرعت قبل و بعد از لحظه‌ی t تغییر کرده. پس برای اینکه یک متحرک تغییر جهت بدهد باید:

۱ سرعت متحرک صفر شود.

۲ بعد از صفر شدن، سرعت آن تغییر جهت بدهد.

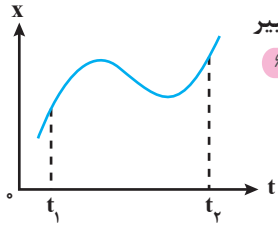
حالا اگر یک معادله‌ی مکان برحسب زمان رو دادن و از ما مسافت طی شده بین یک بازه‌ی زمانی رو خواستن، اول از همه از معادله‌ی مکان نسبت به زمان مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت برحسب زمان به دست بیاد و بعد این معادله رو برابر با صفر قرار می‌دیم تا ببینیم که آیا لحظه‌ای هستش که سرعت متحرک برابر صفر شده باشه یا نه و اگر هم بود آیا در بازه‌ی زمانی که از ما خواستن هستش یا نه، که اگر هم بود باید ببینیم که بعد از صفر شدن، متحرک تغییر جهت داده یا نه که برای چک کردن آن معادله‌ی سرعت را تعیین علامت می‌کنیم و اگر سرعت متحرک قبل و بعد از آن لحظه تغییر کرده باشد، نتیجه می‌گیریم که متحرک تغییر جهت داده و برای به دست آوردن مسافت طی شده یک‌بار جابه‌جایی متحرک از ابتدای بازه‌ی زمانی تا زمانی که سرعت متحرک صفر شده رو به دست میاریم و یک‌بار هم جابه‌جایی متحرک از لحظه‌ی صفر شدن تا انتهای بازه‌ی زمانی رو به دست میاریم و در نهایت اندازه‌ی این دو جابه‌جایی رو با هم جمع می‌کنیم تا مسافت طی شده به دست بیاد.

تست های دست گرمی



۴۲- نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل است. سرعت متحرک در لحظه‌ی شروع چند $\frac{m}{s}$ است؟

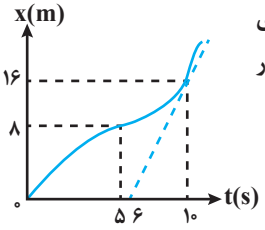
۱) ۰ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸



۴۳- نمودار مکان- زمان متحرکی مطابق شکل است. در فاصله‌ی زمانی میان t_1 تا t_3، سرعت جسم چندبار تغییر جهت داده است؟

سراسری تجربی - ۶۹

۱) صفر ۲) ۱
۳) ۲ ۴) ۳



۴۴- نمودار مکان- زمان متحرکی بر روی مسیر مستقیم به شکل زیر است. اگر سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۱۰s$ برابر سرعت متوسط آن بین دو لحظه‌ی $t_1 = ۵s$ و $t_2 = ۱۲s$ باشد، متحرک در لحظه‌ی $t = ۱۲s$ در چند متری مبداء می‌باشد؟

۱) ۲۸ ۲) ۲۴
۳) ۳۶ ۴) ۲۰

۴۵- معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = t^۲ - t + ۱$ می‌باشد. سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۳s$، چند برابر سرعت متوسط متحرک در دو ثانیه‌ی سوم حرکت است؟

۱) $\frac{۹}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۱۱}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۱۱}$

۴۶- معادله‌های حرکت دو متحرک در SI به صورت $x_۱ = t^۲ - ۲t + ۳$ و $x_۲ = ۲t^۲ - t - ۶$ می‌باشد. این دو متحرک در ۵ ثانیه‌ی اول حرکت چند ثانیه به صورت هم‌جهت با هم حرکت می‌کنند؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) ۴ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۱۷}{۴}$

۴۷- معادله‌ی حرکت متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = -t^۳ + ۶t^۲ - ۹t$ است. فاصله‌ی زمانی بین دو تغییر جهتِ آن، چند ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

۴۸- اگر معادله‌ی حرکت جسمی روی خط راست $x = ۲t^۲ - ۱۲t$ باشد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، جهت حرکت جسم تغییر می‌کند؟

سراسری ریاضی - ۷۵

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۲

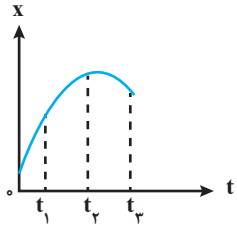
۴۹- معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = -t^۲ + ۴t + ۳$ می‌باشد. مسافت طی شده در سه ثانیه‌ی اول حرکت چند متر است؟

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۴

۵۰- معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = -t^۲ + ۸t - ۱$ می‌باشد. تندی متوسط آن در ۶ ثانیه‌ی اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{۸}{۳}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۱۰}{۳}$

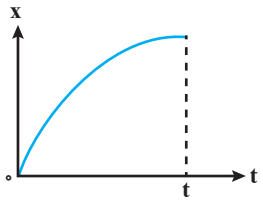
تست های چون دار



۵۱- شکل مقابل، نمودار مکان- زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند را نشان می‌دهد. سرعت آن در کدام لحظه‌ی نشان داده شده بیش‌تر از سایر لحظه‌ها است؟

۱) $t_۱$ ۲) $t_۲$

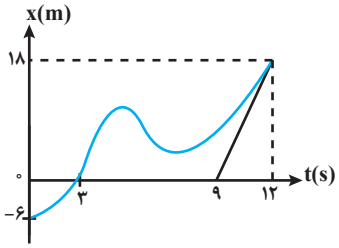
۳) $t_۳$ ۴) سرعت در طول مسیر ثابت است.



۵۲- شکل روبه‌رو، بخشی از نمودار مکان- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که بر روی خط راست حرکت می‌کند. سرعت لحظه‌ای متحرک از لحظه‌ی ۰ تا t ..... از سرعت متوسط متحرک در کل بازه‌ی زمانی است.

۱) همواره کم‌تر ۲) همواره بیش‌تر

۳) ابتدا بیش‌تر، سپس کم‌تر ۴) ابتدا کم‌تر، سپس بیش‌تر



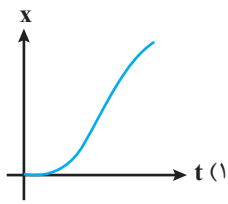
۵۳- با توجه به نمودار روبه‌رو، نسبت سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۱۲s$ به سرعت متوسط آن در کل مدت ۱۲s کدام است؟

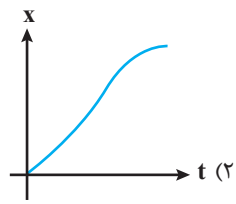
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲

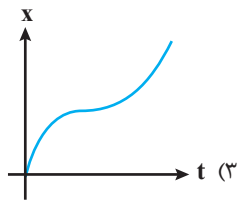
۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

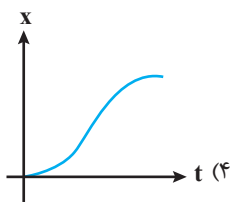
۵۴- اتومبیلی از حال سکون، از محلی شروع به حرکت کرده و پس از طی مسافتی، می‌ایستد. کدام نمودار می‌تواند معرف نمودار مکان- زمان حرکت اتومبیل باشد؟

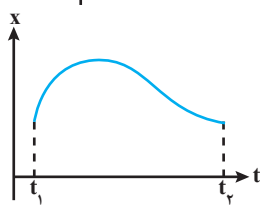
سراسری ریاضی - ۶۹









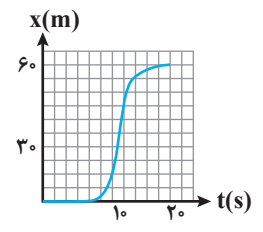


۵۵- شکل روبه‌رو، نمودار مکان- زمان حرکت ذره‌ای را که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند، نشان می‌دهد. بین دو لحظه‌ی $t_۱$ و $t_۲$ ، جهت حرکت چند بار عوض شده است؟

سراسری تجربی - ۷۵

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳



۵۶- در شکل مقابل نمودار مکان-زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت کرده است. بیشینه‌ی سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟

سراسری تجربی - ۹۵

۱) ۳

۲) ۵

۳) ۷

۴) ۹

۵۷- معادله‌ی سرعت متحرکی در SI به صورت $V = -۶t^۲ + ۶t$ است. اگر حرکت متحرک در مسیر مستقیم بوده و مکان آن در لحظه‌ی $t = ۱s$ برابر $x = -۲m$ باشد، معادله‌ی حرکت آن کدام است؟

سراسری ریاضی - ۸۶

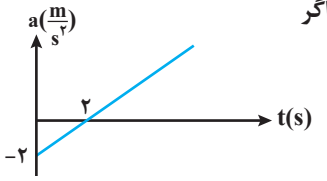
۱) $x = -۱۲t + ۶$ ۲) $x = -۱۲t + ۱۰$ ۳) $x = -۳t^۲ + ۳t - ۳$ ۴) $x = -۲t^۳ + ۳t^۲ - ۳$

۵۸- معادله‌ی حرکت متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^۲ - ۵t + ۴$ است. بزرگی سرعت این متحرک در لحظه‌ای که برای اولین‌بار از مبداء مکان عبور می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۳-

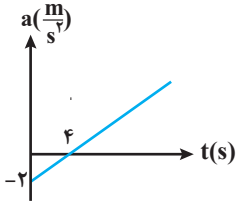
۳) ۱ ۴) ۷

۱۵۶- شکل مقابل، نمودار شتاب- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که بر روی محور x حرکت می‌کند. اگر سرعت اولیه‌ی متحرک $-۲\frac{m}{s}$ باشد، حرکت متحرک در چه بازه‌ای کندشونده می‌باشد؟



۱) ۲s تا ۶s
۲) ۲s تا ۴s
۳) ۰ تا ۴s
۴) ۰ تا ۶s

۱۵۷- نمودار شتاب- زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر سرعت اولیه‌ی متحرک $-۴\frac{m}{s}$ باشد، نوع حرکت در لحظه‌های $t=۶s$ و $t=۱۰s$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) کندشونده، تندشونده
۲) تندشونده، کندشونده
۳) تندشونده، کندشونده
۴) تندشونده، تندشونده

درسنامه ۹: حرکت یکنواخت بر روی خط راست

اگر اندازه و جهت سرعت متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، تغییر نکند (ثابت باشد)، حرکت آن را حرکت یکنواخت بر روی خط راست می‌نامند.

نکته: با توجه به اینکه سرعت متحرک ثابت است، پس می‌توان گفت شتاب حرکت یکنواخت بر روی خط راست برابر با صفر $(a=۰)$ است.

نکته: چون سرعت آن در تمام مراحل حرکت ثابت است، پس می‌توان گفت سرعت متوسط در هر بازه‌ی زمانی، با سرعت لحظه‌ای در هر لحظه از زمان برابر است $(V_{av}=V)$.

نکته: چون اندازه و جهت سرعت، همواره ثابت است و متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، پس می‌توان گفت مسافت پیموده شده توسط متحرک با اندازه‌ی جابه‌جایی در هر بازه‌ی زمانی دلخواه برابر است.

نکته: چون اندازه و جهت سرعت متحرک ثابت است، جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی مساوی یکسان است. یعنی جابه‌جایی متحرک در تمامی دو ثانیه‌ها، سه ثانیه‌ها به طور کلی می‌شه گفت در تمامی n ثانیه‌ها با هم برابر است. به عنوان مثال جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه‌ی دوم با دو ثانیه‌ی پنجم با هم برابر خواهد بود.

اگر متحرک در لحظه‌ی $t_۰=۰$ در مکان $x_۰$ و در لحظه‌ی t در مکان x قرار داشته باشد، با توجه به رابطه‌ی $V=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ می‌تونیم بنویسیم:

$$\Delta x = V\Delta t \rightarrow (x-x_۰)=V(t-۰) \rightarrow x=Vt+x_۰$$

با توجه به اینکه متحرک در لحظه‌ی $t_۰=۰$ در مکان $x_۰$ قرار دارد، مکان متحرک رو در هر لحظه از زمان، می‌شه از رابطه‌ی بالا به دست آورد.

نکته: اگر متحرک در لحظه‌ی $t_۱$ در مکان $x_۱$ و در لحظه‌ی $t_۲$ در مکان $x_۲$ قرار داشته باشد، معادله‌ی بالا به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$x_۲ = V\Delta t + x_۱$$

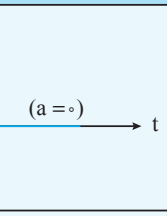
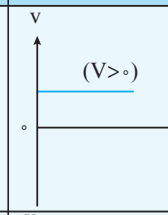
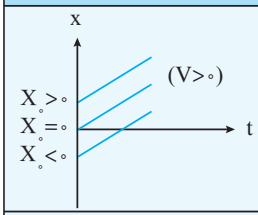
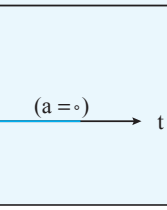
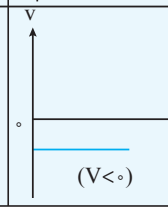
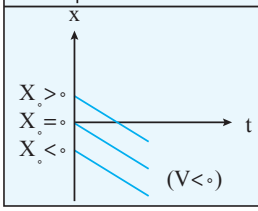
علت اینکه در نکته‌ی قبلی، t و در این نکته از Δt استفاده کردیم این بود که در نکته‌ی قبلی، لحظه‌ی اولیه برابر صفر بود و از $x_۰$ استفاده شده بود و Δt آن برابر با t می‌شد اما در این رابطه از $x_۱$ استفاده شده و دیگه لحظه‌ی اولیه برابر صفر نیست.

نکته: با توجه به معادله‌ی حرکت یکنواخت بر خط راست، می‌توان گفت Δx با V متناسب است. پس اگر در یک بازه‌ی زمانی یکسان دو متحرک که حرکت آن‌ها یکنواخت است، متحرکی که جابه‌جایی بیش‌تری دارد، سرعت آن هم بیش‌تر خواهد بود.

نمودارهای حرکت یکنواخت بر خط راست

معادله‌ی مکان- زمان حرکت یکنواخت بر خط راست برابر است با: $x=Vt+x_۰$

این معادله، تابع درجه‌ی اول از زمان است، یعنی توان زمان برابر ۱ است و نمودار مکان- زمان آن به صورت یک خط راست است که شیب آن برابر با V است و نمودار سرعت- زمان آن هم به علت ثابت بودن سرعت به صورت یک خط افقی خواهد بود و شتاب آن هم، همواره برابر با صفر است. نمودارهای مکان- زمان، سرعت- زمان و شتاب- زمان یک متحرک یکنواخت را در پایین داخل یک جدول آورده‌ایم.

نمودار / وضعیت متحرک	نمودار شتاب - زمان	نمودار سرعت - زمان	نمودار مکان - زمان
با سرعت ثابت در جهت محور x جا به جا می شود.			
با سرعت ثابت در جهت محور y جا به جا می شود.			

سرعت نسبی

بچه‌ها! فکر کنید تو اتوبان دارید با سرعت $۱۲۰\frac{km}{h}$ حرکت می‌کنید و یک ماشین دیگر در کنار شما با سرعت $۱۲۰\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. و در طول مسیر با گذشت زمان، فاصله‌ی شما نسبت به هم‌دیگه تغییر نمی‌کنه، چون سرعت شما با اون ماشین، یکسان است. اما اگر شما با سرعت $۱۲۰\frac{km}{h}$ حرکت کنید و ماشین دیگری با سرعت $۱۲۵\frac{km}{h}$ حرکت کند. بعد از یک ساعت، شما $۱۲۰\,km$ و ماشین دیگری $۱۲۵\,km$ جابه‌جا شده است. به عبارت دیگه نسبت به شما $۵\,km$ جابه‌جا شده است. حالا اگر ساکن بودید (یعنی حرکت نمی‌کردید) و ماشین دیگری با سرعت $۵\frac{km}{h}$ از کنار شما رد می‌شد، بعد از گذشت یک ساعت، آن ماشین $۵km$ جابه‌جا خواهد شد و باز هم نسبت به شما $۵km$ جابه‌جا شده است. همون‌طور که می‌بینید در هر دو حالتی که گفتیم، جابه‌جایی متحرک‌ها نسبت به هم برابر $۵km$ شد. یا به عبارت دیگه می‌شه گفت سرعت ماشین دیگری نسبت به ماشین شما $۵\frac{km}{h}$ است. و به طور کلی می‌شه گفت اگر دو تا متحرک با سرعت‌های $V_۱$ و $V_۲$ در یک جهت حرکت کنند، اندازه‌ی سرعت نسبی آن‌ها از رابطه‌ی زیر به دست میاد:

$$|V_{نسبی}| = |V_۲ - V_۱|$$

$$\Delta x_{نسبی} = V_{نسبی}\Delta t = |V_۲ - V_۱|\Delta t$$

حالا فکر کنید شما با سرعت $۱۲۰\frac{km}{h}$ در حرکت باشید و یک ماشین از روبه‌رو با سرعت $۱۲۵\frac{km}{h}$ به شما نزدیک شود. پس از گذشت یک ساعت، شما $۱۲۰km$ نزدیک شده‌اید و دیگری $۱۲۵km$ به شما نزدیک شده است و در مجموع $۱۲۰ + ۱۲۵ = ۲۴۵km$ به هم‌دیگه نزدیک شده‌اید (به شرطی که فاصله‌ی آن‌ها بیش از ۲۴۵ کیلومتر باشد.) یا اینکه اگر شما ثابت ایستاده باشید و ماشین دیگری با سرعت $۲۴۵\frac{km}{h}$ به شما نزدیک شود، باز هم بعد از طی یک ساعت به اندازه‌ی $۲۴۵km$ به هم‌دیگه نزدیک شده‌اید و سرعت نسبی آن طبق رابطه‌ی زیر به دست میاد:

$$|V_{نسبی}| = |V_۱| + |V_۲|$$

چون دو متحرک به هم‌دیگه نزدیک می‌شوند، جهت سرعت آن‌ها مخالف جهت هم‌دیگه است و یکی از آن‌ها منفی خواهد بود، به همین خاطر، آن‌ها را جدا جدا داخل قدرمطلق گذاشتیم و جابه‌جایی نسبی آن‌ها در هر لحظه از رابطه‌ی زیر به دست میاد:

$$\Delta x_{نسبی} = V_{نسبی}\Delta t \;\rightarrow\; \Delta x_{نسبی} = (|V_۱| + |V_۲|)\Delta t$$

حالا اگر دو تا متحرک با سرعت $V_۱$ و $V_۲$ به طرف هم نزدیک بشن و در یک لحظه، فاصله‌ی بین دو متحرک رو از ما بخوان، ممکن است در لحظه‌ی موردنظر دو متحرک به هم رسیده و از کنار هم رد شده باشند. در لحظه‌ی رسیدن به هم، مکان آن‌ها با هم برابر می‌شود و با برابر قرار دادن معادله‌ی حرکت این دو متحرک، لحظه‌ای که این دو متحرک به هم می‌رسند رو به دست میاریم. حالا اگر فاصله‌ی دو متحرک در لحظه‌ی خواسته شده بعد از لحظه‌ی رسیدن دو متحرک به هم بود، جابه‌جایی دو متحرک رو از لحظه‌ای که به هم رسیده‌اند تا لحظه‌ی خواسته شده رو به دست میاریم.

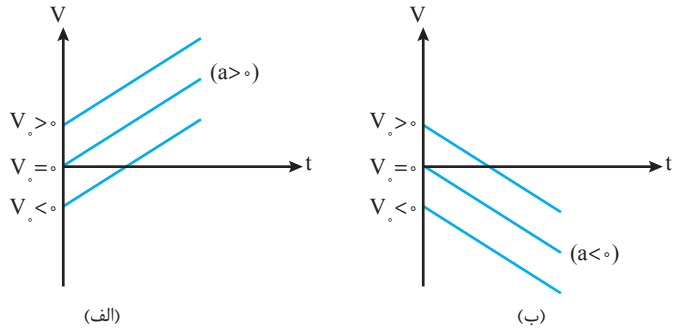
نکته: فرض کنید یک ماشین با سرعت $۵۰۰\frac{cm}{s}$ در حال حرکت است و شما داخل ماشین بطری را با سرعت $۲۰\frac{cm}{s}$ به سمت جلو پرتاب کنید، به نظرتون پس از یک ثانیه، بطری نسبت به زمین چند متر جابه‌جا می‌شود؟

از یک طرف ماشین ۵۰۰ سانتی‌متر به سمت جلو جابه‌جا شده است از طرف دیگر هم شما $۲۰\,cm$ بطری را به سمت جلو پرتاب کرده‌اید، پس در مجموع بطری $۵۲۰\,cm$ جابه‌جا شده است و به طور کلی می‌شه گفت سرعت بطری نسبت به زمین به صورت زیر است:

درسنامه ۱۴: نمودار سرعت زمان و مکان زمان در حرکت با شتاب ثابت بروی خط راست

نمودار سرعت- زمان در حرکت با شتاب ثابت

با توجه به معادله‌ی سرعت- زمان در حرکت بر روی خط راست با شتاب ثابت، می‌تونیم بگیم؛ سرعت، تابع درجه‌ی اول از زمان است. پس نمودار آن به صورت یک خط صاف می‌باشد که شیب آن برابر با a و عرض از مبداء آن هم برابر با V_0 می‌باشد. که اگر شتاب آن مثبت باشد $(a>0)$، شیب نمودار به صورت صعودی و اگر شتاب آن منفی باشد $(a<0)$، شیب نمودار به صورت نزولی خواهد بود. و اگر سرعت اولیه‌ی آن مثبت باشد $(V_0>0)$ شروع نمودار از بالای محور زمان و اگر سرعت اولیه‌ی آن منفی باشد $(V_0<0)$ شروع نمودار از پایین نمودار زمان خواهد بود که حالت‌های مختلف آن را در شکل زیر می‌بینید.



$$v = \overset{\text{شیب}}{\overset{\uparrow}{at}} + v_0 \longrightarrow \text{عرض از مبدأ}$$

نمودار مکان- زمان در حرکت با شتاب ثابت

در حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست، مکان، تابع درجه‌ی دوم از زمان می‌باشد. پس نمودار مکان- زمان آن به صورت سهمی است که جهت تقعر آن علامت شتاب (a) را نشان می‌دهد که اگر جهت تقعر رو به بالا باشد، $a>0$ و اگر جهت تقعر رو به پایین باشد، $a<0$ و اگر سرعت اولیه‌ی آن منفی باشد، شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌ی شروع به صورت نزولی و اگر سرعت اولیه‌ی آن مثبت باشد، شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌ی شروع به صورت صعودی خواهد بود. و اگر مکان اولیه‌ی آن مثبت باشد، لحظه‌ی شروع نمودار بالای محور زمان و اگر مکان اولیه‌ی آن منفی باشد، لحظه‌ی شروع نمودار پایین محور زمان خواهد بود که با توجه به شرایط‌های مختلف که می‌تونه باشه، نمودارهای مکان- زمان، سرعت- زمان و شتاب- زمان متحرک را در حالت‌هایی در جدول زیر رسم کردیم.

ویژگی / نمودار	$v_0=0, x_0>0$ $a>0$	$v_0>0, x_0>0$ $a>0$	$v_0<0, x_0>0$ $a>0$	$v_0=0, x_0>0$ $a<0$	$v_0>0, x_0>0$ $a<0$	$v_0<0, x_0>0$ $a<0$
مکان - زمان	(شیب =۰)	(شیب >۰)	(شیب <۰)	(شیب =۰)	(شیب >۰)	(شیب <۰)
سرعت - زمان						
شتاب - زمان	(الف)	(ب)	(پ)	(ت)	(ث)	(ج)

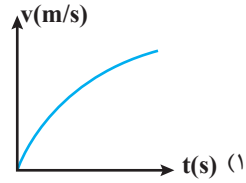
نکته: اگر $x_0<0$ باشد شروع نمودارهای مکان- زمان از پایین محور زمان خواهد بود.

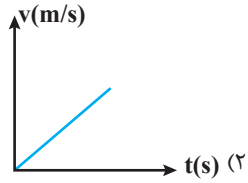
در نمودار مکان- زمان، قسمت‌های «پ» و «ث» حرکت متحرک از لحظه‌ی شروع تا لحظه‌ی t_s کندشونده است و از لحظه‌ی t_s به بعد تندشونده است و متحرک در لحظه‌ی t_s برای لحظه‌ای متوقف می‌شود که t_s رو می‌تونیم از رابطه‌ی زیر به دست بیاریم: $t_s = -\frac{V_0}{a}$

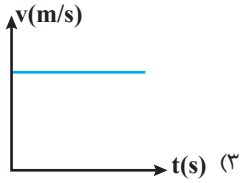
اما در قسمت‌های «الف»، «ب»، «ج» و «ت» نمودار مکان – زمان حرکت آن‌ها همواره تندشونده است و متحرک در هیچ لحظه‌ای متوقف نمی‌شود.

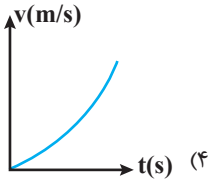
تست های دست گرمی

۲۸۴- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به راه می‌افتد. کدام‌یک از نمودارهای زیر، تغییرات سرعت متحرک را بر حسب زمان نشان می‌دهد؟

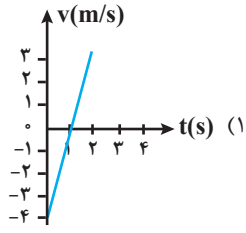
۱) 

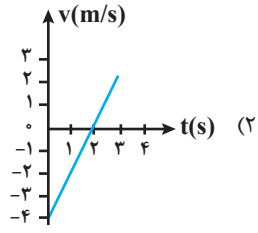
۲) 

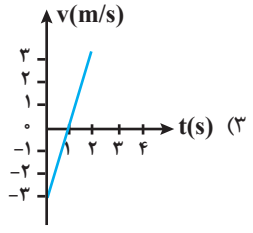
۳) 

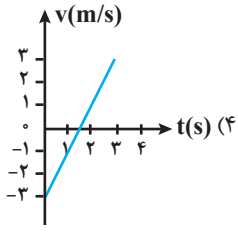
۴) 

۲۸۵- معادله‌ی مکان- زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^2 - 3t + 4$ می‌باشد. کدام‌یک از گزینه‌های زیر نمودار سرعت- زمان آن است؟

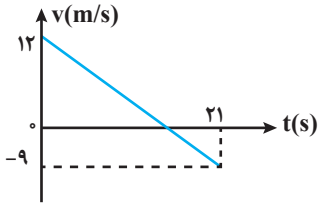
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۸۶- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در فاصله‌ی زمانی $t = 6s$ تا $t = 12s$ چند متر است؟



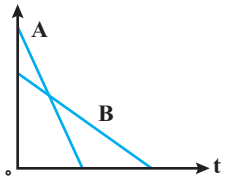
۱) ۱۲

۲) ۱۸

۳) ۲۲/۵

۴) ۳۲/۵

۲۸۷- شکل مقابل، نمودار سرعت- زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. سرعت متوسط کدام‌یک از متحرک‌ها از مبداء زمان تا لحظه‌ی توقف بزرگ‌تر است؟



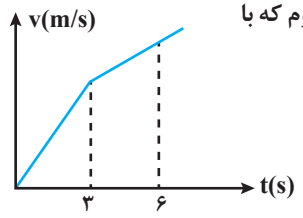
۱) A

۲) B

۳) اطلاعات مسئله کافی نیست.

۴) برابر است.

۲۸۸- شکل مقابل، نمودار سرعت – زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط متحرک در سه ثانیه‌ی اول حرکت که با شتاب a_1 حرکت می‌کند $15\frac{m}{s}$ و در سه ثانیه‌ی دوم که با شتاب a_2 حرکت می‌کند $40\frac{m}{s}$ باشد، $\frac{a_2}{a_1}$ کدام خواهد بود؟



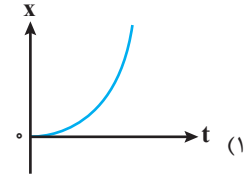
۱) $\frac{1}{3}$

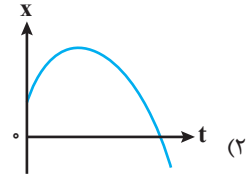
۲) $\frac{1}{2}$

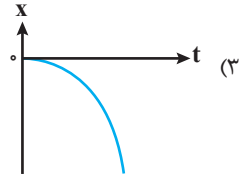
۳) $\frac{2}{3}$

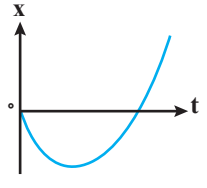
۴) $\frac{3}{2}$

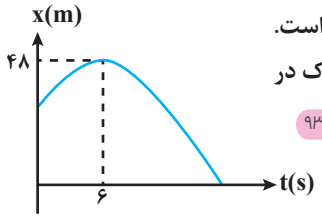
۲۸۹- متحرکی با شتاب ثابت $-6\frac{m}{s^2}$ در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده باشد، نمودار مکان- زمان جسم چگونه است؟

۱) 

۲) 

۳) 

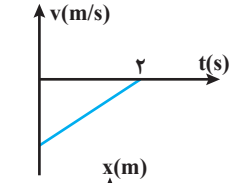
۴) 



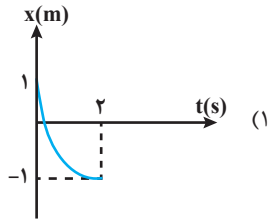
۲۹۰- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو، به صورت سهمی است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در بازه‌ی زمانی $t = ۳s$ تا $t = ۹s$ برابر ۱۲ متر باشد، جابه‌جایی متحرک در این بازه چند متر است؟

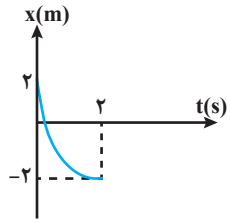
سراسری ریاضی - ۹۳

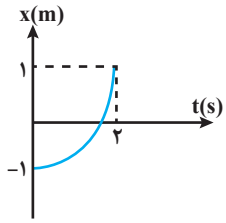
۱) صفر
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۱۲

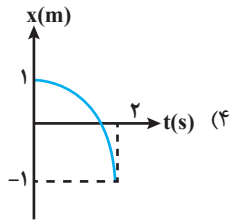


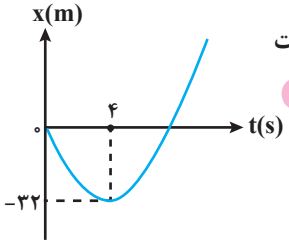
۲۹۱- نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به صورت شکل مقابل است. نمودار مکان- زمان آن چگونه است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


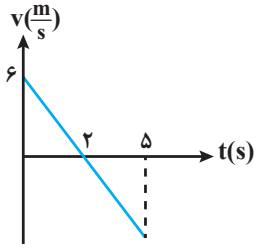


۲۹۲- شکل مقابل، نمودار مکان- زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۶s$ چند متر بر ثانیه است؟

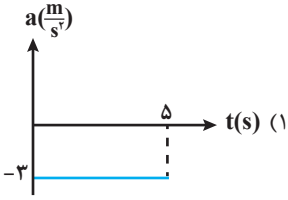
سراسری تجربی - ۸۸

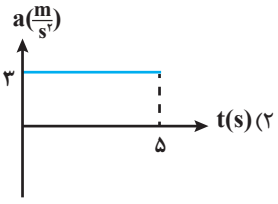
۱) ۴
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) ۱۶

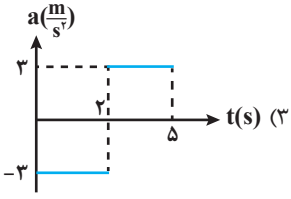
تست های چون‌دار

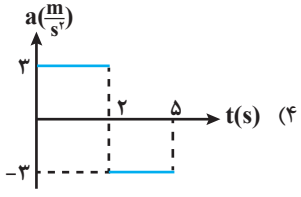


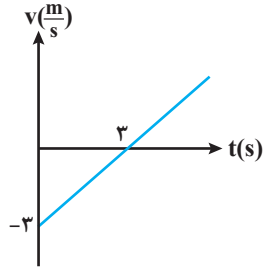
۲۹۳- نمودار سرعت- زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است. نمودار شتاب- زمان آن کدام است؟

۱)


۲)


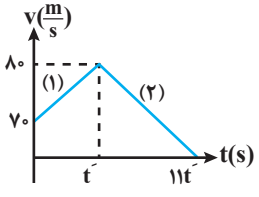
۳)


۴)




۲۹۴- اگر متحرکی بر مسیر مستقیم حرکت کرده و نمودار سرعت- زمان آن به شکل زیر باشد، معادله‌ی حرکت آن در SI، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

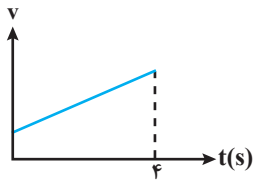
۱) $x = -۳t^۲ + ۳t$
۲) $x = -\frac{۱}{۲}t^۲ + ۳t$
۳) $x = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۳t$
۴) $x = ۳t^۲ - ۳t$



۲۹۵- با توجه به نمودار روبه‌رو، اگر اندازه‌ی شتاب در قسمت اول حرکت دو برابر اندازه‌ی شتاب در قسمت دوم حرکت باشد، $V_۰$ چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

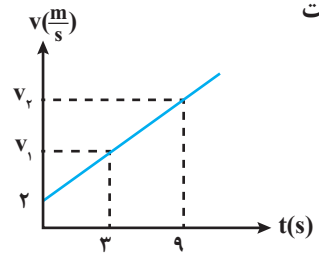
۱) ۶۴
۲) ۷۶
۳) ۱۶
۴) ۳۲

۲۹۶- نمودار سرعت- زمان متحرکی در مدت ۶ ثانیه رسم شده است. در چه لحظه‌ای، سرعت متحرک برابر با سرعت متوسط آن در مدت نشان داده شده در نمودار است؟



۱) در تمام لحظات
۲) در هیچ لحظه‌ای
۳) پایان ثانیه‌ی دوم
۴) پایان ثانیه‌ی سوم

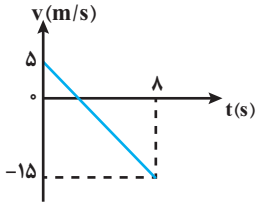
۲۹۷- شکل مقابل، نمودار سرعت- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که شتاب آن $۴\frac{m}{s^۲}$ است. سرعت متوسط آن بین دو لحظه‌ی $t_۱ = ۳s$ و $t_۲ = ۹s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۲
۲) ۳۶
۳) ۲۶
۴) ۲۲

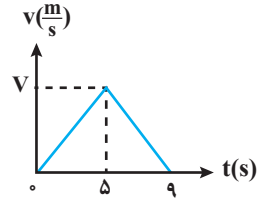
۲۹۸- شکل مقابل، نمودار سرعت- زمان یک متحرک در مسیر مستقیم است. سرعت متوسط متحرک در این ۸ ثانیه، برابر چند متر است؟

سراسری تجربی خارج -۸۴



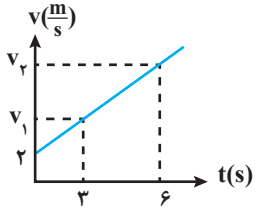
۱) -۵
۲) $-۷/۵$
۳) -۱۰
۴) $+۱۰$

۲۹۹- شکل مقابل، نمودار سرعت- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط آن در ۵ ثانیه‌ی اول حرکت برابر با $۸\frac{m}{s}$ باشد، اندازه‌ی شتاب آن در لحظه‌ی $t = ۷s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟



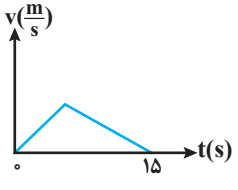
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) ۴

۳۰۰- شکل مقابل، نمودار سرعت- زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. اگر سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی ۳ تا ۶ ثانیه برابر $۲۰\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۳s$ چند متر بر ثانیه است؟



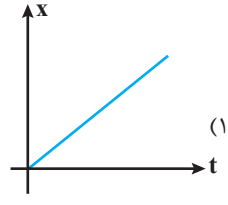
۱) ۱۴
۲) ۱۲
۳) ۱۰
۴) ۱۵

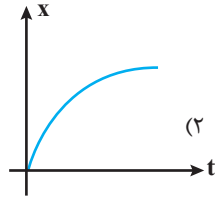
۳۰۱- شکل مقابل، نمودار سرعت- زمان متحرکی است که در مدت ۱۵ ثانیه، در مسیر مستقیم ۳۰۰ متر را طی کرده است. اگر اندازه‌ی شتاب در مرحله‌ی حرکت تندشونده دو برابر شتاب در مرحله‌ی کندشونده باشد، شتاب در مرحله‌ی تندشونده چند متر بر مجذور باشد؟

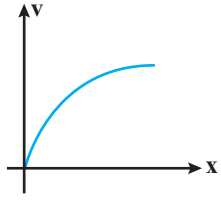


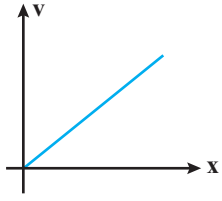
۱) ۸
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۱

۳۰۲- متحرکی در مسیر مستقیم با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه، از مبداء مکان به حرکت در می‌آید. اگر V, x و t به ترتیب مکان، سرعت و زمان باشد، کدام نمودار می‌تواند مربوط به آن متحرک باشد؟

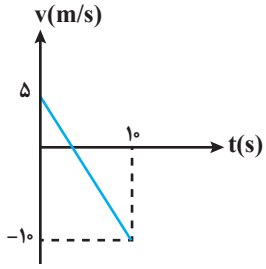
۱) 

۲) 

۳) 

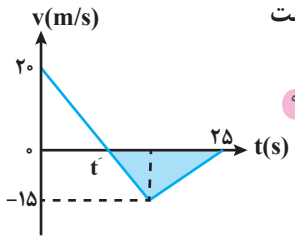
۴) 

۳۰۳- نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل رسم شده است. سرعت متوسط این متحرک در بازه‌ی زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟



۱) ۲
۲) -۲
۳) -۱
۴) ۱

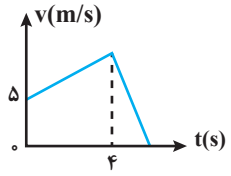
۳۰۴- نمودار سرعت- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی که حرکت متحرک خلاف جهت محور x است، چند متر بر ثانیه است؟



سراسری ریاضی - ۹۴

۱) صفر
۲) ۲/۵
۳) ۷/۵
۴) ۱۰

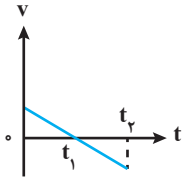
۳۰۵- نمودار سرعت- زمان متحرکی در شکل مقابل رسم شده است. اگر شتاب حرکت در قسمت اول و دوم حرکت به ترتیب $2/5\frac{m}{s^2}$ و $-7/5\frac{m}{s^2}$ باشد، جابه‌جایی متحرک چند متر است؟



سراسری تجربی - ۷۶

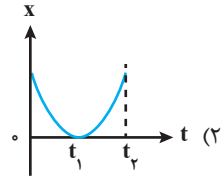
۱) ۴۵
۲) ۵۰
۳) ۵۵
۴) ۶۰

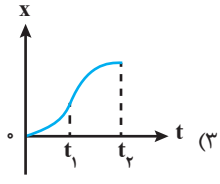
۳۰۶- با توجه به نمودار مقابل، کدام نمودار زیر در مورد این متحرک درست است؟ (V سرعت و x مکان این متحرک و $x_0 = 0$ است.)

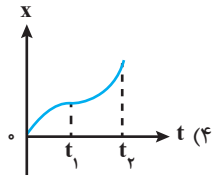


سراسری تجربی - ۷۷

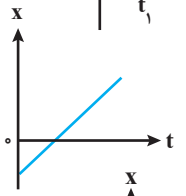
۱)

۲)


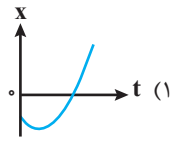
۳)


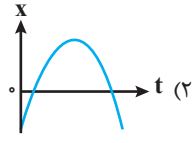
۴)


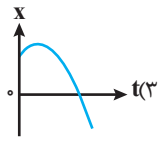
۳۰۷- نمودار سرعت- زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. نمودار مکان- زمان آن به کدام صورت می‌تواند باشد؟

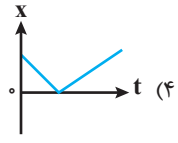


سراسری تجربی خارج -۸۵

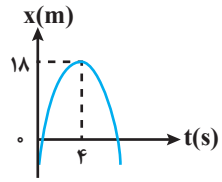
۱)


۲)


۳)


۴)


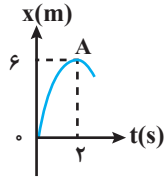
۳۰۸- نمودار مکان- زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل، به صورت یک سهمی است. چند ثانیه پس از لحظه‌ی $t = 0$ ، بزرگی سرعت متحرک، برابر بزرگی سرعت اولیه‌ی آن می‌شود؟



سراسری ریاضی خارج -۹۳

۱) ۶
۲) ۷
۳) ۸
۴) ۹

۳۰۹- شکل روبه‌رو که قسمتی از یک سهمی است، نمودار مکان- زمان یک متحرک را نشان می‌دهد. اگر نقطه‌ی A ماکزیمم نمودار باشد، معادله‌ی سرعت متحرک کدام است؟



سراسری ریاضی - ۷۶

۱) $V = 3 - 6t$
۲) $V = 6 + 3t$
۳) $V = 3 + 6t$
۴) $V = 6 - 3t$

$$\left.\begin{array}{l} AB = Vt_1 \rightarrow 30 = 5 \times t_1 \rightarrow t_1 = 6s \\ BC = Vt_2 \rightarrow 40 = 10 \times t_2 \rightarrow t_2 = 4s \end{array}\right\}$$
$$\rightarrow t_{AC} = t_1 + t_2 = 6 + 4 = 10s$$
$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{50}{10} = 5\frac{m}{s}$$

۳۹ (۱) برای به دست آوردن سرعت متوسط فقط ابتدا و انتهای مکان متحرک رو لازم داریم و می‌تونیم بنویسیم:

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16 - (0)}{4 - 0} = 4\frac{m}{s}$$

اما برای به دست آوردن تندی متوسط باید مسافت طی شده رو به دست بیاریم:

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2|}{\Delta t} = \frac{|-4 - 0| + |16 - (4)|}{4 - 0}$$
$$\rightarrow S_{av} = \frac{24}{4} = 6\frac{m}{s}$$

۴۰ (۲) جابه‌جایی طی شده در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت و ۲ ثانیه‌ی سوم حرکت با هم برابر و قرینه‌ی هم هستند. پس با توجه به رابطه‌ی سرعت متوسط می‌تونیم بنویسیم: $\Delta x_2 = -\Delta x_1$

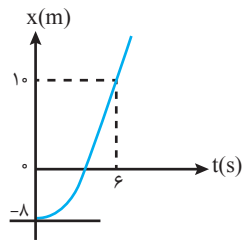
$$\frac{V_{av_1}}{V_{av_2}} = \frac{\frac{\Delta x_1}{\Delta t_1}}{\frac{\Delta x_2}{\Delta t_2}} = \frac{\frac{\Delta x_1}{4 - 0}}{\frac{-\Delta x_1}{6 - 4}} = -\frac{1}{2}$$

اما تندی متوسط آن برابر می‌شه با:

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2|}{\Delta t} = \frac{12 + 12}{6} = 4\frac{m}{s}$$

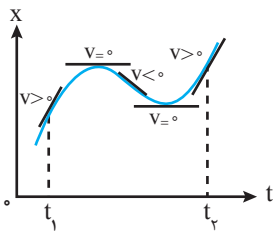
۴۱ (۳) صورت سؤال بازه‌ی زمانی رو خواسته که سرعت متوسط در آن برابر صفر شده باشد. پس باید با اتصال ابتدا و انتهای بازه‌ی زمانی در نمودار مکان- زمان، شیب خط برابر صفر شود، یعنی به صورت افقی باشد که تنها در گزینه‌ی ۳ همچین اتفاقی می‌افتد. یا می‌تونیم بگیم در یک بازه‌ی زمانی مشخص، سرعت متوسط زمانی برابر صفر می‌شه که جابه‌جایی متحرک برابر صفر بشه، یعنی متحرک برگرده به مکان اولیه‌ی خودش که در گزینه‌ی ۳ متحرک در ابتدای بازه‌ی زمانی (یعنی t_1) در مبداء مکان بوده و در انتهای بازه‌ی زمانی (یعنی t_3) هم در مبداء مکان قرار دارد و این یعنی جابه‌جایی آن برابر صفر بوده که سرعت متوسط آن هم برابر صفر می‌شود.

۴۲ (۱) برای به دست آوردن سرعت در هر لحظه از روی نمودار مکان- زمان کافیست شیب خط مماس را در آن لحظه رسم کنیم. همون‌طور که می‌بینید شیب خط مماس در لحظه‌ی شروع برابر صفر است پس سرعت هم در لحظه‌ی شروع برابر صفر خواهد بود.



۴۳ (۳) بچه‌ها! متحرک در هنگام تغییر جهت دادن، اول از همه باید سرعتش برابر صفر بشه و بعد هم علامت سرعت آن بعد از صفر شدن تغییر کند.

همان‌طور که می‌بینید متحرک در دو نقطه سرعتش برابر صفر است که در هر دو نقطه سرعت آن تغییر علامت داده است. پس متحرک دو بار تغییر جهت داده است.



۴۴ (۳) اول از همه شیب خط مماس در لحظه‌ی $t = 10s$ رو به دست میاریم که برابر سرعت در آن لحظه است.

$$\text{شیب خط مماس در لحظه‌ی } 10s = \text{سرعت در لحظه‌ی } 10s = \frac{16 - 0}{10 - 6} = 4\frac{m}{s}$$

طبق گفته‌ی صورت سؤال سرعت در لحظه‌ی $t = 10s$ برابر است با سرعت متوسط بین دو لحظه‌ی $t_1 = 5s$ و $t_2 = 12s$ که می‌تونیم بنویسیم:

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow V_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \rightarrow 4 = \frac{x_2 - 8}{12 - 5}$$
$$\rightarrow 28 = x_2 - 8 \rightarrow x_2 = 36m$$

۴۵ (۲) برای به دست آوردن سرعت لحظه‌ای از معادله‌ی حرکت نسبت به زمان مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت برحسب زمان به دست بیاد و با جای‌گذاری لحظه‌ی موردنظر سرعت در آن لحظه به دست میاد.

$$V = \frac{dx}{dt} = 2t - 1 \xrightarrow{t=3} V = 2(3) - 1 = 5\frac{m}{s}$$

حالا سرعت متوسط متحرک رو در بازه‌ی زمانی $t = 2 \times 3 - 2 = 4s$ تا $t = 2 \times 3 = 6s$ به دست میاریم.

$$\left.\begin{array}{l} t = 4s \rightarrow x = (4)^2 - (4) + 1 = 13m \\ t = 6s \rightarrow x = (6)^2 - (6) + 1 = 31m \end{array}\right\}$$
$$\Rightarrow V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{31 - 13}{6 - 4} = \frac{18}{2} = 9\frac{m}{s}$$

و نسبت خواسته شده برابر می‌شه با:

$$\frac{V}{V_{av}} = \frac{5}{9}$$

۴۶ (۴) از معادله‌ی حرکت آن‌ها مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت آن‌ها به دست بیاد:

$$V_1 = \frac{dx}{dt} = 2t - 2 \quad , \quad V_2 = \frac{dx}{dt} = 4t - 1$$

حالا معادله‌ی سرعت آن‌ها را برابر صفر قرار می‌دیم تا ببینیم در چه لحظه‌ای سرعت متحرک برابر صفر شده یا با تعیین علامت، لحظه‌هایی که در جهت محور x و در خلاف جهت x حرکت کرده‌اند رو به دست میاریم.

$$V_1 = 0 \rightarrow 2t - 2 = 0 \rightarrow t = 1s$$
$$V_2 = 0 \rightarrow 4t - 1 = 0 \rightarrow t = \frac{1}{4}s$$

t	۰	$\frac{1}{4}$	۱	۵
V_1	−	−	۰	+
V_2	−	۰	+	+

همون‌طور که می‌بینید هر دو متحرک از لحظه‌ی $t = 0$ تا $t = \frac{1}{4}$ در خلاف جهت محور x درحرکت‌اند و از لحظه‌ی $t = 1s$ تا $t = 5$ در جهت محور xها، پس در مجموع هر دو متحرک $(\frac{1}{4} - 0) + (5 - 1) = \frac{17}{4}s$ با هم در یک جهت حرکت می‌کنند.

۴۷ ۲ معادله‌ی سرعت متحرک رو به دست میاریم و مساوی صفر قرار میدیم و لحظه‌های به دست آمده رو تعیین علامت می‌کنیم تا ببینیم تغییر جهت داده است یا نه.

$$V=\frac{dx}{dt}=-۳t^۲+۱۲t-۹=۰\xrightarrow{\times\left(-\frac{۱}{۳}\right)}t^۲-۴t+۳=۰$$
$$\rightarrow(t-۱)(t-۳)=۰\rightarrow t=۱s\,,\,t=۳s$$

t	۰		۱		۵	∞
v		+	۰	-	۰	+

همون‌طور که می‌بینید متحرک در لحظه‌ی $t=۱s$ و $t=۳s$ سرعت متحرک برابر صفر شده و علامت قبل و بعد این دو لحظه هم تغییر کرده پس در این لحظه تغییر جهت داده است و فاصله‌ی بین دو تغییر جهت برابر است با: $t=۳-۱=۲s$

۴۸ ۱ جهت حرکت متحرک وقتی تغییر می‌کنه که اول از همه سرعت برابر صفر بشه و بعد علامت سرعت قبل و بعد از صفر شدن تغییر کنه. حالا اول از همه معادله‌ی سرعت رو به دست میاریم:

$$V=\frac{dx}{dt}=۴t-۱۲=۰\rightarrow t=۳s$$

t	۰		۳	∞
v	-	۰	+	

همون‌طور که می‌بینید علامت سرعت قبل و بعد از $t=۳s$ تغییر کرده پس در لحظه‌ی $t=۳s$ تغییر جهت داده است.

۴۹ ۲ اول از همه باید ببینیم که در بازه‌ی زمانی $t=۰$ تا $t=۳s$ متحرک تغییر جهت داده یا نه.

$$V=\frac{dx}{dt}=-۲t+۴=۰\rightarrow t=۲s$$

t	۰		۲	∞
v	+	۰	-	

با توجه به اینکه متحرک در لحظه‌ی $t=۲s$ تغییر جهت داده یک‌بار جابه‌جایی متحرک رو در بازه‌ی زمانی $t=۰$ تا $t=۲s$ به دست میاریم و یک‌بار هم جابه‌جایی آن را در بازه‌ی زمانی $t=۲s$ تا $t=۳s$ و سپس اندازه‌ی این جابه‌جایی را با هم جمع می‌کنیم تا مسافت طی شده به دست بیاد.

$$t=۰\rightarrow x_۱=-(۰)^۲+۴(۰)+۳=۳m$$

$$\begin{cases}t=۲s\rightarrow x_۲=-(۲)^۲+۴(۲)+۳=۷m\\ t=۳s\rightarrow x_۳=-(۳)^۲+۴(۳)+۳=۶m\end{cases}$$
$$\Rightarrow\begin{cases}\Delta x_{۱۲}=x_۲-x_۱=۷-۳=۴m\\ \Delta x_{۲۳}=x_۳-x_۲=۶-۷=-۱\end{cases}$$
$$\Rightarrow L=|\Delta x_۱|+|\Delta x_۲|=۴+۱=۵m$$

۵۰ ۴ برای به دست آوردن تندی متوسط، باید مسافت طی شده رو به دست بیاریم که اول از همه باید ببینیم که در ۶ ثانیه‌ی اول حرکت، متحرک تغییر جهت داشته یا نه.

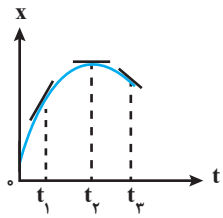
$$v=\frac{dx}{dt}=-۲t+۸=۰\rightarrow t=۴s$$

t	۰		۴	∞
v	+	۰	-	

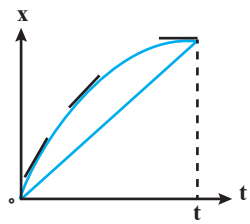
همون‌طور که می‌بینید متحرک در لحظه‌ی $t=۴s$ تغییر جهت داده پس مسافت طی شده توسط متحرک در ۶ ثانیه‌ی اول حرکت برابر می‌شه با مجموع اندازه‌ی جابه‌جایی در بازه‌های زمانی $t=۰$ تا $t=۴s$ و $t=۴s$ تا $t=۶s$.

$$t=۰\rightarrow x_۱=-(۰)^۲+۸(۰)-۱=-۱m$$
$$t=۴\rightarrow x_۲=-(۴)^۲+۸(۴)-۱=۱۵m$$
$$t=۶\rightarrow x_۳=-(۶)^۲+۸(۶)-۱=۱۱m$$
$$L=|\Delta x_{۱۲}|+\Delta x_{۲۳}|=|۱۵-(-۱)|+|۱۱-۱۵|=۲۰$$
$$S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{۲۰}{۶}=\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s}$$

۵۱ ۱ سرعت در هر یک از لحظه‌های نشان داده شده برابر است با شیب خط مماس بر نمودار در آن لحظه. همون‌طور که می‌بینید شیب خط در لحظه‌ی $t_۱$ از همه بیش‌تر است پس سرعت در لحظه‌ی $t_۱$ از همه بیش‌تر خواهد بود.



۵۲ ۳ سرعت متوسط در یک بازه‌ی زمانی برابر است با خطی که نقاط ابتدا و انتهای بازه‌ی زمانی را در نمودار مکان- زمان به هم وصل می‌کند و سرعت لحظه‌ای برابر است با شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در آن لحظه.



همونطور که در شکل می‌بینید سرعت لحظه‌ای در ابتدا بیش‌تر از سرعت متوسط بوده و سپس کم‌تر می‌شود.

۵۳ ۳ برای به دست آوردن سرعت لحظه‌ای در لحظه‌ی $t=۱۲s$ شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان را در آن لحظه به دست میاریم که می‌شه:

$$t=۱۲s\text{ سرعت در لحظه‌ی }=\frac{۱۸-۰}{۱۲-۹}=۶\frac{m}{s}$$

و سرعت متوسط در کل ۱۲ ثانیه برابر می‌شه با:

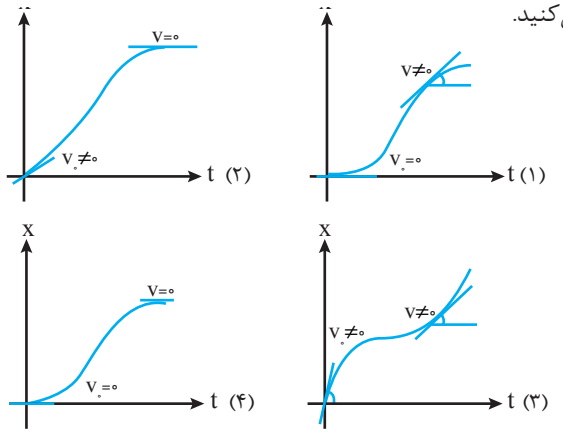
$$V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۸-(-۶)}{۱۲-۰}=\frac{۲۴}{۱۲}=۲\frac{m}{s}$$

و نسبت خواسته شده برابر هست با:

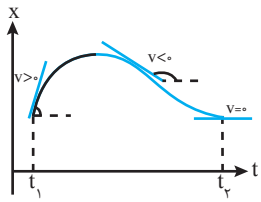
$$\frac{V}{V_{av}}=\frac{۶}{۲}=۳$$

۵۴ ۴ بچه‌ها! سرعت اتومبیل در لحظه‌ی شروع و انتها برابر صفر است. پس شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌ی شروع و انتها باید صفر باشد که فقط در گزینه‌ی ۴ صفر است. شیب خط مماس بر نمودار

مکان- زمان را در دو لحظه‌ی شروع و پایین را در شکل مقابل مشاهده می‌کنید.

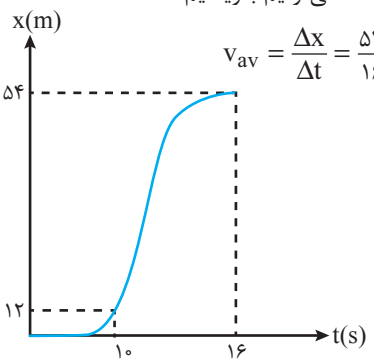


۵۵ ۲ شرط تغییر جهت این بود که سرعت متحرک صفر بشه و بعد علامت سرعت تغییر کند. در نموداری که ما داریم سرعت در دو لحظه برابر صفر شده که در یکی از آن لحظه‌ها، علامت سرعت بعد از صفر شدن تغییر کرده ولی در نقطه‌ی دومی در بازه‌ی زمانی که ما داریم فقط صفر شده. پس در بازه‌ی زمانی داده شده، متحرک یک‌بار تغییر جهت داده است.



۵۶ ۳ همونطور که مشاهده می‌کنید، شیب نمودار در بازه‌ی زمانی $t=۱۰s$ تا $t=۱۶s$ ثابت و بیشینه می‌باشد که در این بازه‌ی زمانی سرعت در هر لحظه با سرعت متوسط آن برابر است و با توجه به اعدادِ روی نمودار متوجه می‌شویم که هر خانه‌ی محور افقی ۲s و هر خانه‌ی محور قائم $۶\frac{m}{s}$ است که می‌تونیم بنویسیم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۵۴-۱۲}{۱۶-۱۰}=\frac{۴۲}{۶}\rightarrow v=۷\frac{m}{s}$$



۵۷ ۴ بچه‌ها! می‌تونیم از تک‌تک گزینه‌ها نسبت به زمان مشتق بگیریم یا اینکه می‌تونیم بگیم با مشتق گرفتن، مرتبه‌ی معادله یک درجه کم‌تر می‌شه و چون معادله‌ی سرعت از مرتبه‌ی ۲ است، پس باید معادله‌ی حرکت از مرتبه‌ی ۳ باشه تا بعد از مشتق گرفتن، مرتبه‌ی آن ۲ شود که تنها گزینه‌ی ۴ از مرتبه‌ی ۳ است.

۵۸ ۲ اول از همه معادله‌ی حرکت رو برابر صفر قرار می‌دیم تا لحظه‌ای که متحرک برای اولین‌بار از مبداء مکان عبور می‌کند رو به دست بیاریم:

$$x=۰\rightarrow t^۲-۵t+۴=۰\rightarrow t=۱s, t=۴s$$

حالا از معادله‌ی حرکت نسبت به زمان مشتق می‌گیریم و $t=۱s$ رو در آن جای‌گذاری می‌کنیم تا سرعت متحرک در لحظه‌ای که برای اولین‌بار از مبداء مکان عبور می‌کند به دست بیاد:

$$V=\frac{dx}{dt}=۲t-۵\xrightarrow{t=۱s}V=۲(۱)-۵=-۳\frac{m}{s}$$

۵۹ ۳ کافیه از معادله‌ی حرکت آن‌ها نسبت به زمان مشتق بگیریم تا معادله‌ی سرعت آن‌ها به دست بیاد و سپس معادله‌ی سرعت‌ها را با هم برابر قرار دهیم.

$$V_۱=\frac{dx}{dt}=۳t^۲-t+۱\quad,\quad V_۲=\frac{dx}{dt}=۲t^۲+۲t-۱$$

$$V_۱=V_۱\rightarrow ۳t^۲-t+۱=۲t^۲+۲t-۱\rightarrow t^۲-۳t+۲=۰$$

$$\rightarrow t=۱s\,,\,t=۲s$$

۶۰ ۱ بچه‌ها! علامت سرعت نشان‌دهنده‌ی جهت حرکت متحرک است، پس ابتدا از معادله‌ی حرکت مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت به دست بیاد و اونو برابر صفر قرار می‌دیم و بعد از تعیین علامت کردن، مشخص می‌شه که در کدام بازه‌ی زمانی در خلاف جهت محور x حرکت کرده و در کدام بازه‌ی زمانی در جهت محور x.

$$V=\frac{dx}{dt}=۴t+۳\xrightarrow{t\geq ۰}V>۰$$

همون‌طور که می‌بینید V همواره مثبت خواهد بود پس همواره در جهت محور xها حرکت می‌کند.

۶۱ ۲ از معادله‌ی حرکت مشتق می‌گیریم تا معادله‌ی سرعت به دست بیاد که می‌شه:

$$V=\frac{dx}{dt}=۶t-۲$$

حالا معادله‌ی سرعت رو برابر صفر قرار می‌دیم تا لحظه‌ای که متحرک برابر صفر شده رو به دست بیاریم و سپس با تعیین علامت متوجه می‌شیم که چند ثانیه در خلاف جهت محور xها حرکت کرده است.

$$V=۰\rightarrow ۶t-۲=۰\rightarrow t=\frac{۱}{۳}s$$

پس متحرک به مدت $\frac{۱}{۳}s$ در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

۶۲ ۳ فقط کافیه زمان‌هایی که متحرک توقف کرده $(V=۰)$ و از مبداء عبور کرده $(x=۰)$ رو به دست بیاریم.

$$v=\frac{dx}{dt}=۴t-۳=۰\rightarrow t=\frac{۳}{۴}s$$

$$x=۲t^۲-۳t-۲=۰\rightarrow t=-\frac{۱}{۳}s\quad,\quad t=۲s$$

همونطور که مشاهده می‌کنید متحرک در لحظه‌ی $t=\frac{۳}{۴}s$ توقف کرده و در لحظه‌ی $t=۲s$ از مبداء مکان عبور کرده پس متحرک بعد از مدت زمان $t=۲-\frac{۳}{۴}=\frac{۵}{۴}s$ پس از متوقف شدن از مبداء مکان عبور کرده است.

۶۳ ۳ متحرک، زمانی تغییر جهت می‌ده که ابتدا سرعتش برابر صفر بشه و بعد از آن لحظه علامت سرعت تغییر کنه. حالا اول از همه لحظه‌ای که سرعت متحرک برابر صفر می‌شه رو به دست میاریم و بعد تعیین علامت می‌کنیم.

$$V=\frac{dx}{dt}=t^{۲}-۲t-۳=۰ \rightarrow t=-۱s\times \ , t=۳s$$

همونطور که می‌بینید متحرک در لحظه‌ی $t=۳s$ تغییر جهت داده است.

۶۴ **۳** حواستون باشه که گفته بزرگی سرعت، نه مقدار سرعت، پس بزرگی سرعت زمانی که کمینه است برابر با صفر خواهد بود $(|V|=۰)$ و می‌تونیم بنویسیم:

$$V=۰ \rightarrow t^{۲}-۴t-۵=۰ \rightarrow t=-۱s\times , t=۵s$$

۶۵ **۳** اول از همه معادله‌ی سرعت متحرک رو به دست میاریم که می‌شه:

$$V=\frac{dx}{dt}=۲t^{۲}-۱۲t+۲۰=۲(t^{۲}-۶t+۱۰) \rightarrow V=\left[(t-۳)^{۲}+۱\right]$$

بچه‌ها! کم‌ترین مقداری که عبارت $\left[(t-۳)^{۲}+۱\right]$ ۲ خواهد داشت زمانی است که عبارت $(t-۳)^{۲}$ برابر صفر شود که در این صورت $t=۳s$ خواهد بود. که در این لحظه مقدار سرعت برابر می‌شه با:

$$t=۳s \rightarrow =۲[\underbrace{(۳-۳)^{۲}}_{۰}+۱]=۲\frac{m}{s}$$

۶۶ **۲** متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که سرعتش برابر صفر بشه و سپس علامتش تغییر کنه.

$$V=\frac{dx}{dt}=-۲t+۸=۰ \rightarrow t=۴s$$

پس متحرک در لحظه‌ی $t=۴s$ تغییر جهت داده است. حالا مکان متحرک رو در لحظه‌ی شروع و لحظه‌ی $t=۴s$ به دست میاریم.

t	۰	۴	∞
v	+	۰	−

$$t=۰ \rightarrow x=-(۰)^{۲}+۸(۰)=۰$$

$$t=۴s \rightarrow x=-(۴)^{۲}+۸(۴)=-۱۶+۳۲=۱۶m$$

پس متحرک پس از $۱۶m$ تغییر جهت می‌دهد.

۶۷ **۳** متحرک زمانی که توقف کرده است سرعت آن برابر صفر می‌شود که اول از همه این لحظه رو به دست میاریم که می‌شه:

$$V=\frac{dx}{dt}=t-۴=۰ \rightarrow t=۴s$$

حالا لحظه‌ای که متحرک از مبداء مکان عبور می‌کند رو به دست میاریم:

$$x=۰ \rightarrow \frac{t^{۲}}{۲}-۴t-\frac{۹}{۲}=۰ \rightarrow t=-۱s\times , t=۹s$$

پس متحرک $t=۹-۵=۴s$ پس از لحظه‌ای که توقف کرده از مبداء مکان عبور کرده است.

۶۸ **۳** باید ببینیم متحرک در بازه‌ی زمانی $t=۳s$ تا $t=۶s$ تغییر جهت داده یا نه.

$$V=\frac{dx}{dt}=۲t-۸=۰ \rightarrow t=۴s$$

متحرک در لحظه‌ی $t=۴s$ تغییر جهت داده پس مسافت طی شده توسط متحرک برابر می‌شه با:

t	۰	۴	∞
v	−	۰	+

$$t=۳s \rightarrow x_{۱}=(۳)^{۲}-۸(۳)+۷=-۸m$$

$$t=۴s \rightarrow x_{۲}=(۴)^{۲}-۸(۴)+۷=-۹m$$

$$t=۶s \rightarrow x_{۳}=(۶)^{۲}-۸(۶)+۷=-۵m$$

$$L=|\Delta x_{۱۲}|+|\Delta x_{۲۳}|=|-۹-(-۸)|+|-۵-(-۹)|=۵m$$

و تندی متوسط آن در بازه‌ی زمانی خواسته شده برابر می‌شه با:

$$S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{۵}{۶-۳}=\frac{۵}{۳}\frac{m}{s}$$

۶۹ **۴** اول از همه باید ببینیم که متحرک در این بازه‌ی زمانی تغییر جهت داده یا نه.

$$V=\frac{dx}{dt}=-۴t+۱۲=۰ \rightarrow t=۳s$$

پس متحرک در لحظه‌ی $t=۳s$ تغییر جهت داده و مسافت طی شده توسط متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $t=۵s$ برابر می‌شه با:

t	۰	۳	∞
v	+	۰	−

$$t=۰ \rightarrow x_{۱}=-۲(۰)^{۲}+۱۲(۰)-۴۰=۴۰m$$

$$t=۳s \rightarrow x_{۲}=-۲(۳)^{۲}+۱۲(۳)-۴۰=-۲۲m$$

$$t=۵s \rightarrow x_{۳}=-۲(۵)^{۲}+۱۲(۵)-۴۰=-۳۰m$$

$$L=|\Delta x_{۱۲}|+|\Delta x_{۲۳}|=|-۲۲-(-۴۰)|+|-۳۰-(-۲۲)|$$
$$\rightarrow L=۲۶m$$

۷۰ **۱** دو ثانیه‌ی دوم حرکت یعنی بازه‌ی زمانی $t=۲\times ۲-۲=۲s$ تا $t=۲\times ۲=۴s$، حالا اول از همه باید ببینیم متحرک در این بازه‌ی زمانی تغییر جهت داده یا نه.

$$V=\frac{dx}{dt}=۲t-۶=۰ \rightarrow t=۳s$$

متحرک در لحظه‌ی $t=۳s$ تغییر جهت داده و مسافت طی شده در بازه‌ی زمانی $t=۲s$ تا $t=۴s$ برابر می‌شه با:

t	۰	۳	∞
v	−	۰	+

$$t=۲s \rightarrow x_{۱}=(۲)^{۲}-۶(۲)+۱=-۷m$$

$$t=۳s \rightarrow x_{۲}=(۳)^{۲}-۶(۳)+۱=-۸m$$

$$t=۴s \rightarrow x_{۳}=(۴)^{۲}-۶(۴)+۱=-۷m$$

$$L=|\Delta x_{۱}|+|\Delta x_{۲}|=|-۸-(-۷)|+|-۷-(-۸)| \rightarrow L=۲m$$

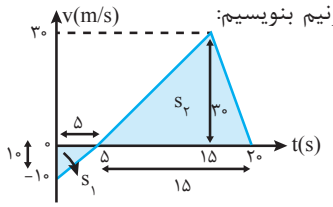
$$S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{۲}{۴-۲}=۱\frac{m}{s}$$

۷۱ **۴** متحرک زمانی تغییر جهت می‌دهد که ابتدا سرعتش برابر صفر شود و سپس تغییر علامت دهد که در لحظه‌های $t_{۱}$ و $t_{۳}$ سرعت متحرک برابر صفر شده و سپس علامت سرعت تغییر کرده است.

حواستون باشه: نمودار سرعت- زمان رو با نمودار مکان- زمان اشتباه نگیرید و نرید دنبال شیب خط مماس!

۷۲ **۳** سرعت متوسط از رابطه‌ی $V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست میاد و مساحت سطح زیر نمودار سرعت- زمان با محور زمان برابر است

با جابه‌جایی متحرک. پس می‌تونیم بنویسیم:



$$S_۱ = \frac{-۱۰ \times ۵}{۲} = -۲۵ \quad , S_۲ = \frac{(۲۰-۵) \times ۳۰}{۲} = ۲۲۵m$$

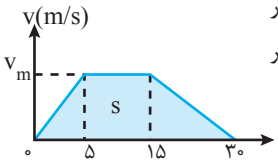
$$\Delta x = S_۱ + S_۲ = -۲۵ + ۲۲۵ = ۲۰۰\ m$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۰۰}{۲۰} = ۱۰ \frac{m}{s}$$

۷۳ **۲** همونطور که می‌دونید مساحت سطح زیر نمودار سرعت- زمان با محور زمان برابر است با جابه‌جایی متحرک، پس می‌تونیم بنویسیم:

$$S_A > S_B \rightarrow \Delta x_A > \Delta x_B \rightarrow \frac{\Delta x_A}{\Delta t} > \frac{\Delta x_B}{\Delta t} \rightarrow V_{avA} > V_{avB}$$

۷۴ **۴** با توجه به نمودار بیش‌ترین سرعتی که متحرک داره برابر است با V_m و می‌تونیم بنویسیم:

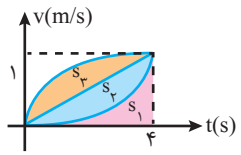


$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow ۱۲ = \frac{\Delta x}{۳۰} \rightarrow \Delta x = ۳۶۰m$$

$$\Delta x = s \rightarrow ۳۶۰ = \left[\frac{۳۰ + (۱۵-۵)}{۲}\right] \times V_m$$

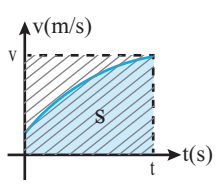
$$\rightarrow ۲۰V_m = ۳۶۰ \rightarrow V_m = ۱۸ \frac{m}{s}$$

۷۵ **۳** بچه‌ها! نمودار گزینه‌های ۱ و ۲ و ۳ رو با هم در یک نمودار رسم می‌کنیم.



مساحت سطح زیر نمودار سرعت – زمان با محور زمان در گزینه‌ی ۲ برابر با $S_۱$ ، در گزینه‌ی ۱ برابر $S_۱ + S_۲$ و در گزینه‌ی ۳ برابر با $S_۱ + S_۲ + S_۳$ هستش و چون مساحت سطح زیر نمودار سرعت- زمان با محور زمان برابر با جابه‌جایی هستش پس جابه‌جایی متحرک در گزینه‌ی ۳ از همه بیش‌تر است، پس سرعت متوسط آن هم از همه بیش‌تر خواهد بود. و اما در مورد گزینه‌ی ۴، اینکه مساحت سطح زیر نمودار در این گزینه برابر است با مساحت سطح زیر نمودار در گزینه‌ی ۱.

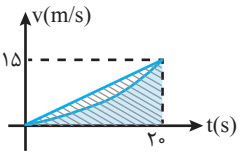
۷۶ **۲** همون‌طور که در شکل مشاهده می‌کنید مساحت زیر نمودار $V-t$ متحرک از مساحت قسمت هاشور خورده کوچک‌تر است. پس می‌تونیم بنویسیم:



$$S < vt \rightarrow \Delta x < vt \xrightarrow[\Delta x = t]{V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta x = V_{av}\Delta t} V_{av} t < vt$$

$$\rightarrow V_{av} < V$$

۷۷ **۴** مساحت سطح زیر نمودار $V-t$ متحرک را با S و مساحت قسمت هاشورخورده را با S' نشان می‌دهیم.



$$S' > S \xrightarrow{S=\Delta x} \Delta x < S' = ۱۵۰m$$

و با توجه به رابطه‌ی $V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ می‌تونیم بنویسیم:

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{۲۰} \xrightarrow{\Delta x < ۱۵۰} V_{av} < \frac{۱۵۰}{۲۰} = ۷/۵ \frac{m}{s}$$

۷۸ **۳** همون‌طور که می‌بینید سرعت دو متحرک در لحظه‌ی $t = ۱۰s$ با هم برابر است. حالا کافیه جابه‌جایی دو متحرک A و B را از لحظه‌ی $t = ۰$ تا $t = ۱۰s$ به دست بیاریم و سپس فاصله‌ی این دو متحرک رو نسبت به هم در لحظه‌ی $t = ۱۰s$ به دست بیاریم. که جابه‌جایی متحرک A برابر می‌شه با:

$$\Delta x_A = \frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۱۸ = ۹۰m \rightarrow x_{۲A} - x_{۱A} = ۹۰$$

$$\rightarrow x_{۲A} - ۲ = ۹۰ \rightarrow x_{۲A} = ۹۲m$$

برای به دست آوردن لحظه‌ای که سرعت متحرک برابر صفر شده می‌تونیم از تشابه مثلث‌ها استفاده کنیم یا اینکه بگیم متحرک در مدت ۱۰s، سرعتش از $-۲\frac{m}{s}$ به $۱۸\frac{m}{s}$ رسیده یعنی $۲۰\frac{m}{s}$ افزایش پیدا کرده، پس با توجه به اینکه شیب خط آن ثابت است در هر ثانیه سرعت آن $۲\frac{m}{s}$ تغییر می‌کند پس متحرک در مدت ۱s سرعتش از $-۲\frac{m}{s}$ به صفر می‌رسد و جابه‌جایی متحرک B برابر می‌شه با:

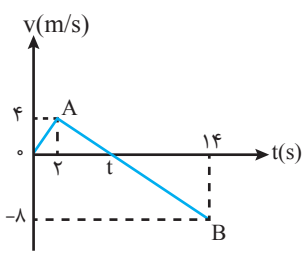
$$\Delta x = \frac{۱}{۲} \times (-۲) \times ۱ + \frac{۱}{۲} \times ۱۸ \times ۹ = -۱ + ۸۱ = ۸۰$$

$$\rightarrow x_{۲B} - x_{۱B} = ۸۰ \rightarrow x_{۲B} - ۰ = ۸۰ \rightarrow x_{۲B} = ۸۰m$$

حالا اختلاف فاصله‌ی دو متحرک در این لحظه برابر می‌شه با:

$$x_{۲A} - x_{۲B} = ۹۲ - ۸۰ = ۱۲m$$

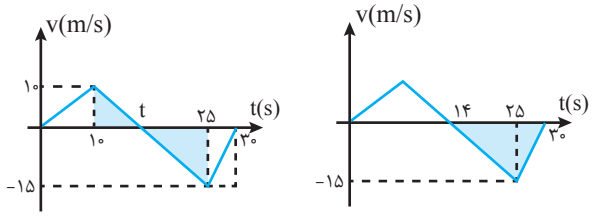
۷۹ **۳** در لحظه‌هایی که سرعت متحرک منفی است در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. حالا برای پیدا کردن لحظه‌ای که سرعت متحرک برابر صفر شده است می‌گیم متحرک در لحظه‌ی $t = ۲s$ سرعتش $۴\frac{m}{s}$ است و در لحظه‌ی $t = ۱۴s$، سرعتش برابر $-۸\frac{m}{s}$ است و این یعنی در مدت ۱۲s، سرعتش $۱۲\frac{m}{s}$ کاهش پیدا کرده و چون شیب خط آن ثابت است می‌تونیم بگیم سرعت آن از لحظه‌ی $t = ۲s$ تا $t = ۱۴s$ در هر ثانیه $۱\frac{m}{s}$ کاهش پیدا کرده است و این یعنی ۴ ثانیه بعد از لحظه‌ی $t = ۲s$



سرعت آن $۴\frac{m}{s}$ کاهش پیدا کرده و برابر صفر شده و t برابر می‌شه با $t = ۲ + ۴ = ۶s$ و در مجموع متحرک $t = ۱۴ - ۶ = ۸s$ در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

فصل ۱: حرکت روی خط راست

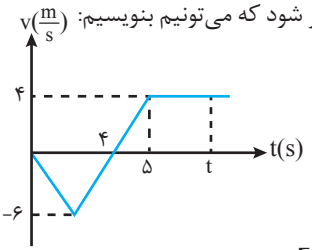
۸۰ (۲) در لحظه‌هایی که سرعت متحرک منفی است در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. همون‌طور که در شکل مشاهده می‌کنید سرعت متحرک در لحظه‌ی $t=10s$، $10\frac{m}{s}$ و در لحظه‌ی $t=25s$ $-15\frac{m}{s}$ است و این یعنی در مدت $t=25-10=15s$ سرعت آن $-25-10=-15\frac{m}{s}$ کاهش پیدا کرده است و چون شیب خط آن ثابت است می‌تونیم بگیم در هر ثانیه سرعت آن $2/5\frac{m}{s}$ در این بازه‌ی زمانی کاهش پیدا کرده است و برای اینکه سرعت متحرک بعد از لحظه‌ی $t=10s$ به صفر برسه (یعنی $10\frac{m}{s}$ کاهش پیدا کنه) مدت زمان $\frac{10}{2/5}=4s$ لازم است. پس t برابر هست با $t=10+4=14s$ و می‌تونیم بنویسیم:



$$\Delta x = s = \frac{1}{2}\times 16\times(-15) = -120\,m$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-120}{30-14} = -7/5\frac{m}{s} \rightarrow |V_{av}| = 7/5\frac{m}{s}$$

۸۱ (۴) متحرک در لحظه‌ی شروع در مبداء مکان قرار دارد و تا لحظه‌ی $t=4s$ سرعت آن منفی است و در جهت خلاف محور x جابه‌جا می‌شود که بردار سرعت و مکان آن هم‌جهت هستند و در لحظه‌ی $t=4s$ سرعت آن صفر می‌شود و از لحظه‌ی $t=4s$ به بعد سرعت آن مثبت می‌شود و در جهت محور x جابه‌جا می‌شود از لحظه‌ی $t=4s$ تا لحظه‌ای که متحرک مجددا به مبداء مکان برگردد بردار مکان با بردار سرعت در خلاف جهت هم هستند و بعد از عبور از مبداء مکان متحرک در قسمت مثبت محور xها قرار می‌گیرد و مجدداً بردار سرعت و مکان هم‌جهت می‌شوند. پس ما باید لحظه‌ای رو که متحرک مجددا به مبداء مکان می‌رسد رو به دست بیاریم. به عبارت دیگه باید جابه‌جایی متحرک از لحظه‌ی شروع تا آن لحظه برابر صفر شود که می‌تونیم بنویسیم:



$$\Delta x = s = 0 \rightarrow \frac{1}{2}\times 4\times(-6) + \left[\frac{(t-4)+(t-5)}{2}\times 4\right] = 0$$

$$\rightarrow -12+4t-18=0 \rightarrow 4t=40 \rightarrow t=10s$$

حواستون باشه که لحظه‌های $t=4s$ و $t=10s$ نمی‌تونن جزو بازه‌ی زمانی باشن چون در لحظه‌ی $t=4s$ سرعت برابر صفر است و دارای جهت نیست و در لحظه‌ی $t=10s$ هم متحرک در مبداء مکان قرار دارد و دارای جهت نیست.

۸۲ (۱)

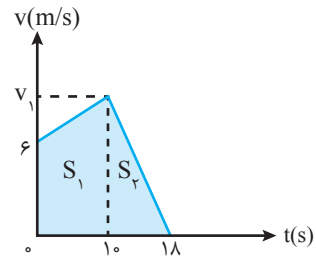
$$\Delta x = s = \frac{1}{2}\times 3\times(-8) + \left[\frac{5+2}{2}\times 8\right] = -12+28 = 16m$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16}{8} = 2\frac{m}{s}$$

حالا اگه بخوایم مسافت طی شده رو به دست بیاریم کافیه اندازه‌ی مسافت‌ها رو با هم جمع کنیم که می‌شه:

$$d = |-12| + |28| = 40m$$

۸۳ (۲)



$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \frac{20}{3} = \frac{\Delta x}{18} \rightarrow \Delta x = 120\,m$$

$$\Delta x = S_2 + S_2 = \left(\frac{V_1+6}{2}\right)\times 10 + \frac{1}{2}\times 8\times V_1$$

$$\rightarrow \Delta x = 5V_1 + 30 + 4V_1$$

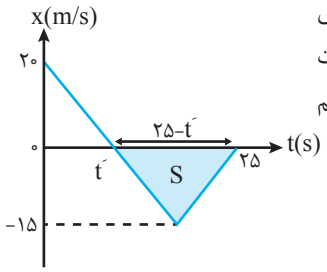
$$\Delta x = 120m \rightarrow 9V_1 + 30 = 120 \rightarrow 9V_1 = 90 \rightarrow V_1 = 10\frac{m}{s}$$

۸۴ (۳) اگر متحرک بعد از ۱۵ ثانیه حرکت به مکان شروع حرکت باز گردد، جابه‌جایی آن برابر صفر می‌شود، پس می‌تونیم بنویسیم:

$$\Delta x = s = 0 \rightarrow \left(\frac{4+6}{2}\right)\times V_0 + \frac{1}{2}\times 9\times(-8) = 0$$

$$\rightarrow 5V_0 = 36 \rightarrow V_0 = 7/2\frac{m}{s}$$

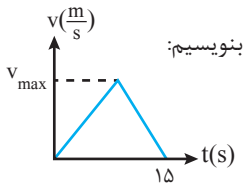
۸۵ (۳) سرعت متحرک از لحظه‌ی t' تا $t=25$ علامتش منفی است. یعنی در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و می‌تونیم بنویسیم:



$$\Delta x = s = \frac{1}{2}\times(25-t')\times(-15)$$

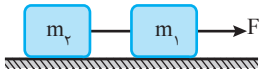
$$V_{av} = \frac{\frac{1}{2}\times(25-t')\times(-15)}{(25-t')} = -7/5\frac{m}{s} \rightarrow |V_{av}| = 7/5\frac{m}{s}$$

۸۶ (۲) با توجه به شکل می‌تونیم بنویسیم:

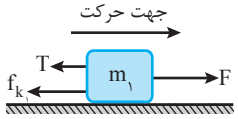


درسنامه ۷: نیروی کشش نخ، فنر و نیروی بین اجسام، در حرکت همزمان چند بسته بر رو سطح افقی

در مثال‌هایی که اول فصل تا به این‌جا حل کردیم فقط یک جسم حضور داشت و همون یک جسم هم می‌شد دستگاه ما. حالا اگه چند تا جسم باشن که توسط نخ یا فنر به هم متصل شده باشند و یا اینکه خود این چند جسم به همدیگه متصل شده باشند، اون موقع می‌تونیم چندین دستگاه انتخاب کنیم و یا اینکه کل مجموعه رو به عنوان یک دستگاه انتخاب کنیم. فقط باید حواستون باشه که تنها در صورتی می‌تونید چند جسم رو به عنوان دستگاه انتخاب کنید که حرکت‌های آن‌ها کاملا مشابه باشد و شتاب آن‌ها با هم برابر باشد. در یک دستگاه باید از نیروهای داخلی موجود در یک دستگاه صرف‌نظر کنیم. بچه‌ها بهتره این موضوع را با مثال بهتونم بگم فقط گفتن این جمله کفایت نمی‌کنه. به عنوان مثال فرض کنید دو جسم با جرم‌های m_1 و m_2 مطابق شکل توسط نخی محکم به هم متصل شده‌اند و تحت تأثیر نیروی F بر روی سطح افقی حرکت می‌کنند که می‌تونیم سه دستگاه در نظر بگیریم:

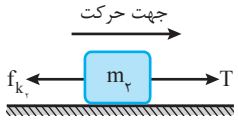


دستگاه ۱ه این دستگاه رو در شکل روبه‌رو مشاهده می‌کنید. که شامل جسم m_1 و نیروی F در جهت حرکت و نیروهای T (نیروی کشش نخ) و اصطکاک که در خلاف جهت حرکت هستند و با توجه به به قانون دوم نیوتون می‌تونیم بنویسیم:



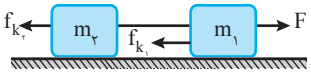
$$F_{net1} = m_1 a \rightarrow F - T - f_{k_1} = m_1 a$$

دستگاه ۲ه این دستگاه رو در شکل روبه‌رو مشاهده می‌کنید که شامل جسم m_2 و نیروی کشش نخ (T) و همچنین نیروی اصطکاک است و با توجه به قانون دوم نیوتون می‌تونیم بنویسیم:



$$F_{net2} = m_2 a \rightarrow T - f_{k_2} = m_2 a$$

دستگاه ۳ه این دستگاه شامل جرم‌های m_1 و m_2 هستش و نیروی F به دستگاه وارد می‌شه و با توجه به قانون دوم نیوتون می‌تونیم بنویسیم:



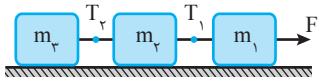
$$F_{net3} = ma \rightarrow F - f_{k_1} - f_{k_2} = (m_1 + m_2)a$$

همون‌طور که ملاحظه می‌کنید در دستگاه شماره‌ی ۳ خبری از نیروی T نبود، در صورتی که در دستگاه‌های شماره‌ی ۱ و ۲ جزو نیروها بود! اگه یادتون باشه گفتیم که در یک دستگاه باید از نیروهای داخلی موجود در یک دستگاه صرف‌نظر کنیم که نیروی T در دستگاه ۳ جزو نیروهای داخلی دستگاه به حساب می‌آید و ما فقط باید نیروهای خارجی را در نظر بگیریم.

بچه‌ها! حرکت چند جسم که به هم متصل هستند و با شتاب یکسان حرکت می‌کنند رو در دو حالت مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۱ سطح افقی بدون اصطکاک باشه

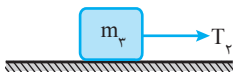
مطابق شکل سه جسم به جرم‌های m_1، m_2 و m_3 تحت نیروی F به حرکت در می‌آیند، که شتاب دستگاه طبق رابطه‌ی زیر به کمک قانون دوم نیوتون برابر می‌شه با:



$$F_{net} = ma \rightarrow F = (m_1 + m_2 + m_3)a \rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2 + m_3}$$

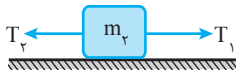
و برای هر کدوم از جسم‌های m_1، m_2 و m_3 می‌توان نوشت:

برای جسم m_3 ←



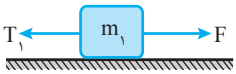
$$F_{net3} = m_3 a \rightarrow T_2 = m_3 a$$

برای جسم m_2 ←



$$F_{net2} = m_2 a \rightarrow T_1 - T_2 = m_2 a$$

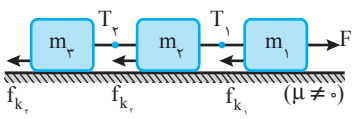
برای جسم m_1 ←



$$F_{net1} = m_1 a \rightarrow F - T_1 = m_1 a$$

۲ سطح افقی دارای اصطکاک باشد و مجموعه حرکت کنده

برای این حالت هم با توجه به قانون دوم نیوتون، شتاب دستگاه برابر می‌شه با:



$$F_{net} = ma \rightarrow F - f_{k1} - f_{k2} - f_{k3} = (m_1 + m_2 + m_3)a \rightarrow a = \frac{F - (f_{k1} + f_{k2} + f_{k3})}{m_1 + m_2 + m_3}$$

و برای هر کدوم از جسم‌های m_1، m_2 و m_3 می‌توان نوشت:

m_3 برای جسم ← $F_{net_3} = m_3a \rightarrow T_2 - f_{k_3} = m_3a$

m_2 برای جسم ← $F_{net_2} = m_2a \rightarrow T_1 - T_2 - f_{k_2} = m_2a$

m_1 برای جسم ← $F_{net_1} = m_1a \rightarrow F - T_1 - f_{k_1} = m_1a$

نکته: در شکل روبه‌رو، سه جسم توسط نخ به هم متصل شده‌اند و در اثر نیروی F بر روی سطح بدون اصطکاک حرکت می‌کنند. برای به دست آوردن نیروی کشش نخ T_1 و T_2 می‌تونیم بگیم چون نیروی F سه جسم m_1، m_2 و m_3 رو می‌کشد و نیروی کشش نخ T_1، دو جسم m_2 و m_3 را می‌کشد، می‌تونیم بنویسیم:

$$\frac{F}{T_1} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_2 + m_3}$$

و همین‌طور می‌تونیم بگیم نیروی کشش نخ T_2، جسم m_3 رو می‌کشد و می‌تونیم بنویسیم:

$$\frac{F}{T_2} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m_3}$$

و یا اگر نیروی F رو نداشتیم می‌تونیم بگیم نیروی کشش نخ T_2، جسم m_3 رو می‌کشد و نیروی کشش نخ T_1، دو جسم m_2 و m_3 رو می‌کشد و می‌تونیم بنویسیم:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{m_2 + m_3}{m_3}$$

بچه‌ها! اگر ضریب اصطکاک بین سطح، اجسام و سطوح تماس یکسان باشد و مجموعه در حال حرکت باشد، می‌توان از روابط بالا مقدار نیروی کشش نخ‌ها را حساب کرد.

نکته: در خیلی از سوال‌ها ممکن است به جای نخ از فنر استفاده بشه که هیچ فرقی با نخ نداره و از همون روابطی که در بالا گفتیم استفاده می‌کنیم.

فصل ۲: دینامیک

تست‌های دست گرمی

۱۱۸- اجسامی که در شکل نشان داده شده‌اند، روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند. نسبت $\frac{F}{T}$ کدام است؟

سراسری تجربی - ۸۰

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) ۱/۵ ۴) ۳

۱۱۹- مطابق شکل مقابل، نیروی $F = ۱۰N$ بر جسمی که بر روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارد وارد می‌شود و جسم به حرکت در می‌آید. اگر جرم نخ ناچیز باشد، نیروی کشش چند نیوتون می‌باشد؟

۱) $\frac{۲۰}{۳}$ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱۶}{۳}$ ۴) ۶

۱۲۰- نیروسنج D مطابق شکل، به دو وزنه که روی سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند، متصل است و دو نیروی افقی به دو وزنه اعمال می‌شود. نیروسنج چند نیوتون را نشان می‌دهد؟ (جرم نیروسنج ناچیز است.)

سراسری ریاضی - ۷۶

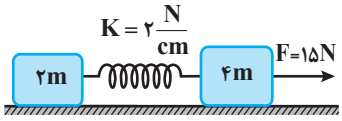
۱) ۱۰ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۲۵ ۴) ۱۵

۱۲۱- در شکل مقابل، نیروی کشش T چند نیوتون است؟

سراسری تجربی - ۷۳

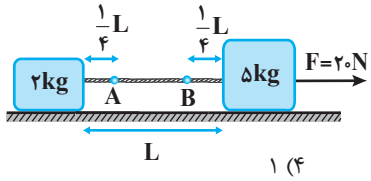
۱) ۹/۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴/۴ ۴) ۱۶

۱۲۲- در شکل مقابل، اگر اصطکاک و جرم فنر ناچیز باشد، فنر چند سانتی‌متر تغییر طول می‌دهد؟



۱) ۲/۵
۲) ۵
۳) ۰/۴
۴) ۲۲/۵

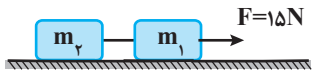
۱۲۳- جسم‌های $M_1 = 5kg$ و $M_2 = 2kg$ مطابق شکل توسط یک طناب ۳ کیلوگرمی به هم متصل شده‌اند و مجموعه تحت تأثیر نیروی ۲۰ نیوتونی بر روی سطح بدون اصطکاک در حال حرکت است. نیروی کشش طناب در نقطه‌ی B چند نیوتون بیش‌تر از نقطه‌ی A است؟



۱) ۴
۲) ۳
۳) ۶
۴) ۱

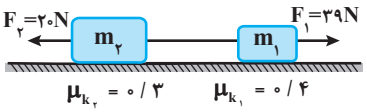
تست های چون‌دار

۱۲۴- جسم‌های m_1 و m_2 توسط نخ سبک به هم متصل شده‌اند و تحت تأثیر نیروی $F = 15N$ مطابق شکل در حال حرکت‌اند. اگر اصطکاک سطح با جسم ناچیز باشد و نیروی کشش نخ برابر با $3N$ باشد، نسبت $\frac{m_2}{m_1}$ کدام است؟



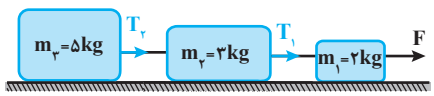
۱) $\frac{1}{4}$
۲) ۴
۳) ۵
۴) $\frac{1}{5}$

۱۲۵- مطابق شکل مقابل دو نیروی $F_1 = 39N$ و $F_2 = 20N$ به جسم‌های $m_1 = 1kg$ و $m_2 = 2kg$ که توسط نخ سبک به هم متصل شده‌اند وارد می‌شود. اندازه‌ی برایند نیروهای وارد بر جسم m_1 چند نیوتون است؟



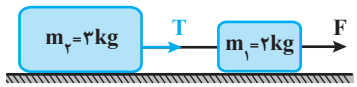
۱) $\frac{19}{3}$
۲) ۱۹
۳) ۶
۴) ۳

۱۲۶- در شکل مقابل اگر ضریب اصطکاک بین سطح با تمامی جسم‌ها برابر ۰/۳ باشد، نسبت $\frac{F + T_2}{T_1}$ کدام است؟



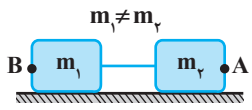
۱) ۲
۲) $\frac{15}{8}$
۳) ۳
۴) $\frac{8}{15}$

۱۲۷- اگر در شکل مقابل، $F + T = 5N$ و شتاب حرکت جسم‌ها $0/5 \frac{m}{s^2}$ باشد و ضریب اصطکاک سطح و جسم m_1 برابر با صفر باشد، نیروی اصطکاک بین سطح و جسم m_2 چند نیوتون است؟



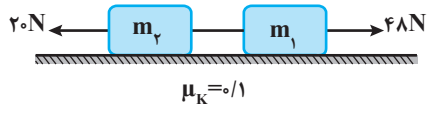
۱) ۱/۵
۲) ۲
۳) ۰/۵
۴) ۵

۱۲۸- مطابق شکل، دو جسم متصل به هم را یک‌بار از نقطه‌ی A به طرف راست و بار دیگر از نقطه‌ی B به طرف چپ با نیروی یکسان می‌کشیم. کدام گزینه درباره‌ی شتاب دو جسم و نیروی کشش نخ میان آن‌ها در دو حالت درست است؟



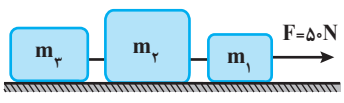
۱) شتاب و کشش یکسان
۲) شتاب و کشش متفاوت
۳) شتاب یکسان و کشش متفاوت
۴) شتاب مقاومت و کشش یکسان

۱۲۹- در شکل مقابل، جرم نخ ناچیز می‌باشد. نیروی کشش نخ چند نیوتون می‌باشد؟ $(m_2 = 5kg \ , \ m_1 = 2kg)$



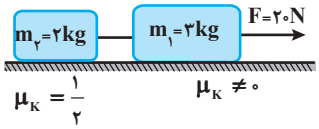
۱) ۴۰
۲) ۲۰
۳) ۱۰
۴) ۱۵

۱۳۰- مطابق شکل سه جرم $m_1 = 1kg$، $m_2 = 5kg$ و m_3 توسط نخ سبک به هم متصل شده‌اند و تحت اثر نیروی $F = 50N$ بر روی سطح افقی حرکت می‌کنند و اختلاف نیروی کشش نخ در طرفین جسم m_2 برابر با $10N$ می‌باشد. اگر ضریب اصطکاک بین سطح و جسم‌های m_1 و m_2 برابر با صفر و ضریب اصطکاک بین سطح و جسم m_3 برابر ۰/۸ باشد، جرم جسم m_3 چند کیلوگرم می‌باشد؟



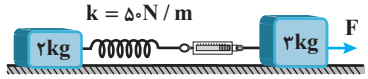
۱) $\frac{38}{9}$
۲) $\frac{44}{9}$
۳) ۷/۶
۴) ۳/۸

۱۳۱- جسم‌های m_1 و m_2 مطابق شکل توسط نخ سبک به هم متصل شده‌اند و در اثر نیروی افقی $F = ۲۰N$ با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. در لحظه‌ای که نیروی افقی $F = ۲۰N$ حذف می‌شود، نیروی کشش نخ چند نیوتون می‌باشد؟



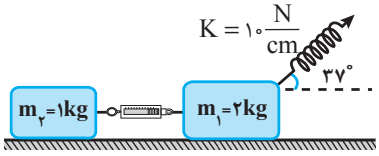
۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۳۲- در شکل روبه‌رو، سطح افقی، بدون اصطکاک است و نیروسنج D نیروی ۴ نیوتون را نشان می‌دهد. در این حالت، فنر متصل به وزنه‌ی ۲ کیلوگرمی، نسبت به حالت عادی، چند سانتی‌متر افزایش طول پیدا کرده است؟ سراسری تجربی - ۸۴



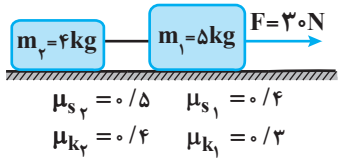
۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۱۳۳- مطابق شکل مقابل اگر تغییر طول فنر برابر با ۱cm باشد و ضریب اصطکاک بین سطح و جسم m_2 برابر با ۰/۲ و جسم m_1 بدون اصطکاک باشد نیروسنج چند نیوتون را نشان می‌دهد؟



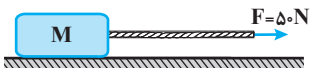
۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۳۴- در شکل مقابل، با توجه به نیروی وارد شده، نیروی اصطکاک جسم‌های m_1 و m_2 با سطح افقی به ترتیب از راست به چپ چند نیوتون است؟



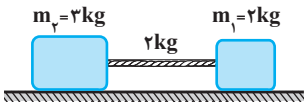
۱) ۱۰ , ۲۰ ۲) ۰ , ۳۰ ۳) ۱۶ , ۱۵ ۴) ۲۰ , ۲۰

۱۳۵- در شکل مقابل، در اثر نیروی ۵۰ نیوتونی جسم در مسیر افقی حرکت می‌کند. جرم طناب ۲kg و جرم جسم ۵kg می‌باشد. اگر اصطکاک سطح با جسم ناچیز باشد، نیروی کشش در وسط طناب چند برابر نیروی کشش طناب در محل اتصال طناب به جسم است؟



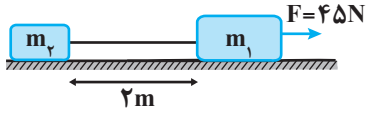
۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$ ۳) ۳ ۴) ۱

۱۳۶- در شکل مقابل، نیروی افقی $F = ۲۱N$ را یک‌بار به جسم m_1 وارد می‌کنیم و مجموعه را می‌کشیم و یک‌بار هم به جسم m_2 وارد می‌کنیم و مجموعه را می‌کشیم. نیروی کشش در وسط طناب در حالت اول و حالت دوم به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (سطح افقی بدون اصطکاک است)



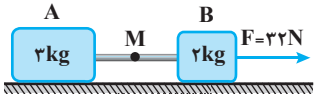
۱) ۱۲N , ۱۵N ۲) ۹N , ۱۲N ۳) ۱۵N , ۱۲N ۴) ۱۲N , ۹N

۱۳۷- مطابق شکل در اثر نیروی افقی $F = ۴۵N$، جسم‌های $m_1 = ۱۰ kg$ و $m_2 = ۵ kg$، بر روی سطح افقی بدون اصطکاک شروع به حرکت می‌کند. اگر ۳s پس از شروع حرکت، نخ بین جسم‌ها پاره شود، ۴s پس از پاره شدن، فاصله‌ی جسم‌ها از هم چند متر می‌باشد؟



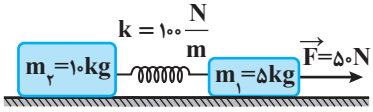
۱) ۲۶ ۲) ۲۴ ۳) ۳۶ ۴) ۳۸

۱۳۸- دو وزنه‌ی ۲ و ۳ کیلوگرمی را با میله‌ای یکنواخت به جرم ۱kg به هم متصل کرده‌ایم و با نیروی افقی F روی سطح افقی می‌کشیم. نیروی کشش در نقطه‌ی M وسط میله چند نیوتون است؟ (ضریب اصطکاک جنبش جسم A با سطح افقی برابر ۰/۲ و ضریب اصطکاک جنبشی جسم B با سطح افقی برابر ۰/۴ است.) سراسری ریاضی - ۸۴



۱) ۱۸/۶ ۲) ۱۶/۵ ۳) ۱۵ ۴) ۱۷/۵

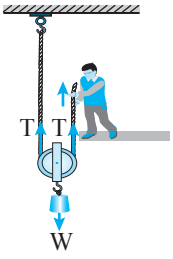
۱۳۹- در شکل زیر، ضریب اصطکاک بین سطح افقی و جسم m_1 برابر ۰/۴ و بین سطح افقی و جسم m_2 برابر صفر است. اگر جرم فنر ناچیز باشد، در اثر نیروی $F = ۵۰N$، طول فنر چند سانتی‌متر افزایش می‌یابد؟



۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

فصل ۲: دینامیک

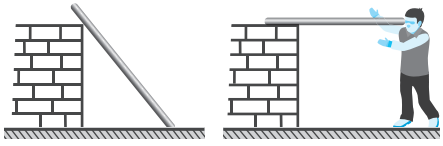
درسنامه ۱۱: قرقره‌ی متحرک



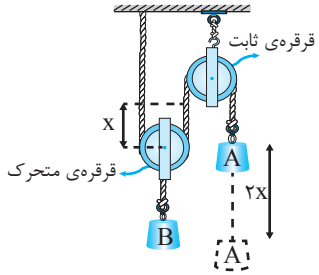
قرقره‌هایی که تا الان مورد بررسی قرار دادیم ثابت بودن. حالا می‌خوایم در مورد قرقره‌هایی صحبت کنیم که ثابت نیستند. به عنوان مثال در قرقره‌ی شکل روبه‌رو، شخص با نیروی F از یک طرف نخ، جسم متصل به قرقره را به سمت بالا جابه‌جا می‌کند. پس می‌تونیم بگیم $F = T$ می‌باشد. و چون نیروی کشش نخ در طول آن ثابت است و با توجه به سبک بودن جرم قرقره، اگر سرعت ثابت باشد برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر می‌شود و می‌تونیم بنویسیم:

$$F_{net,\text{قرقره}} = m_{\text{قرقره}}\, a \xrightarrow{m_{\text{قرقره}}=0} 2T - w = 0 \rightarrow T = \frac{w}{2}$$

پس به عبارت دیگه می‌تونیم بگیم نیرویی که به هر شاخه‌ی طناب وارد می‌شه نصف نیروی وزن بار است. و شخص برای بالا بردن جسم با سرعت ثابت و یا اینکه بخواد جسم رو به صورت ثابت نگه داره باید نیرویی برابر با نصف نیروی وزن بار را وارد کند. خب شاید براتون سوال باشه که اگه قرقره ثابت نباشه و یا با سرعت ثابت بالا نکشیم چه نیرویی وارد می‌شه؟ بچه‌ها! اون موقع وزنه‌ی متصل به قرقره‌ی متحرک شتاب می‌گیره که بسته به نوع شتاب، نیرویی که شخص وارد می‌کنه می‌تونه بزرگ‌تر از نیروی وزن بار و یا کوچک‌تر از نصف نیروی وزن بار باشه. توسط قرقره‌ی متحرک می‌تونیم با وارد کردن نیرویی کم‌تر



از نیروی وزن جسم، جسم را جابه‌جا کنیم. ببینید بچه‌ها! قرقره که خودش نیرو وارد نمی‌کنه بلکه به ما کمک می‌کنه تا نصفی از نیرو رو بندازیم گردن سقف! در همون شکل بالا، نصف نیروی وزنه به سمت دیگر طناب که به سقف متصل است وارد می‌شه. به عبارت دیگه نصف نیروی بار را سقف تحمل می‌کند. مثل این می‌مونه که یک شخص مثل شکل روبه‌رو یک جسم رو که یک طرف آن بر روی دیوار است را بلند می‌کند که نیرویی که شخص وارد می‌کند برابر با نیروی وزن کل جسم نخواهد بود و نصف نیروی وزن آن را دیوار تحمل می‌کند.

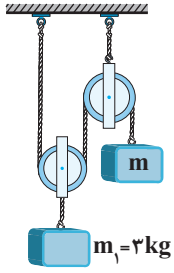


در شکل روبه‌رو اگر جسم B به اندازه‌ی یک متر جابه‌جا بشه، طول نخ در دو طرف آن یک متر جابه‌جا می‌شه و در نتیجه جسم A به اندازه‌ی دو متر جابه‌جا می‌شه. پس می‌توان گفت: جابه‌جایی، سرعت و شتاب جسم A دو برابر جابه‌جایی، سرعت و شتاب جسم B است.

بچه‌ها! با توجه به توضیحاتی که دادم برای اینکه دستگاه در حالت تعادل باشه باید نیروی وزنی که جسم B وارد می‌کنه، دو برابر نیروی وزن جسم A باشه و اگر $m_B > 2m_A$ باشه جسم B به سمت پایین حرکت می‌کند و اگر $m_B < 2m_A$ باشه، جسم A به طرف پایین حرکت می‌کند.

حالا بریم سراغ حل چند تا تست که خوندن فیزیک بدون حل تست فایده نداره!

تست‌های دست‌گرمی



۲۲۲- در شکل مقابل، جرم قرقره‌ی متحرک ۱ کیلوگرم است. m چند کیلوگرم باشد تا مجموعه در حالت تعادل باشد؟ (جرم نخ و اصطکاک قرقره ناچیز است.)

۱) ۶

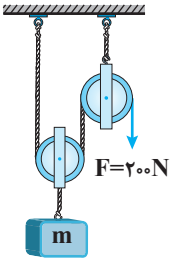
۲) ۳

۳) ۲

۴) ۱/۵

۲۲۳- در شکل مقابل، وزنه‌ی M با حرکت تندشونده که شتاب آن $۲\frac{m}{s^۲}$ است، به طرف بالا حرکت می‌کند. جرم وزنه‌ی m چند کیلوگرم است؟ (از جرم نخ و قرقره صرف‌نظر شود.)

سراسری ریاضی خارج - ۹۰



۱) $\frac{۵۰}{۳}$

۲) $\frac{۱۰۰}{۳}$

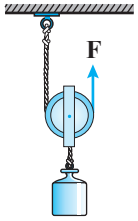
۳) ۵۰

۴) ۱۰۰

تست های چون‌دار

۲۲۴- برای نگه‌داری وزنه‌ی ۴۰ نیوتونی شکل روبه‌رو، نیروی F لازم چند نیوتون است؟ (جرم قرقره ۶۰۰ گرم است.)

سراسری تجربی - ۷۶



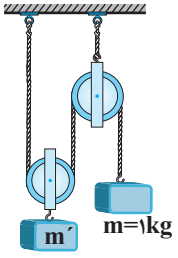
۱) ۲۳

۲) ۲۶

۳) ۴۳

۴) ۵۰

۲۲۵- در شکل مقابل، جرم نخ و اصطکاک قرقره‌ها ناچیز است. اگر $m = ۱kg$ و جرم قرقره‌ها $۰/۵kg$ باشد، m' چند کیلوگرم باشد تا دستگاه در حالت تعادل باشد؟



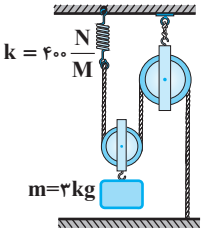
۱) ۱

۲) ۱/۵

۳) ۲

۴) ۲/۵

۲۲۶- در شکل مقابل، دستگاه در حالت تعادل است. افزایش طول فنر چند سانتی‌متر می‌باشد؟ (جرم قرقره‌ی متحرک $۱kg$ و جرم قرقره‌ی ثابت ناچیز است. جرم نخ و اصطکاک قرقره‌ها ناچیز است.)



۱) ۲/۵

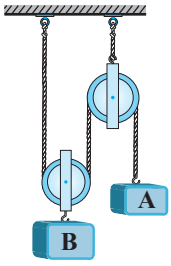
۲) ۵

۳) ۱۰

۴) ۲۰

۲۲۷- در شکل مقابل، $m_A = ۴kg$ و $m_B = ۶kg$ است. اگر جرم و اصطکاک نخ و قرقره‌ها ناچیز باشد، شتاب حرکت وزنه‌ی A چند متر بر مجذور ثانیه است؟ $(g \simeq ۱۰\frac{m}{s^۲})$

سراسری تجربی خارج - ۸۷



۱) $\frac{۱۱}{۸}$

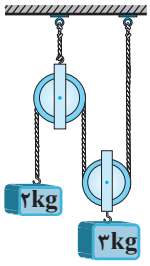
۲) $\frac{۱۳}{۸}$

۳) $\frac{۲۰}{۱۱}$

۴) $\frac{۲۰}{۱۳}$

۲۲۸- در شکل روبه‌رو، جرم و اصطکاک نخ و قرقره ناچیز است. اگر سیستم از حال سکون رها شود، وزنه‌ی ۲ کیلوگرمی در مدت ۰/۵۵ ثانیه چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟ $(g \simeq ۱۰\frac{m}{s^۲})$

سراسری ریاضی - ۹۴



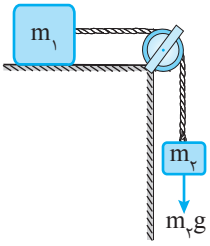
۱) ۲۷/۵

۲) ۴۲/۵

۳) ۵۵

۴) ۸۵

درسنامه ۱۲: ترکیب حرکت افقی و قائم (سطوح ترکیبی)



حرکت‌هایی که تا الان داشتیم یا در راستای افقی بودن و یا در راستای قائم. حالا می‌خوایم بریم سراغ حرکت‌هایی که هم در راستای افق جابه‌جا می‌شن و هم در راستای قائم. به عنوان مثال در شکل روبه‌رو یک بخشی از دستگاه بر روی سطح افق هستش و بخش دیگری در راستای قائم. اگر فرض کنیم وزنه‌ی m_1 با سطح افق اصطکاک ندارد، با توجه به قانون دوم نیوتون می‌تونیم بنویسیم:

$$F_{net} = ma \rightarrow \text{(شتاب)} \times \text{(مجموع جرم ها)} = \text{(مجموع نیروهای موافق حرکت)} - \text{(مجموع نیروهای مخالف حرکت)}$$

$$\rightarrow a = \frac{\text{(مجموع نیروهای موافق حرکت)} - \text{(مجموع نیروهای مخالف حرکت)}}{\text{مجموع جرم‌ها}}$$

حالا با توجه به اینکه در این حرکت نیرویی در خلاف جهت حرکت نداریم، شتاب برابر می‌شه با:

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}$$

اگر نیروی اصطکاک و نیروی مقاومت هوا داشتیم در رابطه‌ی بالا در نظر می‌گرفتیم.

اگر برایند نیروهای وارد بر جسم m_1 رو بنویسیم، نیروی کشش نخ برابر می‌شه با:

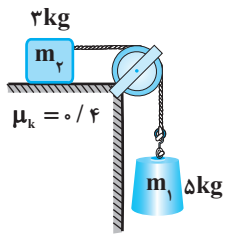
$$F_{net} = ma \rightarrow T = m_1 a \xrightarrow{a=\frac{m_2 g}{m_1+m_2}} T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g$$

حواستون باشه: اگر جسم m_1 با سطح اصطکاک داشته باشد، برای اینکه دستگاه بتواند حرکت کند، باید $m_2 g > f_{s,MAX}$ باشد و اگر $m_2 g \le f_{s,MAX}$ باشد، دستگاه ساکن مانده و نیروی اصطکاک آن برابر با $m_2 g$ خواهد بود $(f_s = m_2 g)$. و اینکه اگر دستگاه حرکت کرد نیروی اصطکاک آن از رابطه‌ی $f_k = \mu_k N$ به دست میاد.

فصل ۲: دینامیک

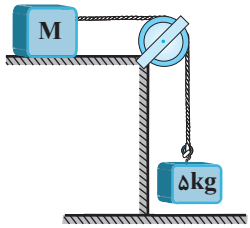
تست های دست گرمی

۲۲۹- در شکل مقابل، جرم نخ و قرقره و اصطکاک قرقره ناچیز است. نیروی کشش نخ چند نیوتون می‌باشد؟



۱) ۱۵۵
۲) ۷۷/۵
۳) ۳۵
۴) ۲۶/۲۵

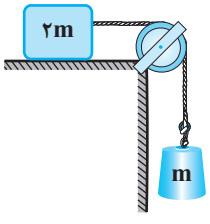
۲۳۰- در شکل مقابل، دستگاه از حال سکون و با شتاب ثابت بر روی سطح بدون اصطکاک به حرکت در می‌آید و در مدت ۲ ثانیه، ۴ متر را طی می‌کند. نیروی کشش نخ چند نیوتون است؟ (جرم نخ و اصطکاک قرقره ناچیز است.)



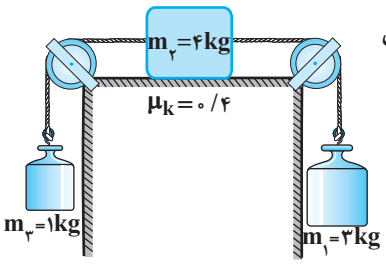
۱) ۴۰
۲) ۳۰
۳) ۲۰
۴) ۱۰

۲۳۱- در شکل مقابل، اندازه‌ی شتاب هر یک از وزنه‌ها $\frac{g}{5}$ است. ضریب اصطکاک جنبشی سطح افقی کدام است؟

سراسری ریاضی - ۸۵

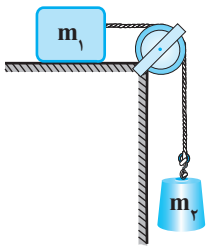


۱) ۰/۱
۲) ۰/۲
۳) ۰/۳
۴) ۰/۴



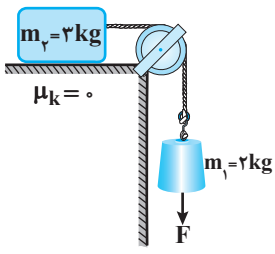
۲۳۲- در شکل مقابل، اگر جرم نخ و اصطکاک قرقره‌ها ناچیز و ضریب اصطکاک جنبشی بین وزنه‌ی $m_۲$ با سطح افقی برابر $۰/۴$ باشد، شتاب حرکت وزنه‌ها چند $\frac{m}{s^۲}$ خواهد بود؟

۱) ۲
۲) $۱/۵$
۳) ۱
۴) $۰/۵$



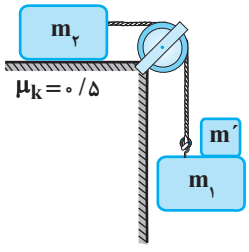
۲۳۳- در شکل مقابل، شتاب حرکت دستگاه $۴\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد، با اضافه کردن وزنه‌ی چند کیلوگرمی بر روی جسم $m_۱$، دستگاه با سرعت ثابت حرکت می‌کند؟ $(m_۲=۳kg \ , \ m_۱=۱kg)$

۱) $\frac{۷}{۸}$
۲) $\frac{۸}{۷}$
۳) $\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۴}$



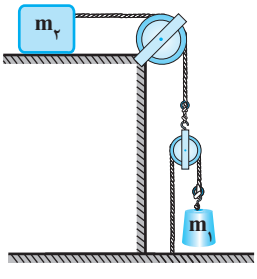
۲۳۴- در شکل مقابل، نیروی قائم F که توسط یک طناب بر وزنه وارد می‌شود، چند برابر وزن وزنه‌ی $m_۱$ باشد تا وزنه‌ی $m_۱$ با شتاب g (شتاب گرانش) پایین بیاید؟ سراسری تجربی - ۹۳

۱) صفر
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) $\frac{۵}{۲}$
۴) $\frac{۷}{۲}$



۲۳۵- در شکل مقابل $m_۱=۴kg$ ، $m_۲=۱kg$ و $m'=۰/۵kg$ می‌باشد. نیرویی که از طرف وزنه‌ی $m_۱$ به وزنه‌ی m' وارد می‌شود، چند نیوتون است؟

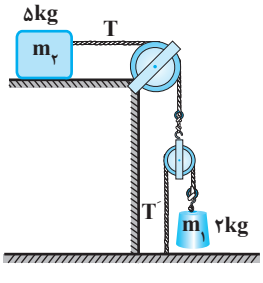
۱) $\frac{۱۱}{۱۵}$
۲) $\frac{۱۵}{۱۱}$
۳) $\frac{۴۷}{۱۱}$
۴) $\frac{۱۱}{۴۷}$



۲۳۶- در شکل مقابل، $m_۱=۱kg$ و $m_۲=۵kg$ می‌باشد. اگر $\mu_s=۰/۵$ و مجموعه در حالت تعادل باشد، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح افقی چند نیوتون می‌باشد؟

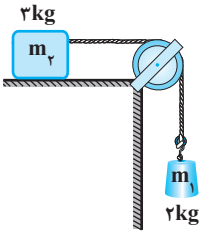
۱) ۲۵
۲) ۲۰
۳) ۱۰
۴) ۱۵

تست های چون دار



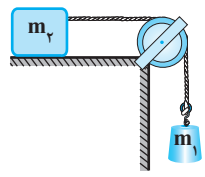
۲۳۷- در شکل مقابل، دستگاه در حالت تعادل است، T و T' به ترتیب از راست به چپ چند نیوتون می‌باشند؟

۱) ۲۰ , ۴۰
۲) ۴۰ , ۲۰
۳) ۲۰ , ۲۰
۴) ۴۰ , ۴۰



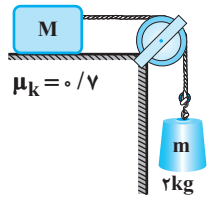
۲۳۸- در شکل مقابل، سیستم از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح چه قدر باشد، تا سرعت وزنه‌ها ۲ ثانیه پس از حرکت، $۴\frac{m}{s}$ برسد؟

۱) ۳
۲) $\frac{۱}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۲}$
۴) ۲



۲۳۹- در شکل مقابل، $m_۱ = ۱kg$ و $m_۲ = ۴kg$ می‌باشد و وزنه‌ها ساکن هستند اگر بر روی وزنه‌ی $m_۲$ وزنه‌ای به جرم $۲kg$ قرار دهیم، نیروی اصطکاک بین وزنه‌ی $m_۲$ و سطح افق چند برابر می‌شود؟

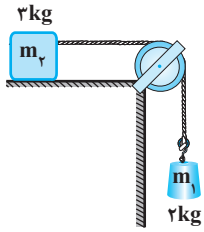
۱) ۱
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{۴}{۵}$
۴) $\frac{۵}{۴}$



۲۴۰- در شکل مقابل، وزنه‌ی ۲ کیلوگرمی در ابتدا رو به پایین و وزنه‌ی M با سرعت اولیه‌ی $۱\frac{m}{s}$، به سمت راست حرکت می‌کند. پس از پیمودن مسافت $۱/۵m$ و قبل از این که وزنه‌ی m به زمین برسد، وزنه‌ها می‌ایستند. جرم وزنه‌ی M چند کیلوگرم است؟ (از جرم نخ و قرقره و اصطکاک قرقره صرف‌نظر شود.)

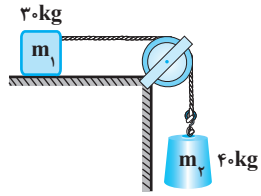
سراسری ریاضی - ۹۱

۱) ۲/۶
۲) ۲/۹
۳) ۳/۱
۴) ۳/۴



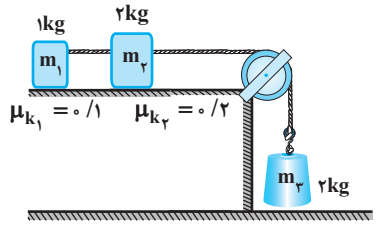
۲۴۱- در شکل مقابل، جرم نخ و قرقره و اصطکاک قرقره ناچیز است. اگر $\mu_s = ۰/۵$ و $\mu_k = ۰/۴$ باشد، نیروی اصطکاک بین وزنه‌ی $m_۲$ با سطح افقی چند نیوتون است؟

۱) ۱۵
۲) ۱۲
۳) ۲۰
۴) ۱۸



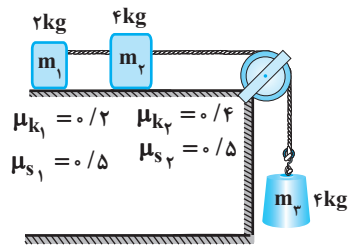
۲۴۲- در شکل مقابل، وزنه‌ها با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. نیرویی که از طرف سطح بر جرم $m_۱$ وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ (جرم نخ و اصطکاک قرقره ناچیز است.)

۱) ۲۵۰
۲) ۲۵
۳) ۵۰۰
۴) ۵



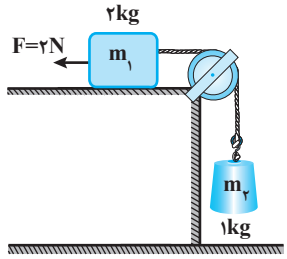
۲۴۳- در شکل مقابل، جرم نخ و اصطکاک قرقره‌ها ناچیز است. نیروی کشش نخ بین جسم‌های $m_۱$ و $m_۲$ چند نیوتون می‌باشد؟

۱) ۱
۲) ۴
۳) ۲
۴) ۷



۲۴۴- در شکل مقابل، جرم نخ‌ها و اصطکاک قرقره ناچیز است، نیروی کشش نخ متصل به جسم $m_۱$، چند نیوتون می‌باشد؟

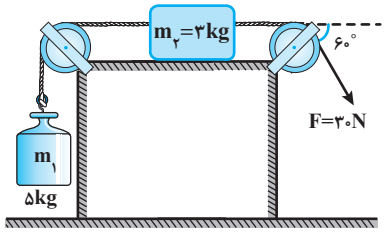
۱) ۴۰
۲) ۳۲
۳) ۴۸
۴) ۳۴



۲۴۵- در شکل روبه‌رو، جسم $m_۲$ در آستانه‌ی حرکت رو به پایین است. نیروی افقی F را چند نیوتون افزایش دهیم تا وزنه‌ی $m_۲$ در آستانه‌ی حرکت رو به بالا قرار گیرد؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$، از جرم و اصطکاک نخ و قرقره صرف‌نظر کنید.)

سراسری تجربی خارج - ۹۴

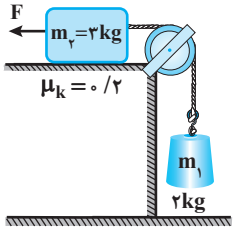
۱) ۲۰
۲) ۱۸
۳) ۱۶
۴) ۸



۲۴۶- در شکل مقابل، جرم نخ و اصطکاک قرقره ناچیز است. اگر ضریب اصطکاک جنبشی جرم ۳ کیلوگرمی با سطح افقی $\frac{۴}{۳۰}$ باشد، شتاب حرکت جسم ۵ کیلوگرمی چند $\frac{m}{s^۲}$ و به کدام جهت است؟

۱) $\frac{۱۹}{۸}$ ۲) $\frac{۳۱}{۸}$

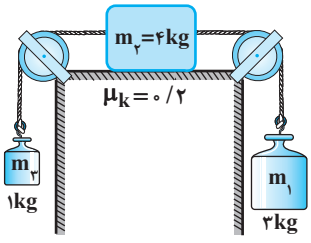
۳) ۲ ۴) ۲/۵



۲۴۷- در شکل مقابل، سیستم از حال سکون رها شده و جسم $m_۱$ با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ در حال پایین آمدن است. اگر نیروی F را نصف کنیم، $m_۱$ با شتاب چند متر بر مجذور ثانیه پایین می‌آید؟ (از جرم نخ و اصطکاک نخ و قرقره صرف‌نظر شود، $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$) سراسری ریاضی خارج -۹۲

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۲/۴ ۴) ۳/۶



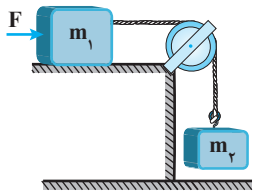
۲۴۸- در شکل مقابل، نیروی کشش نخ بین وزنه‌های $m_۱$ و $m_۲$ چند نیوتون بیش‌تر از نیروی کشش نخ بین وزنه‌های $m_۲$ و $m_۳$ است؟

۱) ۱۰

۲) ۱۲

۳) ۶

۴) ۱۴



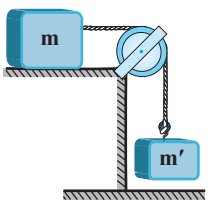
۲۴۹- در شکل مقابل، به جسم $m_۱$، روی سطح افقی بدون اصطکاک، نیروی افقی F وارد می‌شود. بیش‌ترین مقدار F چند نیوتون باشد تا نخ رابط بین دو جسم شل نشود؟ ($m_۱=۳kg$, $m_۲=۲kg$, $g=۱۰\frac{m}{s^۲}$) سراسری تجربی خارج -۹۳

۱) ۱۰

۲) ۲۰

۳) ۳۰

۴) ۵۰



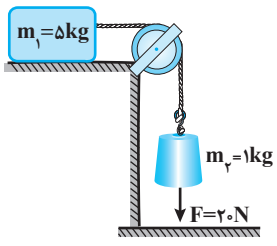
۲۵۰- در شکل مقابل، وزنه‌ی $m'=\frac{۳}{۲}m$ با شتاب $\frac{g}{۲}$ پایین می‌آید. اگر جای دو وزنه را عوض کنیم، این شتاب چند g می‌شود؟ (ضریب اصطکاک در هر دو حالت یکسان است.) سراسری ریاضی - ۷۹

۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۳}{۵}$



۲۵۱- در شکل مقابل، دستگاه با شتاب ثابت a حرکت می‌کند. اگر نیروی $\vec{F}$ را حذف و به جای آن، وزنه‌ای به جرم ۲kg به نقطه‌ی A ببندیم، شتاب حرکت وزنه‌ی m چگونه تغییر می‌کند؟ (از کلیه‌ی اصطکاک‌ها صرف‌نظر می‌شود.)

۱) افزایش می‌یابد.

۲) کاهش می‌یابد.

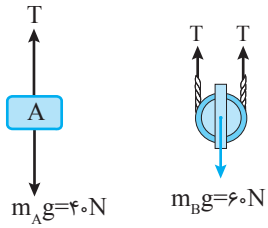
۳) ثابت می‌ماند.

۴) بسته به جرم M، هر سه گزینه ممکن است.

چون $F_e = T$ می‌باشد، با توجه به نیروی کشش نخ می‌توانیم بنویسیم:

$$F_e = kx \rightarrow ۲۰ = ۴۰۰ \times x \rightarrow x = \frac{۲۰}{۴۰۰} = \frac{۱}{۲۰} = \frac{۱۰۰}{۲۰} = ۵cm$$

۲۲۷ **۳** با توجه به اینکه $m_B < ۲m_A$ است. جسم A به سمت پایین حرکت می‌کند، پس برای جسم‌های A و B با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:



$$m_Ag - T = m_Aa_A \rightarrow ۴۰ - T = ۴a_A \rightarrow T = ۴۰ - ۴a_A$$

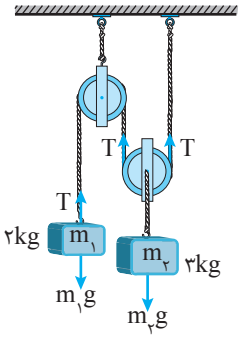
$$۲T - m_Bg = m_Ba_B \rightarrow ۲T - ۶۰ = ۶a_B \rightarrow T = ۳a_B + ۳۰$$

با توجه به اینکه شتاب جسم B نصف شتاب جسم A است، می‌توانیم بنویسیم:

$$\left.\begin{array}{l} T = ۴۰ - ۴a_A \rightarrow T = ۴۰ - ۴a_A \\ T = ۳\left(\frac{a_A}{۲}\right) + ۳۰ \xrightarrow{\times -۱} -T = \frac{-۳a_A}{۲} - ۳۰ \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\rightarrow ۰ = ۱۰ - ۵/۵a_A \rightarrow a_A = \frac{۱۰}{۵/۵} = \frac{۲۰}{۱۱}\frac{m}{s^۲}$$

۲۲۸ **۱** با توجه به اینکه جرم متصل به قرقره‌ی متحرک کوچک‌تر از دو برابر جرم متصل به قرقره‌ی ثابت است، قرقره‌ی متحرک به سمت بالا حرکت می‌کند و جسم ۲ کیلوگرمی به سمت پایین حرکت می‌کند و با توجه به قانون دوم نیوتون می‌توانیم بنویسیم:



$$F_{net,۱} = m_۱a_۱ \rightarrow m_۱g - T = m_۱a_۱ \rightarrow ۲۰ - T = ۲a_۱$$

$$\rightarrow T = ۲۰ - ۲a_۱ \quad (I)$$

$$F_{net,۲} = m_۲a_۲ \rightarrow ۲T - m_۲g = m_۲a_۲ \rightarrow ۲T - ۳۰ = ۳a_۲$$

چون $a_۲ = \frac{۱}{۲}a_۱$ است می‌توانیم بنویسیم:

$$۲T - ۳۰ = ۱/۵a_۱ \quad (II)$$

$$(I), (II) \rightarrow ۲ \times (۲۰ - ۲a_۱) - ۳۰ = ۱/۵a_۱ \rightarrow ۵/۵a_۱ = ۱۰$$

$$\rightarrow a_۱ = \frac{۲۰}{۱۱}\frac{m}{s^۲}$$

حالا با استفاده از رابطه‌ی حرکت می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}a_۱t^۲ + V_۰t = \frac{۱}{۲} \times \frac{۲۰}{\frac{۱۱}{۱۰۰}} \times (\frac{۵۵}{۱۰۰})^۲ + ۰$$

$$\rightarrow \Delta x = \frac{۱}{۲} \times \frac{۵۵}{۱۰۰}m = \frac{۵۵}{۲}cm \rightarrow \Delta x = ۲۷/۵cm$$

۲۲۹ **۴** اول از همه نیروی اصطکاک رو به دست میاریم که می‌شه:

$$f_k = \mu_k N = ۰/۴ \times ۳ \times ۱۰ = ۱۲N$$

حالا با توجه به قانون دوم نیوتون، شتاب دستگاه رو به دست میاریم:

$$F_{net} = ma \rightarrow m_۱g - f_k = (m_۱ + m_۲)a$$

$$\rightarrow ۵ \times ۱۰ - ۱۲ = (۵ + ۳)a \rightarrow a = \frac{۳۸}{۸} = ۴/۷۵\frac{m}{s^۲}$$

حالا قانون دوم نیوتون را برای جرم $m_۱$ می‌نویسیم که می‌شه:

$$F_{net} = m_۱a \rightarrow m_۱g - T = m_۱a$$

$$\rightarrow ۵ \times ۱۰ - T = ۵ \times ۴/۷۵$$

$$\rightarrow T = ۵\underbrace{(۱۰ - ۴/۷۵)}_{۵/۲۵} = ۲۶/۲۵N$$

۲۳۰ **۱** ابتدا با توجه به معادله‌ی حرکت، شتاب دستگاه را به دست میاریم که می‌شه:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t \rightarrow ۴ = \frac{۱}{۲} \times a \times (۲)^۲ + ۰$$

$$\rightarrow a = \frac{۸}{۴} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

حالا قانون دوم نیوتون رو برای جسم ۵ کیلوگرمی می‌نویسیم که می‌شه:

$$F_{net} = ma \rightarrow mg - T = ma \rightarrow ۵۰ - T = ۵ \times ۲ \rightarrow T = ۴۰N$$

۲۳۱ **۲** اول از همه قانون دوم نیوتون رو برای کل دستگاه می‌نویسیم تا نیروی اصطکاک رو به دست بیاریم که می‌شه:

$$F_{net} = ma \rightarrow mg - f_k = (m + ۲m)a$$

$$\rightarrow mg - f_k = ۳m \times \frac{g}{۵} \rightarrow f_k = \frac{۲}{۵}mg$$

حالا با استفاده از رابطه‌ی نیروی اصطکاک می‌تونیم بنویسیم:

$$f_k = \mu_k N \rightarrow \frac{۲}{۵}mg = \mu_k(۲mg) \rightarrow \mu_k = ۰/۲$$

۲۳۲ **۴** ابتدا نیروی اصطکاک جسم $m_۲$ با سطح افقی رو به دست میاریم که می‌شه:

$$f_k = \mu_k N = \mu_k m_۲g = ۰/۴ \times ۴ \times ۱۰ = ۱۶N$$

حالا با توجه به قانون دوم نیوتون می‌تونیم بنویسیم:

$$F_{net} = ma \rightarrow m_۱g - f_k - m_۳g = (m_۱ + m_۲ + m_۳)a$$

$$\rightarrow ۳۰ - ۱۶ - ۱۰ = ۸a \rightarrow a = \frac{۴}{۸} = ۰/۵\frac{m}{s^۲}$$

۲۳۳ **۲** مطمعنن جسم $m_۱$ با سطح دارای اصطکاک است و گرنه شتاب دستگاه بیش‌تر از $۴\frac{m}{s^۲}$ می‌شد. اگه باور نمی‌کنید می‌تونید قانون دوم نیوتون را واسه دستگاه بدون نیروی اصطکاک بنویسید. در حالت اول شتاب دستگاه $۴\frac{m}{s^۲}$ است و می‌تونیم بنویسیم:

$$m_۲g - f_k = (m_۱ + m_۲)a \rightarrow ۳۰ - f_k = ۴ \times ۴ \rightarrow f_k = ۱۴N$$

حالا بعد از اضافه کردن وزنه‌ی $m_۳$ به جسم $m_۱$ دستگاه با سرعت ثابت

حرکت می‌کند، پس برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است و می‌تونیم بنویسیم:

$$F_{net}=0 \rightarrow m_2 g - f_k' = 0 \rightarrow f_k' = m_2 g = 30N$$

حالا می‌تونیم بنویسیم:

$$\frac{f_k'}{f_k}=\frac{\mu_k(m_1+m_2)}{\mu_k(m_1)} \rightarrow \frac{30}{14}=\frac{1+m_2}{1}$$

$$\rightarrow 30=14+14m_2 \rightarrow 14m_2=16 \rightarrow m_2=\frac{8}{7}kg$$

۲۳۴ (۲) با توجه به قانون دوم نیوتون می‌تونیم بنویسیم:

$$F_{net}=ma \rightarrow m_1 g+F=(m_1+m_2)a$$
$$\rightarrow 2g+F=5\times g \rightarrow F=3g$$
$$w_1=m_1 g=2g \quad ، \quad \frac{F}{w_1}=\frac{3g}{2g}=\frac{3}{2}$$

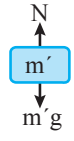
۲۳۵ (۲) اول از همه نیروی اصطکاک جسم m_2 با سطح رو به دست میاریم:

$$f_k=\mu_k N=0/5\times 1\times 10=5N$$

حالا با توجه به قانون دوم نیوتون می‌تونیم بنویسیم:

$$F_{net}=ma \rightarrow m_1 g+m'g-f_k=(m_1+m_2+m')a$$
$$\rightarrow 40+5-5=5/5\,a \rightarrow a=\frac{40}{5/5}=\frac{80}{11}\frac{m}{s^2}$$

حالا قانون دوم نیوتون رو برای جسم m' می‌نویسیم:



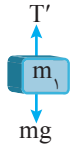
$$F_{net}=ma \rightarrow m'g-N=m'a$$
$$\rightarrow 0/5\times 10-N=0/5\times\frac{80}{11}$$
$$\rightarrow N=5-\frac{40}{11}=\frac{15}{11}N$$

۲۳۶ (۲) اول از همه باید ببینیم که وزنه‌ی m_1 می‌تونه نیرویی وارد کنه تا بر نیروی اصطکاک ایستایی غلبه کنه یا نه، اگر کوچک‌تر از $f_{s,MAX}$ شد، همان نیرو برابر با نیروی اصطکاک است و اگر برابر $f_{s,MAX}$ شد که نیروی اصطکاک همون $f_{s,MAX}$ خواهد بود و اگر بزرگ‌تر از $f_{s,MAX}$ شد جسم شروع به حرکت کرده و نیروی اصطکاک از رابطه‌ی $f_k=\mu_k N$ به دست میاد. حالا بریم ببینیم چطوره؟

ابتدا $f_{s,max}$ رو حساب می‌کنیم.

$$f_{s,max}=\mu_s N=0/5\times 5\times 10=25N$$

حالا باید نیروی T رو با $f_{s,max}$ مقایسه کنیم که $T=2T'$ می‌باشد، پس اول از همه T' رو به دست میاریم و بعد T رو در نهایت با $f_{s,max}$ مقایسه می‌کنیم:



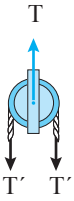
$$F_{net}=0 \rightarrow T'=mg=10N$$

$$F_{net}=0 \rightarrow T=2T'=2\times 10=20N$$

چون $T<f_{s,MAX}$ می‌باشد، نیروی اصطکاک برابر با همان $f_s=T=20N$ می‌شد.

۲۳۷ (۱) با توجه به متعادل بودن دستگاه T' برابر خواهد بود با نیروی وزن جسم m_1 و می‌تونیم بنویسیم:

$$F_{net}=0 \rightarrow T'=m_1 g=2\times 10=20N$$



با توجه به شکل، چون دستگاه در حالت تعادل است $T=2T'$ است.

$$F_{net}=0 \rightarrow T=2T'=40N$$

۲۳۸ (۲) اول با توجه به رابطه‌ی $V=at+V_0$، شتاب وزنه‌ها رو به دست میاریم که می‌شه:

$$V=at+V_0 \rightarrow 4=a\times 2+0 \rightarrow a=2\frac{m}{s^2}$$

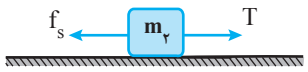
حالا با داشتن شتاب، قانون دوم نیوتون رو برای دستگاه می‌نویسیم:

$$m_1 g-f_k=(m_1+m_2)a \rightarrow 2\times 10-f_k=5\times 2 \rightarrow f_k=10N$$

حالا با توجه به رابطه‌ی نیروی اصطکاک می‌تونیم بنویسیم:

$$f_k=\mu_k N \rightarrow 10=\mu_k\times 3\times 10 \rightarrow \mu_k=\frac{1}{3}$$

۲۳۹ (۱) دستگاه در هر دو حالت ساکن است و نیروی اصطکاک برابر است با نیروی کش نخ:



$$F_{net}=0 \rightarrow T=f_s$$

از طرفی نیروی کشش نخ برابر است با نیروی وزن وزنه m_1 که در هر دو حالت ثابت است، پس نیروی اصطکاک هم ساکن می‌ماند. گذاشتن وزنه بر روی وزنه‌ی m_2، $f_{s,MAX}$ و f_k را افزایش می‌دهد در صورتی که جسم در هر دو حالت ساکن بوده و نیروی اصطکاک آن هم برابر نیروی وزن m_1 است و نیروی وزن m_1 هم ثابت مانده، پس گذاشتن وزنه بر روی وزنه‌ی m_2 تأثری در نیروی اصطکاک ندارد.

۲۴۰ (۳) اول از همه با توجه به رابطه‌ی مستقل از زمان، شتاب دستگاه رو به دست میاریم که می‌شه:

$$V^2-V_0^2=2a\Delta x \rightarrow 0-1^2=2a\times 1/5 \rightarrow a=-\frac{1}{3}\frac{m}{s^2}$$

حالا قانون دوم نیوتون را برای دستگاه می‌نویسیم:

$$F_{net}=ma \rightarrow mg-\underbrace{f_k}_{\mu_k mg}=(m+M)a$$

$$\rightarrow 2\times 10-0/7\times M\times 10=(2+M)(-\frac{1}{3})$$

$$\rightarrow 20-7M=-\frac{2}{3}-\frac{M}{3} \rightarrow \frac{20}{3}M=\frac{62}{3}$$

$$\rightarrow M=\frac{62}{20}=\frac{31}{10}=3/1kg$$

۲۴۱ (۲) ابتدا مقدار $f_{s,MAX}$ رو به دست میاریم، اگر نیروهای

در جهت حرکت بزرگ‌تر از نیروهای در خلاف جهت حرکت بودند، دستگاه حرکت می‌کند و اگر نیروهای در جهت حرکت کوچک‌تر یا مساوی نیروهای در خلاف جهت حرکت بودند دستگاه به صورت ساکن خواهد بود. حالا بریم مقدار $f_{s,MAX}$ که در خلاف جهت حرکت است رو به دست بیاریم:

$$f_{s,MAX} = \mu_s N = ۰/۵ \times ۳ \times ۱۰ = ۱۵N$$

نیروی در جهت حرکت هم نیروی وزن جسم $m_۱$ است که برابر است با:

$$w_۱ = m_۱ g = ۲ \times ۱۰ = ۲۰N$$

پس نیروی در جهت حرکت بزرگ‌تر از نیروی در خلاف جهت حرکت است و وزنه‌ها در حال حرکت هستند و نیروی اصطکاک بین وزنه‌ی $m_۱$ با سطح افق برابر می‌شه با :

$$f_k = \mu_k N = ۰/۴ \times ۳ \times ۱۰ = ۱۲N$$

۲۴۲ (۳) چون وزنه‌ها با سرعت ثابت در حال حرکت هستند برایند نیروهای وارد بر آن برابر صفر است و می‌تونیم بنویسیم:

$$F_{net} = ۰ \rightarrow m_۱ g - f_k = ۰ \rightarrow f_k = ۴۰ \times ۱۰ = ۴۰۰N$$

نیروی عمودی سطح جسم $m_۱$ هم برابر است با:

$$N_۱ = m_۱ g = ۳۰ \times ۱۰ = ۳۰۰N$$

حالا برایند این نیروها برابر می‌شه با:

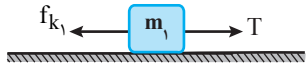
$$R = \sqrt{f_k^۲ + N_۱^۲} = \sqrt{(۴۰۰)^۲ + (۳۰۰)^۲} = ۵۰۰N$$

۲۴۳ (۲) ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب دستگاه رو به دست میاریم که می‌شه:

$$m_۳ g - f_{k_۲} - f_{k_۱} = (m_۱ + m_۲ + m_۳)a$$

$$\rightarrow ۲۰ - ۰/۲ \times ۲ \times ۱۰ - ۰/۱ \times ۱ \times ۱۰ = ۵a \rightarrow a = \frac{۱۵}{۵} = ۳\frac{m}{s^۲}$$

حالا جسم $m_۱$ رو به عنوان یک دستگاه در نظر می‌گیریم و با توجه به قانون دوم نیوتون می‌تونیم بنویسیم:



$$F_{net} = m_۱ a \rightarrow T - f_k = m_۱ a$$

$$\rightarrow T - ۱ = ۱ \times ۳ \rightarrow T = ۴N$$

۲۴۴ (۲) اول از همه باید ببینیم که نیروهای در جهت حرکت که نیروی وزن جسم $m_۳$ هستش می‌تونه بر نیروهای در خلاف جهت حرکت، یعنی $f_{s_۱,MAX}$ و $f_{s_۲,MAX}$ غلبه کنه یا نه که باید بررسی کنیم.

$$f_{s_۱,MAX} = \mu_{s_۱} N_۱ = ۰/۵ \times ۲ \times ۱۰ = ۱۰N$$

$$f_{s_۲,MAX} = \mu_{s_۲} N_۲ = ۰/۵ \times ۴ \times ۱۰ = ۲۰N$$

پس جسم در حال حرکت می‌باشد و با توجه به قانون دوم نیوتون شتاب دستگاه رو به دست میاریم:

$$F_{net} = ma \rightarrow m_۳ g - f_{k_۱} - f_{k_۲} = (m_۱ + m_۲ + m_۳)a$$

$$\rightarrow ۴ \times ۱۰ - ۰/۲ \times ۲ \times ۱۰ - ۰/۴ \times ۴ \times ۱۰ = ۱۰a \rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

حالا جسم $m_۳$ رو به عنوان یک دستگاه در نظر می‌گیریم و قانون دوم نیوتون را برای آن می‌نویسیم:

$$F_{net} = m_۳ a \rightarrow m_۳ g - T = m_۳ a$$

$$\rightarrow ۴ \times ۱۰ - T = ۴ \times ۲ \rightarrow T = ۳۲N$$

۲۴۵ (۳) جسم در آستانه‌ی حرکت می‌باشد، نیروی اصطکاک $f_{s,MAX}$ خواهد بود. حالا یک‌بار فرض می‌کنیم جسم $m_۲$ در آستانه‌ی حرکت به سمت پایین است و یک‌بار هم فرض می‌کنیم جسم $m_۲$ در استانه‌ی حرکت به سمت بالا است.

حالت اول: $m_۲ g - f_{s,MAX} - F = ۰$

$$\rightarrow ۱۰ - f_{s,MAX} - ۲۰۰ = ۰ \rightarrow f_{s,MAX} = ۸N$$

حالت دوم: $F' - f_{s,MAX} - m_۲ g = ۰$

$$\rightarrow F' = ۸ - ۱۰ = ۰ \rightarrow F' = ۱۸N$$

$$\Delta F = F' - F = ۱۸ - ۲ = ۱۶N$$

۲۴۶ (۳) بچه‌ها! اگه یادتون باشه گفتیم که قرقره جهت نیرو را تغییر می‌ده و اندازه‌ی آن را تغییر نمی‌دهد. از طرفی نیروی وزن جسم ۵ کیلوگرمی بیش‌تر از مجموع نیروی $F = ۳۰N$ و نیروی اصطکاک بین سطح با جسم ۳ کیلوگرمی است و با توجه به قانون دوم نیوتون می‌تونیم بنویسیم:

$$F_{net} = ma \rightarrow m_۱ g - f_k - F = (m_۱ + m_۲)a$$

$$\rightarrow ۵۰ - \frac{۴}{۳۰} \times ۳ \times ۱۰ - ۳۰ = ۸a \rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

پس جسم ۵ کیلوگرمی با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ به سمت پایین در حال حرکت است.

۲۴۷ (۳) اول از همه نیروی اصطکاک رو حساب می‌کنیم که در رابطه‌های دیگه رابطه‌شو ننویسیم: $f_k = \mu_k N = ۰/۲ \times ۳ \times ۱۰ = ۶N$

حالا برای حالت اول قانون دوم نیوتون رو می‌نویسیم:

$$F_{net} = ma \rightarrow m_۱ g - f_k - F = (m_۱ + m_۲)a$$

$$\rightarrow ۲۰ - ۶ - F = ۵ \times ۲ \rightarrow F = ۴N$$

حالا در حالت دوم نیروی F رو نصف می‌کنیم $F' = \frac{۱}{۲}F = ۲N$ و با نوشتن قانون دوم نیوتون شتاب در اون حالت برابر می‌شه با:

$$F_{net} = ma \rightarrow m_۱ g - f_k - F' = (m_۱ + m_۲)a$$

$$\rightarrow ۲۰ - ۶ - ۲ = ۵ \times a \rightarrow a = \frac{۱۲}{۵} = ۲/۴\frac{m}{s_۲}$$

۲۴۸ (۴) اول از همه نیروی اصطکاک جسم $m_۲$ با سطح افق رو به‌دست میاریم. $f_k = \mu_k N = ۰/۲ \times ۴ \times ۱۰ = ۸N$

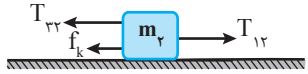
حالا با نوشتن قانون دوم نیوتون برای دستگاه، شتاب دستگاه رو به دست میاریم که می‌شه:

$$F_{net} = ma \rightarrow m_۱ g - f_k - m_۳ g = (m_۱ + m_۲ + m_۳)a$$

$$\rightarrow ۳۰ - ۸ - ۱۰ = ۸ \times a \rightarrow a = \frac{۱۲}{۸} = \frac{۳}{۲} = ۱/۵\frac{m}{s^۲}$$

حالا جسم $m_۲$ رو به عنوان یک دستگاه در نظر می‌گیریم و قانون دوم

نیوتون رو برای آن می‌نویسیم:



$$F_{net} = ma \rightarrow T_{۱۲} - T_{۳۲} - f_k = m_۲a$$
$$\rightarrow T_{۱۲} - T_{۳۲} - ۸ = ۴ \times ۱/۵ \rightarrow T_{۱۲} - T_{۳۲} = ۱۴N$$

۲۴۹ **۳** زمانی نخ رابط بین دو جسم شل می‌شود که نیرویی به آن‌ها وارد نشود. برای اینکه نخ شل نشود باید $T > ۰$ باشد. پس با نوشتن قانون دوم نیوتون می‌تونیم حدود شتاب رو به دست بیاریم که می‌شه:

$$m_۲g - T = m_۲a \rightarrow T = m_۲g - m_۲a \xrightarrow{T>۰}$$
$$(g - a) > ۰ \rightarrow a < ۱۰ \frac{m}{s^۲}$$

حالا اگه قانون دوم نیوتون رو برای کل دستگاه بنویسیم می‌شه:

$$F_{net} = ma \rightarrow m_۲g + F = (m_۱ + m_۲)a \rightarrow ۲۰ + F = (۵)a$$
$$\rightarrow a = \frac{۲۰+F}{۵} \xrightarrow{a<۱۰\frac{m}{s^۲}} \frac{۲۰+F}{۵} < ۱۰$$
$$\rightarrow ۲۰ + F < ۵۰ \rightarrow F < ۳۰N$$

۲۵۰ **۳** قانون دوم نیوتون رو یک‌بار برای حالت اول و یک‌بار هم برای حالت دوم می‌نویسیم.

حالت اول :
$$F_{net} = ma \rightarrow m'g - f_k = (m + m')a$$
$$\rightarrow \frac{۳}{۲}mg - \mu_k mg = \frac{۵}{۲}m\frac{g}{۲} \rightarrow \mu_k = \frac{۳}{۲} - \frac{۵}{۴} = \frac{۱}{۴}$$

حالا یک‌بار هم برای حالت دوم می‌نویسیم که می‌شه:

$$F_{net} = ma \rightarrow mg - f_k = (m + m')a$$
$$\rightarrow mg - \mu_k \times \frac{۳}{۲}mg = \frac{۵}{۲}ma \rightarrow g - \frac{۱}{۴} \times \frac{۳}{۲}g = \frac{۵}{۲}a$$
$$\rightarrow \frac{۵}{۸}g = \frac{۵}{۲}a \rightarrow a = \frac{۱}{۴}g$$

۲۵۱ **۲** شتاب در حالت اولیه از رابطه‌ی زیر به دست میاد:

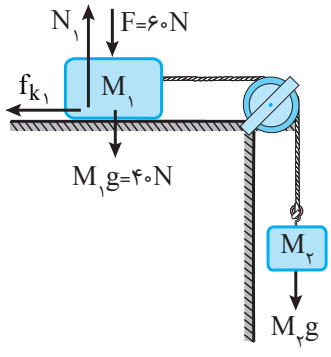
$$a = \frac{m_۲g + F}{m_۱ + m_۲}$$

و در حالت دوم رابطه‌ی آن برابر می‌شود با:

$$a' = \frac{m_۲g + m'g}{m_۱ + m_۲ + m'}$$

مقدار صورت کسر در هر دو حالت با هم برابر است چون $F = m'g$ می‌باشد. اما در حالت دوم مقدار کسر بیش‌تر شده پس در نتیجه با ثابت ماندن صورت کسر و بیش‌تر شدن مخرج، مقدار شتاب هم کاهش می‌یابد.

۲۵۲ **۱** تا زمانی که نیروی قائم F به جسم اثر می کند، جسم با سرعت ثابت حرکت می کند، پس برایند نیروهای وارد بر جسم ها برابر صفر است و می تونیم بنویسیم:



$$N_{۱,net} = ۰ \rightarrow N_۱ = F + M_۱g = ۶۰ + ۴۰ = ۱۰۰N$$
$$f_{K۱} = \mu_k N_۱ = ۰/۲ \times ۱۰۰ = ۲۰N$$
$$F_{net,\text{دستگاه}} = ۰ \rightarrow M_۲g = f_{k۱} \rightarrow M_۲g = ۲۰N$$
$$\rightarrow ۱۰M_۲ = ۲۰ \rightarrow M_۲ = ۲kg$$

بعد از حذف نیروی F، اصطکاک کاهش می‌یابد و دستگاه با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند که مقدار آن برابر می شه با:

$$N'_۱ = mg = ۴۰N$$
$$f'_{k۱} = \mu_k N'_۱ = ۰/۲ \times ۴۰ = ۸N$$
$$a = \frac{M_۲g - f'_{k۱}}{M_۱ + M_۲} = \frac{۲۰-۸}{۴+۲} = \frac{۱۲}{۶} \rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

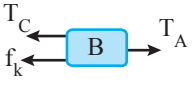
۲۵۳ **۳** کم‌ترین مقدار F زمانی است که جسم در آستانه‌ی حرکت به سمت راست می‌باشد و بیش‌ترین مقدار F هم، زمانی خواهد بود که جسم در آستانه‌ی حرکت به سمت چپ باشد که ما این دو مقدار رو به دست میاریم و اگه F بین این دو مقدار باشد، دستگاه در حالت تعادل خواهد بود.

حالت اول: $F_{net} = ۰ \rightarrow m_۱g - f_{s,max} - F = ۰$
$$\rightarrow ۲۰ - \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۱۰ - F = ۰ \rightarrow F = ۵N$$

حالت دوم: $F_{net} = ۰ \rightarrow F - f_{s,max} - m_۱g = ۰$
$$\rightarrow F - ۱۵ - ۲۰ = ۰ \rightarrow F = ۳۵N$$

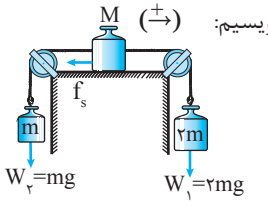
پس $۵ \le F \le ۳۵$ می‌تواند باشد.

۲۵۴ **۲** بردار نیروهای وارد بر جسم B رو رسم می‌کنیم و سپس برایند نیروهای وارد بر جسم رو می‌نویسیم و شتاب جسم B به دست میاد و چون تمامی جسم‌ها با هم حرکت می‌کنند، شتاب حرکت تمامی آن‌ها با هم برابر است



$$T_A - T_B - f_k = m_B a \rightarrow ۲۰ - \mu_k N = ۲ \times a$$
$$\rightarrow ۲۰ - ۰/۵ \times ۲۰ = ۲a \rightarrow ۱۰ = ۲a \rightarrow a = ۵\frac{m}{s^۲}$$

۲۵۵ **۳** چون نیروی وزن جسم $۲m$ بزرگ‌تر از نیروی وزن m است، اگر جسم $۲m$ که بر روی سطح افقی قرار دارد بدون اصطکاک بود، دستگاه به سمت راست حرکت می‌کرد، پس جهت نیروی اصطکاک به سمت چپ خواهد بود، پس می‌تونیم بنویسیم:



$$F_{net} = ۰ \rightarrow ۲mg - f_s - mg = ۰$$
$$\rightarrow f_s = mg$$

از طرفی $f_s \le f_{s,MAX}$ می‌باشد و با توجه به رابطه‌ی $f_{s,MAX}$ می‌تونیم بنویسیم:

$$f_s \le \mu_s \times ۲mg \xrightarrow{f_s = mg} mg \le \mu_s \times ۲mg \rightarrow \mu_s \ge \frac{۱}{۲} = ۰/۵$$

پس حداقل مقدار μ_s برابر با ۰/۵ می‌باشد.

۲۵۶ **۱** ابتدا شتاب حرکت دستگاه رو پس از حذف جسم m_3 به دست میاریم که می‌شه:

$$F_{net} = ma \rightarrow m_2 g - f_k = (m_1 + m_2)a$$

$$\rightarrow 10 - \frac{1}{2} \times 4 \times 10 = 5a \rightarrow a = \frac{-10}{5} = -2\frac{m}{s^2}$$

علت منفی شدن شتاب این است که نیروهای در خلاف جهت حرکت بزرگ‌تر از نیروهای در جهت حرکت هستند و این موضوع باعث متوقف شدن دستگاه می‌شود که با توجه به رابطه‌ی سرعت- زمان و اینکه سرعت دستگاه در لحظه‌ی حذف جسم m_3، $8\frac{m}{s}$ می‌باشد می‌تونیم بنویسیم:

$$V = at + V_0 \rightarrow 0 = -2 \times t + 8 \rightarrow t = 4s$$

۲۵۷ **۲** جسم m_2 پس از ۲ متر جابه‌جایی به سطح زمین می‌رسد و دیگر نمی‌تواند نخ را بکشد و پس از آن نیروی کشش نخ برابر صفر می‌شود و جسم m_1 پس از آن به خاطر سرعتی که گرفته است مقداری به حرکت خود ادامه می‌دهد تا توقف کند. حالا اول از همه شتاب دستگاه رو حساب می‌کنیم تا سرعت جسم m_1 رو پس از ۲ متر جابه‌جایی به دست بیاریم که می‌شه:

$$F_{net} = ma \rightarrow m_2 g - f_k = (m_1 + m_2)a$$

$$\rightarrow 15 - 0/5 \times 1 \times 10 = 2/5a \rightarrow a = 4\frac{m}{s^2}$$

حالا با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان، سرعت جسم رو پس از ۲ متر جابه‌جایی به دست میاریم:

$$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow V^2 - 0^2 = 2 \times 4 \times 2 \rightarrow V = 4\frac{m}{s}$$

حالا زمانی که جسم m_2 به سطح زمین می‌رسه فقط نیروی اصطکاک به جسم m_1 اثر وارد می‌کند که اون هم در خلاف جهت حرکت است که با نوشتن قانون دوم نیوتون، شتاب حرکت جسم در این حالت به دست میاد که می‌شه:

$$F_{net} = m_1 a' \rightarrow -f_k = m_1 a' \rightarrow -0/5 \times 1 \times 10 = 1 \times a$$

$$\rightarrow a = -5\frac{m}{s^2}$$

حالا با توجه به رابطه‌ی $x_{\text{توقف}} = \left|\frac{V^2}{2a}\right|$، مسافتی که m_1 طی می‌کند تا متوقف شود به دست میاد:

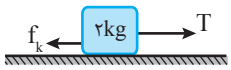
$$x_{\text{توقف}} = \left|\frac{4^2}{2(-5)}\right| = \frac{16}{10} = 1/6m$$

پس جسم m_1 در مجموع به اندازه‌ی $\Delta x = \Delta x + x_{\text{توقف}} = 2 + 1/6 = 3/6m$ در سطح افقی جابه‌جا شده است.

۲۵۸ **۴** چون قرقره ثابت است، نیروی نخ در تمامی نقاط یکسان است. نیروی وزن جسم ۱ کیلوگرمی برابر با ۱۰N است و نیروی کشش نخ برابر با ۹ نیوتون می‌باشد، اگر قانون دوم نیوتون را برای جسم ۱ کیلوگرمی بنویسیم، شتاب دستگاه برابر می‌شه با:

$$F_{net} = ma \rightarrow 10 - 9 = 1 \times a \rightarrow a = 1\frac{m}{s^2}$$

حالا قانون دوم نیوتون رو برای جسم ۲ کیلوگرمی می‌نویسیم که می‌شه:



$$F_{net} = ma \rightarrow T - f_k = ma$$

$$9 - \mu_k \times 2 \times 10 = 2 \times 1 \rightarrow \mu_k = \frac{7}{20}$$

۲۵۹ **۱** کافیه شتاب رو در هر دو حالت به دست بیاریم و با توجه به آن، نیروی کشش نخ رو حساب کنیم.

حالت اول: $a = \frac{m_1 g}{m_1 + m_2}$

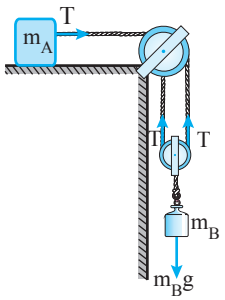
$$T = m_2 a = \frac{m_2 m_1 g}{m_1 + m_2}$$

حالت دوم: $a' = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2}$

$$T' = m_1 a' = \frac{m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

همون‌طور که مشاهده کردید، نیروی کشش نخ در هر دو حالت با هم برابر شد.

۲۶۰ **۱** جسم B قرقره‌ی متحرک متصل شده است پس سرعت، شتاب و جابه‌جایی آن، نصف سرعت، شتاب و جابه‌جایی جسم A می‌باشد و می‌تونیم بنویسیم:



$$\left.\begin{aligned} F_{net,A} &= m_A a_A \rightarrow T = m_A a_A \\ F_{net,B} &= m_B a_B \rightarrow m_B g - 2T = m_B \frac{a_A}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\rightarrow m_B g - 2(m_A a_A) = m_B \frac{a_A}{2}$$

$$\rightarrow 10 - 4a_A = \frac{a_A}{2} \rightarrow 4/5a_A = 10$$

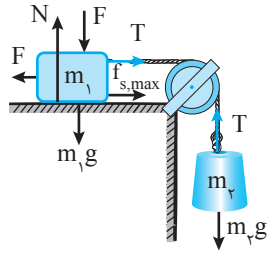
$$\rightarrow a_A = \frac{10}{4/5}\frac{m}{s^2} \rightarrow a_B = \frac{5}{4/5}\frac{m}{s^2}$$

حالا از رابطه‌ی سرعت- زمان کمک می‌گیریم:

$$V_A = a_A t_A + V_0 \rightarrow 10 = \frac{10}{4/5} t_A + 0 \rightarrow t_A = 4/5s$$

$$V_B = a_B t_B + V_0 \rightarrow 10 = \frac{10}{4/5} t_B + 0 \rightarrow t_B = 9s$$

۲۶۱ **۲** دستگاه به حالت ساکن است و برای جسم m_2 می‌تونیم بنویسیم:



$$T = m_2g = 4 \times 10 = 40N$$

از طرفی چون جسم m_2 در آستانه‌ی حرکت به طرف بالا قرار می‌گیرد، پس جسم m_1 در آستانه‌ی حرکت به سمت چپ خواهد بود که در این صورت نیروی اصطکاک ایستایی در آستانه‌ی حرکت به سمت راست قرار می‌گیرد و می‌تونیم بنویسیم:

$$F_{net,y} = 0 \rightarrow m_1g + F - N = 0 \rightarrow N = F + m_1g = F + 20$$

$$F_{net,x} = 0 \rightarrow F - T - f_{s,MAX} = 0 \rightarrow F = T + \mu_s N$$

$$\rightarrow F = 40 + 0/4(F + 20) \rightarrow F = 40 + 0/4F + 8$$

$$\rightarrow 0/6F = 48 \rightarrow F = 80N$$

۲۶۲ **۲** چون وزنه‌ها بر روی هم نمی‌لغزند، شتاب هر دو وزنه‌ها با هم برابر است و با توجه به قانون دوم نیوتون، شتاب وزنه‌ها برابر می‌شه با:

$$a = \frac{F}{m_A + m_B} = \frac{6}{2+1} = 2\frac{m}{s^2}$$

جسم A به سمت راست حرکت می‌کنه و نیروی اصطکاکی که از طرف جسم A به جسم B وارد می‌شه باعث می‌شه که جسم B رو هم به حرکت دربیاره و مانع لغزش اون بشه که با توجه به قانون دوم نیوتون، نیروی اصطکاک برابر می‌شه با:

$$f_{sB} = m_B a = 1 \times 2 = 2N$$

۲۶۳ **۱** اول از همه فرض می‌کنیم که جسم‌ها بر روی هم نمی‌لغزند و شتاب دستگاه رو به دست میاریم:

$$a = \frac{F - f_k}{(m_A + m_B)} = \frac{F - \mu_k N_A}{m_A + m_B} = \frac{F - \mu_k (m_A + m_B)}{m_A + m_B}$$

$$\rightarrow a = \frac{34 - 0/25 \times (3+1) \times 10}{3+1} = \frac{24}{4} = 6\frac{N}{kg}$$

با داشتن شتاب اگر قانون دوم نیوتون رو برای جسم B بنویسیم، نیروی اصطکاک بین دو جسم برابر می‌شه با:

$$f_s = m_B a = 1 \times 6 = 6N$$

حالا باید $f_{s,MAX}$ رو به دست بیاریم و با f_s مقایسه کنیم.

$$f_{s,MAX} = \mu_s N_B = 0/5 \times 1 \times 10 = 5N$$

چون $f_s > f_{s,MAX}$ است، پس دو جسم بر روی هم می‌لغزند و نیروی اصطکاک بین آن‌ها از رابطه‌ی $f_k = \mu_k N$ به دست میاد که می‌شه:

$$f_k = \mu_k N_B = 0/25 \times 1 \times 10 = 2/5N$$

۲۶۴ **۲** اول از همه فرض می‌کنیم جسم بر روی ارابه نمی‌لغزد و شتاب دستگاه رو به دست میاریم که می‌شه:

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{5}{4+16} = \frac{1}{4}\frac{m}{s^2}$$

از طرفی نیروی اصطکاک بین جسم و ارابه باعثِ به حرکت در آوردن ارابه می‌شود و با توجه به قانون دوم نیوتون می‌تونیم بنویسیم:

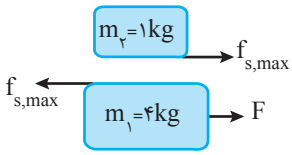
$$f_s = m_2 a = 16 \times \frac{1}{4} = 4N$$

حالا مقدار $f_{s,MAX}$ رو به دست میاریم و با مقدار f_s مقایسه می‌کنیم تا ببینیم جسم بر روی ارابه لغزیده است یا نه. در این سؤال ضریب اصطکاک ایستایی رو نداده و ضریب اصطکاک جنبشی رو داده و چون $f_{s,MAX} > f_k$ می‌باشد می‌تونیم بنویسیم:

$$f_k = \mu_k N_1 = \frac{1}{4} \times 4 \times 10 = 10N$$

$f_s < f_k$ است پس $f_s < f_{s,MAX}$ خواهد بود و می‌توان گفت جعبه روی ارابه ساکن می‌ماند و ارابه و جعبه با یک شتاب به حرکت در می‌آیند.

۲۶۵ **۴** با وارد شدن حداکثر نیروی F به شرط اینکه دو جسم نسبت به هم نلغزند نیروی اصطکاک بین دو جسم برابر با $f_{s,MAX}$ خواهد بود. حالا اگه قانون دوم نیوتون رو برای جسم m_2 بنویسیم می‌شه:



$$f_{s,MAX} = m_2 a_{MAX} \rightarrow \mu_s m_1 g = m_1 a_{MAX}$$

$$\rightarrow a_{MAX} = \mu_s g = 0/5 \times 10 = 5\frac{m}{s^2}$$

با وارد شدن حداکثر نیرو، شتاب هم حداکثر می‌شود و با توجه به قانون دوم نیوتون می‌تونیم بنویسیم:

$$F_{MAX} = (m_1 + m_2) a_{MAX} \rightarrow F_{MAX} = (4+1) \times 5 = 25N$$

۲۶۶ **۳** بچه‌ها! یکی از نکات مهم در این قسمت رسم صحیح نیروها هستش. ابتدا بردار نیروهای وارد بر جسم A را رسم می‌کنیم که مطابق شکل مشاهده می‌کنید که T نیروی کشش نخ، N_A نیروی عمودی سطح است که جسم B به A وارد می‌کنه و $m_A g$ که نیروی وزن جسم است و با کشیده شدن جسم B به سمت چپ نیروی اصطکاک از طرف جسم B به جسم A در جهت چپ جسم وارد می‌شه. حالا بردار نیروهای وارد بر جسم B رو رسم می‌کنیم که f_B نیروی اصطکاکی است که از طرف زمین به جسم وارد شده، $m_B g$ نیروی وزن جسم است، N_B نیروی عمودی سطح است از طرف سطح به جسم وارد شده و می‌مونه دو تا نیروی مهم که خیلی از بچه‌ها حواسشون نمی‌شه رسم کنن و در محاسبات در نظر بگیرن. یدونه f'_A که عکس‌العمل نیروی f_A هستش و یدونه هم نیروی N'_A که عکس‌العمل نیروی N_A هستش. حالا با دونستن این نیروها برای اینکه جسم B رو از زیر جسم A بکشیم باید: