



عبارت‌های جبری

ارزیابی پیشرفت

گام اول: میزان تسلط خود را با رنگ مشخص کنید.

آبی: مسلطم / سبز: نسبتاً مسلطم / زرد: مسلط نیستم

گام‌های بعدی: اگر در گام اول دانش خود را در حد رنگ زرد ارزیابی کردید اما در نوبت‌های بعدی پیشرفت کردید، می‌توانید خانه‌های سبز یا آبی را رنگ کنید. هرگاه به رنگ‌ها نگاه کنید متوجه می‌شوید در کدام قسمت‌ها نیاز به تمرین بیش‌تر دارید.

درخت دانش

آبی سبز زرد

چند اتحاد جبری و کاربردها
(۱۱۰ سؤال شناسنامه‌دار)

- اتحاد مربع، مزدوج و جمله مشترک (۱۰)
- مثلث خیام (۲۰)
- اتحاد مکعب، اتحاد تفاضل یا مجموع مکعب دو جمله‌ای (۲۰)
- تجزیه عبارت‌های جبری (۲۰)

آبی سبز زرد

عبارت‌های گویا
(۱۰۰ سؤال شناسنامه‌دار)

- محدوده تعریف عبارت‌های گویا (۲۰)
- ساده کردن عبارت‌های گویا (۲۰)
- جمع و تفریق عبارت‌های گویا (۲۰)
- ترکیبی (۲۰)

آبی سبز زرد

آزمون جمع‌بندی در پایان فصل (۲۰)

۲۲۰ سؤال شناسنامه‌دار
۹ پیمانه ۲۰ تایی
۵ پیمانه ۱۰ تایی
۲۱۰ سؤال در متن
+
۲۰ سؤال جمع‌بندی در پایان فصل

۶۹ سؤال از آزمون‌های کانون

۴۸ سؤال از کنگورهای سراسری

۱۱۳ سؤال طراحی شده از کتاب درسی
این سؤال‌ها برای پوشش مطالب کتاب درسی طراحی شده‌اند.

عبارت‌های جبری
(۲۲۰ سؤال شناسنامه‌دار)

۵ مفهوم کلیدی
عبارت‌های جبری

اتماد مربع - فاکتورگیری - اتماد جمله مشترک - اتماد مزدوج - مثلث فیاه



هند اتماد جبری و کاربردها

اتماده: به هر تساوی بین دو عبارت جبری که به ازای همه مقادیری که به جای متغیرهایشان قرار می‌دهیم، برقرار باشند، اتحاد می‌گوئیم.

مثال: برای اینکه دو عبارت جبری $3x^2 < (b+2)x < c$ و $(a+1)x^2 < 3x < 4$ متحد باشند، حاصل a, b, c را به دست آورید.

پاسخ: برای اینکه دو عبارت جبری متحد باشند، یعنی تساوی آنها اتحاد باشد، داریم:

$$3Na > 1 \text{ و } aN4$$

$$3x^2 < (b+2)x < c \text{ و } (a+1)x^2 < 3x < 4$$

$$b > 2 \text{ و } bN5$$

$$cN4$$

با اتحادهای مربع دو جمله‌ای، مزدوج و اتحاد جمله مشترک در ریاضی نهم آشنا شده‌اید که به تفضیل به آنها می‌پردازیم:

۱- اتماد مربع دو جمله‌ای: این نوع اتحاد به یکی از دو صورت زیر است:

۱) $(a < b)^2 \text{ و } a^2 < 2ab < b^2$

۲) $(a > b)^2 \text{ و } a^2 > 2ab > b^2$

مثال: مثال‌هایی از اتحاد مربع دو جمله‌ای در زیر آمده است:

الف) $(x > 1)^2 \text{ و } x^2 > 2x > 1$

ب) $(2x > \sqrt{3})^2 \text{ و } (2x)^2 > 2\sqrt{3}x > 3$

پ) $(x^2 < \frac{1}{4})^2 \text{ و } (x^2)^2 < 2(\frac{1}{4})x^2 < \frac{1}{4}$

ت) $(x < \frac{3}{2y})^2 \text{ و } (x)^2 < 2(\frac{3}{2y})x < \frac{9}{4y^2}$

نکته: با استفاده از این اتحاد می‌توان بعضی از محاسبات عددی را نیز به راحتی انجام داد. به نمونه زیر دقت کنید.

$$99^2 \text{ و } (100 > 1)^2 \text{ و } (100)^2 > 2 \cdot 100 > 1$$

مثال: حاصل عبارت A را طوری بیابید که عبارت $A < y^4$ به یک اتحاد مربع دو جمله‌ای تبدیل شود.

پاسخ: چون مربع جمله $3xy$ که برابر $9x^2y^2$ و مربع جمله y^2 که برابر y^4 است در عبارت وجود دارد، برای تبدیل به اتحاد مربع کافی است که مثبت یا منفی حاصل ضرب دو برابر آنها در عبارت وجود داشته باشد.

$$\underbrace{9x^2y^2}_{\text{مربع } 3xy} < \underbrace{A}_E < \underbrace{y^4}_{\text{مربع } y^2}$$

$$A \text{ و } 2(3xy)(y^2) \text{ و } 6xy^3$$

نتایج مهمی که از اتحاد مربع به دست می آید:

(۱) اگر در اتحاد مربع، عبارت $2ab$ را به طرف چپ تساوی منتقل کنیم، به تساوی های زیر می رسیم:

$$(a < b)^2 \wedge a^2 < 2ab < b^2 \Leftrightarrow a^2 < b^2 \wedge (a < b)^2 > 2ab$$

$$(a > b)^2 \wedge a^2 > 2ab < b^2 \Leftrightarrow a^2 < b^2 \wedge (a > b)^2 < 2ab$$

کاربرد این نتیجه مهم را در مثال زیر می بینیم:

مثال: اگر $x < \frac{1}{2x} \wedge 5$ باشد، در این صورت حاصل $x^2 < \frac{1}{4x^2}$ کدام است؟

پاسخ: $x^2 < \frac{1}{4x^2} \wedge x^2 < (\frac{1}{2x})^2 \wedge (x < \frac{1}{2x})^2 > 2 \hat{I} (x) \hat{I} (\frac{1}{2x}) \wedge (x < \frac{1}{2x})^2 > 1 \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes \otimes (\frac{1}{2x})^2 > 1 \wedge 25 > 1 \wedge 24$

۲- اتحاد مربع سه جمله ای:

با استفاده از اتحاد مربع دو جمله ای، می توان اتحاد روبه رو را نیز نتیجه گرفت: $(a < b < c)^2 \wedge a^2 < b^2 < c^2 < 2ab < 2ac < 2bc$

که اگر جملات $a^2 < b^2 < c^2$ را در طرف راست تساوی نگاه داریم و باقی جملات را به طرف چپ منتقل کنیم، تساوی زیر حاصل می شود:

$$a^2 < b^2 < c^2 \wedge (a < b < c)^2 > 2ab > 2ac > 2bc$$

۳- اتحاد مزدوج:

یکی از پرکاربردترین نوع اتحادهاست که رابطه آن به صورت روبه رو است: $(a > b)(a < b) \wedge a^2 > b^2$ که در این رابطه پرانتزهای $(a < b)$ و $(a > b)$ را مزدوج یکدیگر می گویند.

در زیر مثال هایی از آن را می بینید:

الف) $(3x > y)(3x < y) \wedge (3x)^2 > (y)^2 \wedge 9x^2 > y^2$

ب) $(x > y > 2)(x < y < 2) \wedge (x > y)^2 > (2)^2 \wedge (x > y)^2 > 4$

پ) $(2 > \sqrt{3})(2 < \sqrt{3}) \wedge (2)^2 > (\sqrt{3})^2 \wedge 4 > 3 \wedge 1$

ت) $999 \hat{I} 1001 \wedge (1000 > 1)(1000 < 1) \wedge (1000)^2 > 1^2 \wedge 1000000 > 1 \wedge 999999$

۴- اتحاد جمله مشترک:

رابطه اتحاد جمله مشترک به صورت زیر است، دقت کنید در این نوع اتحاد در داخل هر پرانتز می بایست عبارت مشترکی وجود داشته باشد.

$$\left(\frac{x}{E} < a\right)\left(\frac{x}{E} < b\right) \wedge (x)^2 < (a < b)x < ab$$

جمله مشترک

مثال: به مثال های زیر دقت کنید:

الف) $\left(\frac{x}{E} > 2\right)\left(\frac{x}{E} < 3\right) \wedge (x)^2 < (>2 < 3)x < (>2) \hat{I} (3) \hat{I} (3) \wedge x^2 < x > 6$

جمله مشترک

ب) $\left(\frac{2x}{E} > 1\right)\left(\frac{2x}{E} > 4\right) \wedge (2x)^2 < (>1 > 4) \hat{I} (2x) < (>1) \hat{I} (>4) \wedge 4x^2 > 10x < 4$

جمله مشترک

پ) $(y < \frac{1}{E})(2y < \frac{1}{E}) \wedge (1)^2 < (y < 2y) \hat{I} (1) < (y) \hat{I} (2y) \wedge 1 < 2y < 2y^2$

جمله مشترک

۱. حاصل عبارت $(x^2 < 1)(x^2 > x) > \frac{1}{\sqrt{x}} < \sqrt{x}$ برابر است با: $(x \neq 0)$
- (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۰ کتاب درسی)
- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۱
۲. اگر $6ab \neq 9b^2 < a^2$ باشد، حاصل $a^2 > 9b^2$ کدام است؟
- (آزمون کانون دی ۹۴ پیش انسانی) (مکمل کار در کلاس صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۳ > (۴) ۴ صفر
۳. اگر $1 < A \neq 2x^2$ و $2 < B \neq 2x^2$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت $3B^2 > 3A^2 > 6AB$ کدام است؟
- (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- (۱) صفر (۲) > ۹ (۳) ۲۷ (۴) > ۲۷
۴. اگر $5 < y \neq 2x$ و $2 < xy \neq 2x$ باشد، در این صورت حاصل $\frac{y^2}{4} < x^2$ کدام است؟
- (آزمون کانون اردیبهشت ۹۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- (۱) $\frac{13}{4}$ (۲) ۱۳ (۳) $\frac{17}{4}$ (۴) ۱۷
۵. حاصل $101^2 < 99^2$ کدام است؟
- (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- (۱) ۱۹۹۹۸ (۲) ۲۰۰۰۲ (۳) ۲۰۰۰۰ (۴) ۱۹۶۰۲
۶. اگر $4 \neq \frac{3}{2x} > (\Delta x)$ باشد، حاصل $(\frac{9}{4x^2} < 25x^2)$ کدام است؟
- (سراسری انسانی ۹۵) (مکمل کار در کلاس صفحه ۱۰ کتاب درسی)
- (۱) ۲۴ (۲) ۲۹ (۳) ۳۱ (۴) ۳۲
۷. اگر $5 \neq \frac{1}{2x} < (3x)$ باشد، حاصل $(9x^2 < \frac{1}{4x^2})$ کدام است؟
- (سراسری خارج کشور انسانی ۹۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۰ کتاب درسی)
- (۱) ۱۸ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲
۸. اگر $5 < \frac{1}{x} \neq x$ باشد، حاصل $\frac{1}{x^2} < x^2 < (\sqrt{x} < \frac{1}{\sqrt{x}})$ کدام است؟
- (آزمون کانون ۲۰ اسفند ۹۵) (مکمل کار در کلاس صفحه ۱۰ کتاب درسی)
- (۱) ۲۳ (۲) ۲۷ (۳) ۳۰ (۴) ۳۴
۹. اگر $7 \neq x < \frac{1}{x}$ باشد، حاصل عبارت $\sqrt{x} < \frac{1}{\sqrt{x}}$ کدام است؟
- (مکمل کار در کلاس صفحه ۱۰ کتاب درسی)
- (۱) $\sqrt{7}$ (۲) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ (۳) ۳ (۴) $3\sqrt{7}$
۱۰. به ازای کدام مقدار m ، عبارت $mx < 9 < 4x^2$ به صورت مربع مجموع دو جمله است؟
- (سراسری انسانی ۷۷) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- (۱) -۶ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲
۱۱. کدام مقدار A ، عبارت $A < x^4 < 9x^2y^2$ را به صورت توان دوم یک دو جمله‌ای در می‌آورد؟
- (سراسری انسانی ۷۸) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- (۱) $3x^2y$ (۲) $6x^2y >$ (۳) $3x^2y^2$ (۴) $6x^2y^4$
۱۲. اگر عبارت $5x^2 < mx < 10$ به صورت توان دوم مجموع دو جمله باشد، m کدام می‌تواند باشد؟
- (سراسری انسانی ۷۴) (مکمل کار در کلاس صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- (۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $10\sqrt{2}$ (۴) $5\sqrt{2}$
۱۳. با افزودن کدام عدد به عبارت $\frac{1}{4} < 6x < 4x^2$ ، مربع یک دو جمله‌ای حاصل می‌شود؟
- (سراسری انسانی ۸۹) (مکمل کار در کلاس صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- (۱) ۲ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) ۶ (۴) ۱۲
۱۴. اگر $3 \neq 2b < a$ باشد، حاصل $4ab < 4b(b < 1) < a(a < 2)$ کدام است؟
- (سراسری انسانی خارج از کشور ۸۹) (مکمل کار در کلاس صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸
۱۵. ساده شده عبارت $(x > 3)^2 > (x < 2)^2$ کدام است؟
- (آزمون کانون اردیبهشت ۹۴) (مکمل کار در کلاس صفحه ۱۱ کتاب درسی)
- (۱) $4x$ (۲) $2(x > 1)$ (۳) $2x^2 < 8$ (۴) $5(2x > 1)$

۱۶. مجموع دو عبارت $(\sqrt{3} > 1)^2$ و $(\sqrt{3} < 1)^2$ چه قدر از حاصل ضرب این دو عبارت بیش تر است؟ (مکمل کار در کلاس صفحه ۱۰ کتاب درسی)

- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)

۱۷. اگر $a^2 > b^2$ و $b > a$ باشد، حاصل $a < b < 2ab < 1$ کدام است؟

(آزمون کانون ۵ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

- ۱۴ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴)

۱۸. اگر $A > B$ و $A^2 > B$ همواره برابر با کدام است؟

(آزمون کانون ۲۳ مرداد ۹۴) (مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

- (۱) $(x > 2)^2$ (۲) $x^2 > 2x > 1$ (۳) $x^2 < 4x < 2$ (۴) $(x < 2)^2$

(مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

۱۹. حاصل عبارت $\sqrt[3]{(998)^2} > (1002)^2$ کدام است؟

- ۸۰۰۰ (۱) ۸۰۰۰ (۲) ۲۰ (۳) > 20 (۴)

(مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

۲۰. حاصل عبارت $96^2 > 104 > 99^2$ کدام است؟

- ۲۱۷ (۱) > 217 (۲) > 183 (۳) ۱۸۳ (۴)

(مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

۲۱. حاصل عبارت $\frac{1}{9} < (x^8 < 1)(x^4 < 1)(x^2 < 1) < 1$ به ازای $x > 10$ کدام است؟

- ۱۰۱۶ (۱) $\frac{10^{16}}{9}$ (۲) ۱۰۱۵ (۳) $\frac{10^{15}}{9}$ (۴)

۲۲. در تساوی $x < 10^4 < 98 < 10^2 < 96 < 10^4 < 92 < 10^8$ مقدار x کدام است؟ (آزمون کانون ۱ مرداد ۹۵) (مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

- ۴۴ (۱) > 44 (۲) ۸۴ (۳) > 84 (۴)

(مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

۲۳. حاصل عبارت $(3x < 1)(1 > 2x)$ کدام است؟

- (۱) $> 6x^2 < 5x < 1$ (۲) $> 6x^2 < x < 1$ (۳) $> 6x^2 > x < 1$ (۴) $> 6x^2 < x > 1$

(مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

۲۴. با توجه به اتحاد جمله مشترک، در تساوی زیر به جای مربع چه عبارتی باید قرار گیرد؟

$(x^2 > 3)(x^2 < 7) < \square$

- (۱) $x^2 > 21$ (۲) $> 21x^2 < 4$ (۳) $4x^2 > 21$ (۴) $> 3x^2 < 7$

(مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

۲۵. حاصل عبارت $A < N(1 > x)(1 < x)(x^2 < 3)$ کدام است؟

- (۱) $x^4 < 2x^2 < 3$ (۲) $> x^4 > 2x^2 < 3$ (۳) $x^4 > 4x^2 < 3$ (۴) $> x^4 < 4x^2 > 3$

(مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

۲۶. اگر $a < 1$ و $(a > 1)(a < 2) < 40$ باشد، مقدار a چه قدر است؟

- ۴۳ (۱) ۴۲ (۲) ۴۱ (۳) ۴۰ (۴)

۲۷. از مستطیلی به ابعاد $x < 3$ و $x < 5$ یک مستطیل دیگر به ابعاد $x > 1$ و $x < 4$ را حذف کرده ایم، مساحت باقی مانده کدام است؟ (سراسری انسانی ۷۹) (مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

- ۴x < 17 (۱) 5x < 17 (۲) 4x < 19 (۳) 5x < 19 (۴)

۲۸. مجموع سه عدد a, b, c برابر ۱۱ و مجموع حاصل ضرب دوه دو آن ها برابر ۳ است. مجموع مجذورات این سه عدد کدام است؟ (سراسری خارج کشور انسانی ۹۱) (مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

- ۹۰ (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۱۰ (۳) ۱۱۵ (۴)

۲۹. حاصل عبارت $(a < b < c)^2 > (a < c)^2 < (b < c)^2 < (a < b)^2$ برابر است با:

- (۱) $a^2 < b^2 < c^2$ (۲) $ab < bc < ac$ (۳) $(a < b < c)^2$ (۴) $2(ab < bc < ac)$

(مرتبط با صفحه های ۱۰ تا ۱۲ کتاب درسی)

۳۰. حاصل عبارت $A < N(x > 1)(x < 2)(x > 3)(x < 4) < 25$ برابر با مربع کدام گزینه است؟

- (۱) $x^2 > x > 7$ (۲) $x^2 < x > 7$ (۳) $x^2 < x > 5$ (۴) $x^2 > x > 5$

✓ مثلث فیباچ:

به طور کلی برای به دست آوردن بسط عبارت دو جمله‌ای $(a < b)^n$ به ازای هر n طبیعی می‌توان از جدول زیر استفاده کرد.

۱	$(a < b)^0 N 1$
۱ ۱	$(a < b)^1 N 1a < 1b$
۱ ۲ ۱	$(a < b)^2 N 1a^2 < 2ab < 1b^2$
۱ ۳ ۳ ۱	$(a < b)^3 N 1a^3 < 3a^2b < 3ab^2 < 1b^3$
۱ ۴ ۶ ۴ ۱	$(a < b)^4 N 1a^4 < 4a^3b < 6a^2b^2 < 4ab^3 < 1b^4$
۱ ۵ ۱۰ ۱۰ ۵ ۱	$(a < b)^5 N 1a^5 < 5a^4b < 10a^3b^2 < 10a^2b^3 < 5ab^4 < 1b^5$
۱ ۶ ۱۵ ۲۰ ۱۵ ۶ ۱	$(a < b)^6 N 1a^6 < 6a^5b < 15a^4b^2 < 20a^3b^3 < 15a^2b^4 < 6ab^5 < 1b^6$

الگوی اعداد جدول سمت چپ به مثلث خیام معروف است.

🔗 نکات مهم در مورد مثلث فیباچ:

۱- عددهای هر سطر مثلث خیام در واقع ضریب‌های جملات عبارت جبری روبه‌رویش هستند.

۲- عددهای سطر n ام مثلث خیام، در واقع ضریب‌های عددی جملات بسط عبارت $(a < b)^{n>1}$ است.

به عنوان مثال: سطر پنجم مثلث خیام

$$(a < b)^{5>1} N (a < b)^4 N 1a^4 < 4a^3b < 6a^2b^2 < 4ab^3 < 1b^4$$

۳- در مثلث خیام برای به دست آوردن اعداد هر سطر به صورت زیر عمل می‌کنیم:

ابتدا و انتهای هر سطر عدد یک است و هر عدد از جمع ۲ عدد بالایی در سطر بالایی‌اش به دست می‌آید.

سطر ششم: $1 \ 5 \ 10 \ 10 \ 5 \ 1$

سطر هفتم: $1 \ 6 \ 15 \ 20 \ 15 \ 6 \ 1$

۴- مجموع اعداد سطر n ام مثلث خیام $2^{n>1}$ و از این نتیجه می‌گیریم مجموع ضرایب جملات عبارت $(a < b)^{n>1}$ برابر است با: $2^{n>1}$.

مجموع اعداد سطر پنجم یا $16 < 16 < 16 < 16 < 16 < 16 < 16$ یا مجموع اعداد سطر پنجم $16 < 16 < 16 < 16 < 16 < 16 < 16$

🔗 نکته ۱: دقت کنید مجموع اعداد سطر n ام مثلث ۲ برابر مجموع اعداد سطر $n > 1$ ام مثلث است.

🔗 نکته ۲: برای به دست آوردن بسط عبارت $(a > b)^n$ می‌توان آن را به صورت $(a < (>b))^n$ در نظر گرفت، به عنوان مثال بسط عبارت $(a > b)^4$ با استفاده از اعداد سطر پنجم مثلث به صورت زیر می‌باشد:

$$(a > b)^4 N (a < (>b))^4 N 1a^4 < 4(a > b) < 6(a > b)^2 < 4(a > b)^3 < 1(a > b)^4$$

$$N a^4 > 4a^3b < 6a^2b^2 > 4ab^3 < b^4$$

یکی از کاربردهای مثلث خیام به دست آوردن توان‌های عدد ۱۱ می‌باشد، برای به دست آوردن توان‌های ۱۱ تا توان چهارم کافی

است اعداد سطر اول تا پنجم مثلث را کنار هم دیگر بنویسیم و برای توان‌های بالاتر کافی است از بسط $(10 < 1)^n$ با استفاده از

مثلث خیام به طور مستقیم محاسبه را انجام داد:

$11^0 N 1$	۱
$11^1 N 11$	۱ ۱
$11^2 N 121$	۱ ۲ ۱
$11^3 N 1331$	۱ ۳ ۳ ۱
$11^4 N 14641$	۱ ۴ ۶ ۴ ۱

$$11^5 N (10 < 1)^5 N (10)^5 < 5 \bar{1} (10)^4 \bar{1} (1)^1 < 10 \bar{1} (10)^3 \bar{1} (1)^2 < 10 \bar{1} (10)^2 \bar{1} (1)^3 < 5 \bar{1} (10)^1 \bar{1} (1)^4 < (1)^5$$

$$N 100000 < 50000 < 10000 < 1000 < 50 < 1 N 161051$$

۱. ۳۱. مجموع اعداد سطر چهارم مثلث خیام کدام است؟
 ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)
 (مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۲. ۳۲. مجموع اعداد سطر $2n$ مثلث خیام ۸ برابر مجموع اعداد سطر n ام مثلث خیام است، در این صورت n کدام است؟
 ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)
 (مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۳. ۳۳. مجموع اعداد یکی از سطرهای مثلث خیام به جز اعداد ابتدا و انتهای سطر برابر ۶۲ است، در این صورت بزرگترین عدد سطر بعدی کدام است؟
 ۲۱ (۱) ۳۵ (۲) ۵۶ (۳) ۷۰ (۴)
 (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۴. ۳۴. اگر مجموع اعداد دو سطر متوالی در مثلث خیام ۹۶ باشد، در این صورت شماره سطرهای مورد نظر کدام است؟
 ۵ و ۴ (۱) ۶ و ۵ (۲) ۷ و ۶ (۳) ۸ و ۷ (۴)
 (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۵. ۳۵. مجموع اعداد سطر $n < 3$ مثلث خیام ۱۱۲ واحد از مجموع اعداد سطر n مثلث بیشتر است، در این صورت مجموع اعداد سطر n ام کدام است؟
 ۸ (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۶۴ (۴)
 (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۶. ۳۶. در مثلث خیام، اعداد موجود در یک سطر به ترتیب $x, y, 2x, 2x, x, y, x, 0, 5(x)$ می باشد. در این صورت $x < y$ کدام است؟
 ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)
 (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۷. ۳۷. اگر اعداد یک سطر مثلث خیام به صورت $1, x, y, z, y, x, 1$ باشد، در این صورت حاصل xyz کدام است؟
 ۶۰۰ (۱) ۷۵۰ (۲) ۱۲۰۰ (۳) ۱۸۰۰ (۴)
 (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۸. ۳۸. تفاضل مجموع اعداد سطرهای مثلث خیام که شامل عدد ۶ است، کدام است؟
 ۱۶ (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۶۴ (۴)
 (مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۹. ۳۹. ضریب جمله ab^3 در بسط عبارت $(a < b)^4$ کدام است؟
 ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)
 (مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۱۰. ۴۰. ضریب جمله a^3b^2 در عبارت $(a < b)^5$ کدام است؟
 ۴ (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴)
 (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۱۱. ۴۱. اگر عبارت $(a > b)^5$ را ساده کنیم، مجموع ضرایب کدام است؟
 ۱ (۱) ۱۲ (۲) ۳۲ (۳) ۳۲ > (۴)
 (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۱۲. ۴۲. حاصل عبارت $11 > 11^2 < 11^3 > 11^4$ کدام است؟
 ۱۲۴۲۰ (۱) ۱۳۴۲۰ (۲) ۱۴۵۶۰ (۳) ۱۵۶۷۰ (۴)
 (مکمل کار در کلاس ۲ صفحه ۱۴ کتاب درسی)
۱۳. ۴۳. حاصل عبارت $12^3 \cdot 12^4$ کدام است؟
 ۱۵۲۷۹ (۱) ۱۵۹۷۲ (۲) ۱۵۷۹۲ (۳) ۱۵۷۲۹ (۴)
 (مشابه کار در کلاس ۲ صفحه ۱۴ کتاب درسی)
۱۴. ۴۴. حاصل 11^5 کدام است؟
 ۱۴۰۶۴۱ (۱) ۱۶۱۰۵۱ (۲) ۱۱۶۰۵۱ (۳) ۱۰۴۴۶۱ (۴)
 (مکمل کار در کلاس ۲ صفحه ۱۴ کتاب درسی)
۱۵. ۴۵. در عبارت $(x < 1)^2 < (x > 1)^3 < (x < 1)^4$ ، ضریب x^2 کدام است؟
 ۱ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۱۱ (۴)
 (مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۱۶. ۴۶. در عبارت $(x < 1)^4 > (2x < 1)^5$ ، ضریب x^3 چقدر از ضریب x^4 بیشتر است؟
 ۳ (۱) ۳ > (۲) ۴۵ (۳) ۴۵ > (۴)
 (مشابه فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۱۷. ۴۷. در بسط دو جمله‌ای $(x < \frac{1}{2x})^6$ ، ضریب جمله مستقل از x کدام است؟
 ۱۵ (۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) ۳ (۴)
 (مرتبط با فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۱۸. ۴۸. در بسط دو جمله‌ای $(x > \frac{1}{\sqrt{x}})^5$ ، ضریب جمله x^2 کدام است؟
 ۵ (۱) ۱۰ (۳) ۵ > (۲) چنین جمله‌ای وجود ندارد. (۴)
 (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۱۹. ۴۹. در بسط دو جمله‌ای $(\sqrt{x} > \frac{1}{2x})^5$ ، ضریب جمله شامل عبارت x کدام است؟
 ۵ (۱) ۴ > (۲) ۱۰ > (۳) چنین جمله‌ای وجود ندارد. (۴)
 (مکمل فعالیت صفحه ۱۲ کتاب درسی)
۲۰. ۵۰. در بسط دو جمله‌ای $(2x^2 > \frac{1}{x})^6$ ، ضریب جمله مستقل از x کدام است؟
 ۱۹۲ > (۱) ۲۴۰ (۲) ۱۶۰ > (۳) ۶۰ (۴)

اتحاد مکعب مجموع (تفاضل) دو جمله‌ای (اتحاد مکعب): با استفاده از ضرایب سطر چهارم مثلث خیام، اتحاد مکعب مجموع (تفاضل) به یکی از دو صورت زیر می‌باشد:

$$(x < y)^3 \Rightarrow x^3 < 3x^2y < 3xy^2 < y^3$$

$$(x > y)^3 \Rightarrow x^3 > 3x^2y < 3xy^2 > y^3$$

که مثال‌هایی از این نوع اتحاد در زیر آمده است:

الف) $(2x > 1)^3 \Rightarrow (2x)^3 > 3 \cdot 1 \cdot (2x)^2 > 3 \cdot 1 \cdot (2x) > 1^3 \Rightarrow 8x^3 > 12x^2 > 6x > 1$

ب) $(x < \frac{1}{x})^3 \Rightarrow x^3 < 3x^2(\frac{1}{x}) < 3x(\frac{1}{x})^2 < (\frac{1}{x})^3 \Rightarrow x^3 < 3x < \frac{3}{x} < \frac{1}{x^3}$

ت) $99^3 \Rightarrow (100 > 1)^3 \Rightarrow (100)^3 > 3 \cdot 1 \cdot (100)^2 > 3 \cdot 1 \cdot (100) > 1^3 \Rightarrow 1000000 > 300000 > 300 > 1$
 $N 970299$

نتیجه مهمی که از این اتحاد به دست می‌آید به صورت زیر می‌باشد که با فاکتورگیری عبارت $3xy$ از سمت راست داریم:

$$x^3 < y^3 \Rightarrow (x < y)^3 > 3xy(x < y)$$

اتحاد مجموع (تفاضل) مکعب دو جمله‌ای (اتحاد چاق و لاغر): در اتحاد مکعب مجموع دو جمله اگر عبارت $3xy(x < y)$ را به طرف چپ تساوی ببریم و از عبارت $(x < y)$ فاکتور بگیریم به اتحاد زیر می‌رسیم:

$$(x < y)^3 \Rightarrow x^3 < y^3 < 3xy(x < y) \Leftrightarrow x^3 < y^3 \Rightarrow (x < y)^3 > 3xy(x < y) \Rightarrow (x < y)(x^2 > xy < y^2)$$

مثال: اگر $x < y \Rightarrow 5$ و $xy \Rightarrow 6$ ، در این صورت حاصل $x^3 < y^3$ کدام است؟

پاسخ: $90 \Rightarrow 35$ و $125 > 90 \Rightarrow 35$ $x^3 < y^3$

به طور کلی اتحاد مجموع و تفاضل مکعب دو جمله‌ای به صورت زیر می‌باشد:

$$x^3 < y^3 \Rightarrow (x < y)(x^2 > xy < y^2)$$

$$x^3 > y^3 \Rightarrow (x > y)(x^2 < xy < y^2)$$

که در زیر مثال‌هایی از آن آورده‌ایم:

الف) $(x > \frac{1}{x})^3 \Rightarrow (x^2 < \frac{1}{x} < \frac{1}{x}) \Rightarrow (x)^3 > (\frac{1}{x})^3 \Rightarrow x^3 > \frac{1}{x^3}$

ب) $(2x < \sqrt{3})^3 \Rightarrow (4x^2 > 2\sqrt{3}x < 3) \Rightarrow (2x)^3 < (\sqrt{3})^3 \Rightarrow 8x^3 < 3\sqrt{3}$

اگر $x \Rightarrow \sqrt{2}$ باشد، در این صورت حاصل عبارت $(x < \frac{1}{x})(x^2 > 1 < \frac{1}{x^2})$ کدام است؟

$$(x < \frac{1}{x})(x^2 > 1 < \frac{1}{x^2}) \Rightarrow x^3 < (\frac{1}{x})^3 \Rightarrow x^3 < \frac{1}{x^3} \Rightarrow (\sqrt{2})^3 < \frac{1}{(\sqrt{2})^3} \Rightarrow 2 < \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{5}{2}$$

اتحاد مجموع مکعب دو جمله

۳۰ سؤال اتحاد مکعب، اتحاد مجموع (تفاضل) مکعب دو جمله‌ای

- اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین ضریب عبارت $(2x < 3y)^3$ کدام است؟
 ۱۵ (۱) ۴۶ (۲) ۲۸ (۳) ۲۷ (۴) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)
- در حاصل عبارت $(2x > 5y)^3$ ، ضریب xy^2 چند برابر قدر مطلق ضریب x^2y است؟
 $\frac{5}{3}$ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)
- مقدار عددی عبارت $12x > 1 > 48x^2 > 64x^3$ به ازای $x \Rightarrow \frac{2}{3}$ کدام است؟
 $\frac{1}{8}$ (۱) $\frac{125}{27}$ (۲) $\frac{8}{27}$ (۳) $\frac{64}{125}$ (۴) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)
- حاصل عبارت $(2 > \sqrt{2})^3 < (3 > \sqrt{2})^3 < (2\sqrt{2})^3$ کدام است؟
 $> 6\sqrt{2}$ (۱) $> 36\sqrt{2}$ (۲) $36\sqrt{2}$ (۳) $> 42\sqrt{2}$ (۴) (آزمون کانون ۳ دی ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)
- حاصل $(102)^3$ کدام است؟
 ۱۶۰۱۸۰۲ (۱) ۱۰۶۱۲۰۸ (۲) ۱۰۱۶۲۰۸ (۳) ۱۶۰۱۰۲۸ (۴) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

۵۶. اگر $3 < x < 3y$ باشد، حاصل عبارت $(x^2 < 27y^2 < 3) < 9y(x^2 < 3y^2 < 1)$ کدام است؟

(آزمون کانون ۹ بهمن ۹۴) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

- ۳۶ (۱) ۳۳ (۲) ۳۰ (۳) ۲۷ (۴)

۵۷. عبارت $(2 > b) < 27a^3b^2 < 9b < 27a^3 < 2 > 9b$ برابر مکعب کامل کدام عبارت زیر است؟

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

- ۲ab > 3a (۱) 2a > 3ab (۲) 3a > 2ab (۳) 3ab > 2a (۴)

۵۸. اگر $xy < 5$ و $x < y$ باشد، حاصل $x^3 < y^3$ کدام است؟

(سراسری انسانی ۸۶) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

- ۲۱۶ (۱) ۲۳۸ (۲) ۲۴۴ (۳) ۲۶۴ (۴)

۵۹. اگر $xy < 4$ و $x < y$ باشد، حاصل $x^3 < y^3$ کدام است؟

(آزمون کانون ۲۶ شهریور ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

- ۱۹۲ (۱) ۲۴۰ (۲) ۱۴۴ (۳) ۲۵۶ (۴)

۶۰. اگر مجموع دو عدد برابر ۲ و حاصل ضرب آن‌ها > 8 باشد، در این صورت مجموع مکعب‌های دو عدد کدام است؟

(مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

- > 40 (۱) 56 (۲) 40 (۳) > 56 (۴)

۶۱. اگر $xy < 1$ و $x < y$ باشد، حاصل عبارت $x^3 > y^3$ کدام است؟

(آزمون کانون ۲۱ آذر ۹۳) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

- ۱۰ (۱) ۱۵ (۲) ۳ (۳) ۱۲۵ (۴) صفر

۶۲. اگر $a < b$ باشد، حاصل $2(a^3 < b^3) > 2(a^2 < b^2)$ کدام است؟

(آزمون کانون ۱۰ بهمن ۹۳) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

- > 1 (۱) 1 (۲) 2 (۳) > 2 (۴)

۶۳. اگر $x < \frac{1}{x}$ باشد، حاصل $x^3 < \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

(آزمون کانون ۱۸ فروردین ۹۶) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

- ۱۸ (۱) ۲۷ (۲) ۹ (۳) ۵۴ (۴)

۶۴. اگر $x < \frac{2}{x}$ باشد، مقدار $x^3 < \frac{8}{x^3}$ کدام است؟

(آزمون کانون ۱۸ تیر ۹۴) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

- ۱۵۵ (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۲۵ (۳) ۹۵ (۴)

۶۵. اگر $x^2 < \frac{1}{x^2}$ باشد، مقدار $x^3 > \frac{1}{x^3}$ کدام است؟

(آزمون کانون ۳ دی ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

- 52 (۱) 576 (۲) 46 (۳) 572 (۴)

۶۶. اگر $1 < \sqrt{2} < x < \sqrt{2} < 1$ ، حاصل $x^3 > 3x$ کدام است؟

(آزمون کانون ۶ آذر ۹۴) (مرتبط با صفحه‌های ۱۳ و ۱۴ کتاب درسی)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

۶۷. کدام یک از عبارتهای زیر نشان دهنده اتحاد مجموع مکعب دو جمله‌ای یا تفاضل مکعب دو جمله‌ای است؟

(مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴)

۶۸. می‌خواهیم رابطه $... < 8x^3 < ... < 25y^2 < ... < 5y < ... >$ به اتحاد تفاضل مکعب دو جمله‌ای تبدیل شود. حاصل ضرب

عبارتهایی که باید در جاهای خالی قرار دهیم، کدام است؟

(مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)

- 1 (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴)

۶۹. مقدار عددی عبارت جبری $(2x < 1)(4x^2 > 2x < 1)$ به‌ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟

(مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)

- 7 (۱) 14 (۲) 17 (۳) 13 (۴)

۷۰. حاصل عبارت $(6xy < 9y^2 < 4x^2) < (4x^2 > 2x < 1)$ به‌ازای $x = \sqrt{2}$ و $y = \frac{1}{3}$ کدام است؟

(آزمون کانون ۲۱ آذر ۹۳) (مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)

- 20 (۱) 15 (۲) 7 (۳) صفر (۴)

۷۱. اگر $x < \sqrt{2}$ باشد، حاصل عبارت $(x^2 < 2)(x^4 > 2x^2 < 4)$ کدام است؟

(آزمون کانون ۷ فروردین) (مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)

- > 4 (۱) 4 (۲) > 8 (۳) 12 (۴)

۷۲. مقدار عددی عبارت $(1 > x)(x^2 < 2x < 4)(x < 2)(x > 1)$ به‌ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟

(آزمون کانون ۳ اردیبهشت ۹۴) (مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)

- > 8 (۱) 8 > 2\sqrt{2} (۲) 8 < 2\sqrt{2} (۳) 2\sqrt{2} (۴)

۷۳. حاصل عبارت $(1 < 4x^2 < 4x^2 < 1)(2x < 1)(2x > 1)$ کدام است؟

(مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)

- x^6 > 1 (۱) 64x^6 > 1 (۲) x^6 > 64 (۳) x^6 > 64x (۴)

۷۴. عبارت $(a^6 < 64a^2 < 16)(a < 2)(a > 2)$ با کدام عبارت زیر برابر است؟

(آزمون کانون ۳ مهر ۹۴) (مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)

- a^6 < 64 (۱) (a^3 > 8)(a^3 < 8) (۲) (a^3 > 4)(a^3 < 4) (۳) a^8 > 64 (۴)

۵. حاصل عبارت $(\lambda y^3 < 1)(4y^2 < 2y > 1)(2y > 1)$ با استفاده از اتحادها کدام است؟
 (۱) $16y^6 > 16$ (۲) $64y^6 > 16$ (۳) $64y^6 > 1$ (۴) $64y^6 < 1$
۶. حاصل عبارت $(x^2 < x < 1)(x^2 > 2x < 1)$ کدام است؟
 (۱) $x^4 < 2x^2 < 1$ (۲) $x^4 > 2x^2 < 1$ (۳) $x^4 > x^2 > x < 1$ (۴) $x^4 > x^2 < x < 1$
۷. با استفاده از اتحادها حاصل عبارت $(a^2 < a^2 < 1)(a^6 < 1)(a^2 > 1)$ برابر کدام است؟
 (۱) $a^{20} > 1$ (۲) $a^{18} > 1$ (۳) $a^{16} > 1$ (۴) $a^{24} > 1$
۸. حاصل عبارت $(x^2 > xy < y^2)(x^2 < xy < y^2)$ کدام است؟
 (۱) $(x^4 < y^4)$ (۲) $x^4 > x^2y^2 < y^4$ (۳) $(x^2 > y^2)^2$ (۴) $x^4 < x^2y^2 < y^4$
۹. عبارت $(\sqrt[3]{3} > \sqrt[3]{2})$ را در کدام عبارت ضرب کنیم، تا حاصل برابر واحد شود؟
 (۱) $3\sqrt{3} < \sqrt{6} < 2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt[3]{9} < \sqrt[3]{6} < \sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{9} > \sqrt[3]{6} < \sqrt[3]{4}$ (۴) $3\sqrt{3} > \sqrt{6} < 2\sqrt{2}$
۱۰. حاصل عبارت $(x^2 < \sqrt[3]{2x} < \sqrt[3]{4})(x^2 > \sqrt[3]{2x} < \sqrt[3]{4})$ به ازای $x \in \mathbb{N}$ کدام است؟
 (۱) $\sqrt{2} < 2$ (۲) 4 (۳) $\sqrt{2} < 4$ (۴) 2
- (آزمون کانون ۸ بهمن ۹۵) (مرتبط با صفحه ۱۵ کتاب درسی)

✓ تجزیه عبارت‌های جبری و روش‌های آن

تصریف: به‌طور کلی یک چند جمله‌ای را می‌توان به‌صورت ضرب عبارت‌های درجه اول یا درجه دوم نوشت، که در این حالت می‌گوییم چند جمله‌ای را به عبارت‌های ساده‌تر تجزیه کرده‌ایم.

روش‌های تجزیه:

- ۱) **فاکتورگیری:** از عامل‌های مشترک با توان کمتر فاکتور می‌گیریم که می‌تواند شامل اعداد ثابت نیز باشد.
 به عنوان مثال در عبارت زیر دقت کنید:
 عبارت‌های x و y و $x^2 < 1$ و عدد ۲ عامل مشترک در هر دو عبارت می‌باشند. لذا از توان کمتر عبارت‌ها و عدد ۲ در هر عبارت فاکتور می‌گیریم:
 $2x^2y^3(x^2 < 1)(4x(x^2 < 1)^3 > 7y^2)$
- ۲) **استفاده از اتحادهای جبری:** به عنوان نمونه به مثال‌های زیر دقت کنید:

۱) $8x^2 > 2 \in \mathbb{N} \underbrace{2(4x^2 > 1)}_{\text{اتحاد مزدوج}} \in \mathbb{N} (2x > 1)(2x < 1)$

۲) $25x^2 > 20x < 4 \in \mathbb{N} (\Delta x)^2 > 2 \hat{A} (\Delta x) \hat{A} (2) < 2^2 \in \mathbb{N} (\Delta x > 2)^2$
 اتحاد مربع

۳) $x^3 < \frac{1}{8} \in \mathbb{N} x^3 < (\frac{1}{2})^3 \in \mathbb{N} (x < \frac{1}{2})(x^2 > x \hat{A} \frac{1}{2} < (\frac{1}{2})^2) \in \mathbb{N} (x < \frac{1}{4})(x^2 > \frac{x}{2} < \frac{1}{4})$
 اتحاد مجموع مکعب دو جمله

۴) $x^2 < 7x > 8 \in \mathbb{N} x^2 < (\lambda > 1)x < (\lambda) \hat{A} (> 1) \in \mathbb{N} (x < \lambda)(x > 1)$
 اتحاد جمله مشترک

نکته: یک مسئله خاص در تجزیه عبارت‌های درجه دوم که ضریب x^2 مربع کامل نیست:

در این حالت عبارت مورد نظر را برابر A قرار می‌دهیم، سپس طرفین رابطه را در ضریب x^2 ضرب می‌کنیم تا ضریب x^2 مربع کامل شود، سپس با در نظر گرفتن جذر عبارت شامل x^2 به عنوان جمله مشترک، عبارت را با استفاده از اتحاد جمله مشترک تجزیه می‌کنیم و در آخر با فاکتورگیری اعداد از هر یک از پرانتزها، طرفین عبارت را بر ضریب A تقسیم می‌کنیم و در این حالت تجزیه عبارت مورد نظر به‌دست آمده است.

مثال: در تجزیه عبارت $6x^2 < 7x > 5$ کدام عامل وجود دارد؟

(۱) $2x < 1$ (۲) $3x > 5$ (۳) $3x < 5$ (۴) $2x > 3$

پاسخ گزینه «۳»: چون ضریب x^2 مربع کامل نیست آن را برابر A فرض می‌کنیم:

$A \in \mathbb{N} 6x^2 < 7x > 5 \in \mathbb{N} 6x \in \mathbb{N} 6(6x^2 < 7x > 5) \in \mathbb{N} 6A \in \mathbb{N} 36x^2 < 6(7x) > 30$
 طرفین را در ضریب x^2 ضرب می‌کنیم.

$\in \mathbb{N} 6A \in \mathbb{N} (6x)^2 < 7(6x) > 30 \in \mathbb{N} 6A \in \mathbb{N} (6x)^2 < (10 > 3) \hat{A} (6x) < (10) \hat{A} (> 3)$
 با در نظر گرفتن $6x$ به عنوان جمله مشترک

$\in \mathbb{N} 6A \in \mathbb{N} (6x < 10)(6x > 3) \in \mathbb{N} 6A \in \mathbb{N} 2(3x < 5) \hat{A} 3(2x > 1) \in \mathbb{N} 6A \in \mathbb{N} 6(3x < 5)(2x > 1)$

فاکتورگیری عدد ۳ فاکتورگیری عدد ۲

$\in \mathbb{N} A \in \mathbb{N} (3x < 5)(2x > 1)$

۱۳) دسته‌بندی عبارات‌ها:

در این روش عبارات‌هایی را که عامل مشترک یکسان دارند، کنار یکدیگر قرار می‌دهیم و دسته‌بندی می‌کنیم، سپس از عوامل مشترک هر دسته فاکتورگیری می‌کنیم و در نهایت از عامل مشترک جدیدی که بین دسته‌ها بوجود می‌آید مجدد فاکتورگیری می‌کنیم و عبارت را تجزیه می‌کنیم.
به مثال‌های زیر دقت کنید:

فاکتورگیری عدد ۴ -

$$1) \underbrace{x^3 > x^2}_{\text{فاکتورگیری عامل } x^2} > \underbrace{4x < 4}_{\text{فاکتورگیری عامل } (x > 1)} N \underbrace{x^2(x > 1) > 4(x > 1)}_{\text{اتحاد مزدج}} N (x > 1) \underbrace{(x^2 > 4)}_{\text{اتحاد مزدج}} N (x > 1)(x > 2)(x < 2)$$

$$2) x^3 < x^2 < 4 N x^3 < x^2 < 8 > 4 N \underbrace{x^2 < 8}_{\text{اتحاد مزدج}} < \underbrace{x^2 > 4}_{\text{اتحاد مزدج}} N \underbrace{(x < 2)(x^2 > 2x < 4) < (x < 2)(x > 2)}_{\text{فاکتورگیری عامل } (x < 2)}$$

اتحاد مزدج
اتحاد مزدج
مکعب دو جمله

$$N (x < 2)(x^2 > 2x < 4 < x > 2) N (x < 2)(x^2 > x < 2)$$

۳۰ سؤال

تجزیه عبارات‌های جبری

- ۱) ۸۱. در تجزیه $64 > 4a^2$ کدام عامل وجود ندارد؟
 - ۱) $a^2 < 4$
 - ۲) $a < 2$
 - ۳) $a > 2$
 - ۴) $a^2 > 8$
- ۲) ۸۲. عبارت $x < (x+1)(y < 1) > x^2$ را به حاصل ضرب دو عبارت تجزیه کرده‌ایم. یکی از دو عبارت کدام است؟
 - ۱) $x > y < 1$
 - ۲) $x > y > 1$
 - ۳) $x < y > 1$
 - ۴) $x < y < 1$
- ۳) ۸۳. در حالت کلی، کدام عامل زیر در تجزیه عبارت $y < x^2 > y^3 > x^2 > 1$ وجود ندارد؟
 - ۱) $1 > y$
 - ۲) $1 < y$
 - ۳) $xy > 1$
 - ۴) $xy < 1$
- ۴) ۸۴. حاصل $(ax < by)^2 > (ay < bx)^2$ برابر است با:
 - ۱) $(a^2 > b^2)(x^2 > y^2)$
 - ۲) $(a^2 > x^2)(b^2 > y^2)$
 - ۳) $(a^2 < b^2)(x^2 > y^2)$
 - ۴) $(a^2 < x^2)(b^2 > y^2)$
- ۵) ۸۵. عبارت $x^5 > x^4 > 4x < 4$ بر کدام یک از عبارات‌های زیر بخش پذیر نیست؟
 - ۱) $x^2 > 2$
 - ۲) $x < 1$
 - ۳) $x^2 < 2$
 - ۴) $x > 1$
- ۶) ۸۶. در تجزیه عبارت $3x^3 > 3x > x^2 < 1$ کدام عامل وجود ندارد؟
 - ۱) $x > 1$
 - ۲) $x < 1$
 - ۳) $3x < 1$
 - ۴) $3x > 1$
- ۷) ۸۷. در تجزیه عبارت $18c^2 > 4ab > 2b^2 < 2a^2$ کدام عامل همواره وجود دارد؟
 - ۱) $(a > b > 3c)$
 - ۲) $(a < b < 9c)$
 - ۳) $(a < b > 3c)$
 - ۴) $(a > b < 3c)$
- ۸) ۸۸. کدام عامل همواره در تجزیه عبارت $4x^2 > 8xy > 25 < 4y^2$ وجود دارد؟
 - ۱) $(2x < 2y > 5)$
 - ۲) $(2x < 2y < 5)$
 - ۳) $(2x > 2y < 5)$
 - ۴) $(x < y > 5)$
- ۹) ۸۹. در تجزیه عبارت $b^2 > fab > 2ab < fa < 2a^2 < 1$ کدام عامل وجود دارد؟
 - ۱) $a < b > 1$
 - ۲) $a > b < 2$
 - ۳) $2a > b < 1$
 - ۴) $2a < b > 1$
- ۱۰) ۹۰. در تجزیه عبارت $3 > 4b > fa^2 > fa > b^2$ کدام عامل وجود دارد؟
 - ۱) $2a < b < 3$
 - ۲) $2a > b < 1$
 - ۳) $2a < b > 3$
 - ۴) $2a > b < 1$
- ۱۱) ۹۱. کدام عامل ضرب در تجزیه عبارت $6x < 7x^2 < x^3$ وجود دارد؟
 - ۱) $x > 1$
 - ۲) $x > 3$
 - ۳) $x < 3$
 - ۴) $x < 6$
- ۱۲) ۹۲. در تجزیه عبارت $24 > 4x > 4x^2 > 4x$ کدام عامل وجود دارد؟
 - ۱) $x > 6$
 - ۲) $x > 2$
 - ۳) $x < 2$
 - ۴) $x < 3$

۱۳. ۹۳. در تجزیه عبارت $4x^3 > 6x^2 < 2x$ کدام عامل ضرب وجود دارد؟
 (۱) $2x < 1$ (۲) $2x > 1$ (۳) $x < 1$ (۴) $x < 2$
 (آزمون خارج کشور انسانی ۹۳) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۱۴. ۹۴. کدام عامل در تجزیه عبارت $2x > xy^2 > xy^4$ وجود ندارد؟
 (۱) $y < 1$ (۲) $y > 1$ (۳) $y^2 < 2$ (۴) $y^2 > 2$
 (آزمون کانون ۳ دی ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۱۵. ۹۵. عبارت $3x^2 > 11x < 10$ به حاصل ضرب دو عبارت تجزیه شده است. یکی از عوامل تجزیه کدام است؟
 (۱) $3x < 5$ (۲) $3x > 5$ (۳) $3x < 2$ (۴) $3x > 2$
 (سراسری انسانی ۷۸) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۱۶. ۹۶. در تجزیه عبارت $6x^2 > 11x > 10$ کدام عامل وجود دارد؟
 (۱) $(2x < 5)$ (۲) $(3x > 2)$ (۳) $(3x < 1)$ (۴) $(3x < 2)$
 (آزمون کانون ۹۰) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۱۷. ۹۷. در تجزیه عبارت $6x^2 > 5x > 6$ کدام عامل همواره وجود دارد؟
 (۱) $2x < 3$ (۲) $3x > 2$ (۳) $2x > 3$ (۴) $x > 9$
 (آزمون کانون ۲۶ شهریور ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۱۸. ۹۸. مساحت یک متوازی‌الاضلاع برابر با $7x > 3$ و $20x^2 > 7x > 3$ است. اگر ارتفاع آن برابر با $4x < 1$ باشد، اندازه قاعده نظیر آن ارتفاع کدام است؟
 (۱) $5x > 7$ (۲) $5x > 3$ (۳) $5x < 3$ (۴) $5x < 7$
 (آزمون کانون ۱۵ مرداد ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۱۹. ۹۹. در تجزیه عبارت $x^3 > 2x^2 > 11x < 12$ کدام عامل وجود ندارد؟
 (۱) $x > 1$ (۲) $x > 4$ (۳) $x < 2$ (۴) $x < 3$
 (آزمون کانون ۵ آذر ۹۵) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۲۰. ۱۰۰. در تجزیه عبارت $a(a > 2)(a > 3) > 4a < 8$ کدام عامل وجود ندارد؟
 (۱) $a > 1$ (۲) $a > 2$ (۳) $a < 1$ (۴) $a > 4$
 (سراسری انسانی خارج از کشور ۸۸) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۱. ۱۰۱. در تجزیه عبارت $a(a > 3)(a > 4) > 12a < 36$ کدام عامل ضرب وجود ندارد؟
 (۱) $a > 6$ (۲) $a > 3$ (۳) $a > 2$ (۴) $a < 2$
 (سراسری انسانی ۹۰) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۲. ۱۰۲. در تجزیه عبارت $(x^2 > 6x > 4)^2 > 144$ کدام عامل ضرب وجود ندارد؟
 (۱) $x > 8$ (۲) $x > 4$ (۳) $x < 2$ (۴) $x < 4$
 (سراسری انسانی خارج از کشور ۹۰) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۳. ۱۰۳. در تجزیه عبارت $x(x^2 > 1) > x(4x < 5) > x^2$ کدام عامل وجود ندارد؟
 (۱) $x < 1$ (۲) $x > 6$ (۳) $x > 1$ (۴) x
 (آزمون کانون ۲۳ مرداد ۹۴) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۴. ۱۰۴. عبارت $x^3 < 8$ بر کدام یک از عبارات زیر بخش پذیر است؟
 (۱) $x^2 > 2x < 4$ (۲) $x > 2$ (۳) $x^2 < 2x < 4$ (۴) $x^2 < 2$
 (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۵. ۱۰۵. مستطیلی دارای مساحت $8x^3 > 1$ و عرض $2x > 1$ است، محیط آن به چه صورت است؟ $(x \neq 0)$
 (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۶. ۱۰۶. اگر در داخل مکعبی نو خالی به طول ضلع $x < 2$ ، مکعبی به طول ضلع x قرار دهیم، حجم فضای خالی باقیمانده کدام است؟
 (۱) $8x^2 < 8x$ (۲) $4x^2 < 2x < 1$ (۳) $4x^2 < 4x$ (۴) $8x^2 < 4x < 2$
 (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۷. ۱۰۷. در تجزیه عبارت $Ant^6 > 64$ کدام عبارت وجود ندارد؟
 (۱) $(t > 1)^2 < 3$ (۲) $(t < 1)^2 < 3$ (۳) $t^2 < 4$ (۴) $t < 2$
 (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۸. ۱۰۸. عبارت $x^4 > xy^3 < x^3y > y^4$ بر «کدام چندجمله‌ای» بخش پذیر است؟
 (۱) $x^2 < y^2$ (۲) $x^2 < xy < y^2$ (۳) $x^3 < y^3$ (۴) $x^2 > xy < y^2$
 (سراسری انسانی ۷۶) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۹. ۱۰۹. در تجزیه عبارت $x^4 < 2x^3 > x > 2$ کدام عامل وجود ندارد؟
 (۱) $x > 1$ (۲) $x < 2$ (۳) $x^2 < x < 1$ (۴) $x^2 > x < 1$
 (سراسری انسانی ۹۳) (مرتبط با صفحه‌های ۱۰ تا ۱۶ کتاب درسی)
۱۰. ۱۱۰. در تجزیه عبارت $8x > 24 < 3x^3 < x^4$ ، کدام عامل ضرب وجود دارد؟
 (۱) $x > 4$ (۲) $x > 2$ (۳) $x < 2$ (۴) $x < 3$



عبارت‌های گویا

تعریف: عبارت‌هایی را که صورت و مخرج آنها چند جمله‌ای هستند، عبارت گویا می‌نامند.

مثال: چه تعداد از عبارت‌های زیر گویا نیست؟

الف) $y \in \mathbb{N} \mid \frac{[x] < 4}{x < 1}$ (۴)

ب) $y \in \mathbb{N} \mid \frac{\sqrt{x} < 2}{x^2 < 1}$ (۳)

ج) $y \in \mathbb{N} \mid \frac{x < 1}{|x| < 4}$ (۲)

د) $y \in \mathbb{N} \mid \frac{x^2 < x}{x < \sqrt{y}}$ (۱)

پاسخ: گزینه «۳» صحیح است.

مورد «الف» یک عبارت گویا است، زیرا صورت و مخرج آن یک چند جمله‌ای است.
 مورد «ب» یک عبارت گویا نیست، زیرا مخرج آن چند جمله‌ای نیست و یک تابع قدر مطلق است.
 مورد «پ» یک عبارت گویا نیست، زیرا در صورت آن عبارت \sqrt{x} وجود دارد که چند جمله‌ای نیست.
 مورد «ت» یک عبارت گویا نیست، زیرا صورت کسر شامل عبارت $[x]$ است که چند جمله‌ای نیست.

✓ تعیین مدود عبارت گویا:

مقدار یک عبارت گویا وقتی با معنی است که مخرجش صفر نباشد، یعنی در حالتی که مخرج یک عبارت گویا صفر می‌شود، آنگاه مقدار عبارت گویا تعریف نشده است.

نکته: برای پیدا کردن حدودی از x که به ازای آن‌ها عبارت گویا تعریف شده است کافیست ریشه‌های چند جمله‌ای مخرج را به دست بیاوریم و از مجموعه اعداد حقیقی حذف کنیم. مجموعه حاصل حدود عبارت گویا است.

نکته: برای به دست آوردن حدود عبارت گویا، ریشه‌های مخرج را قبل از ساده کردن عبارت گویا به دست می‌آوریم.

نکته: هرگاه یک عبارت گویا به صورت مجموع چند عبارت گویا باشد، عبارت گویا به ازای ریشه‌های مخرج تک تک عبارت‌ها تعریف نشده است.

مثال: عبارت گویای $A \in \mathbb{N} \mid \frac{x}{x < 2} < \frac{x}{x^2 > 1}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف شده است؟

الف) $R > \{>2, >1, 0, 1\}$ (۴)

ب) $R > \{>2, >1, 1\}$ (۳)

ج) $R > \{>2, >1, 1\}$ (۲)

د) $R > \{>2\}$ (۱)

پاسخ: گزینه «۲» صحیح است.

ابتدا ریشه‌های مخرج تک تک عبارت‌ها را می‌یابیم:
 ریشه‌های مخرج‌ها $x < 2 \in \mathbb{N} \cup \emptyset$ و $x^2 > 1 \in \mathbb{N} \cup \{1, 2\}$

حال ریشه مخرج‌های به دست آمده را از مجموعه اعداد حقیقی کم می‌کنیم.

بنابراین مقادیری از x که به ازای آن‌ها عبارت تعریف می‌شود به صورت $R > \{>2, >1, 1\}$ است.

نکته: هرگاه مخرج یک عبارت گویا یک چند جمله‌ای درجه دوم باشد، به ازای مقادیر مختلف U دارای شرایط زیر می‌باشد:

(۱) اگر U مخرج مثبت باشد، در این صورت عبارت گویا به ازای 2 مقدار (ریشه‌های مخرج) تعریف نشده است.

(۲) اگر $U \in \mathbb{N} \cup \emptyset$ در این صورت عبارت گویا به ازای یک مقدار (ریشه مضاعف) تعریف نشده است.

(۳) اگر $U \in \mathbb{M} \cup \emptyset$ در این صورت عبارت گویا به ازای همه مقادیر x تعریف شده است، زیرا مخرج ریشه ندارد.

مثال: عبارت گویای $y \in \mathbb{N} \mid \frac{x < 1}{ax^2 > 3x < 2}$ به ازای چه حدودی از a برای همه مقادیر x تعریف شده است؟

الف) $a \in \mathbb{M} \mid \frac{1}{9}$ (۴)

ب) $a \in \mathbb{O} \mid \frac{1}{9}$ (۳)

ج) $a \in \mathbb{O} \mid \frac{9}{8}$ (۲)

د) $a \in \mathbb{M} \mid \frac{9}{8}$ (۱)

پاسخ: گزینه «۲» صحیح است.

چند جمله‌ای مخرج یک عبارت درجه دوم است و برای این که عبارت گویا به ازای همه مقادیر x تعریف شده باشد، لذا مخرج نباید ریشه داشته باشد و در این حالت باید $U \in \mathbb{M} \cup \emptyset$ باشد، حال داریم:

مقایسه با فرم استاندارد $a^2 \mathbb{N} \cup a$
 $b^2 \mathbb{N} > 3$
 $c^2 \mathbb{N} 2$
 عبارت مخرج: $ax^2 > 3x < 2 \in \mathbb{N} \cup \emptyset$ $\Leftrightarrow \frac{a}{3} < b < c \in \mathbb{N} \cup \emptyset$

$U \in \mathbb{M} \cup \emptyset$ و $U \in \mathbb{N} \cup \emptyset \mid \frac{1}{9} > a < \frac{1}{8} \in \mathbb{O} \cup \emptyset \mid U \in \mathbb{N} \cup \emptyset \mid \frac{1}{9} > a < \frac{1}{8} \in \mathbb{O} \cup \emptyset \mid U \in \mathbb{N} \cup \emptyset \mid \frac{1}{9} > a < \frac{1}{8} \in \mathbb{O} \cup \emptyset \mid U \in \mathbb{N} \cup \emptyset \mid \frac{1}{9} > a < \frac{1}{8} \in \mathbb{O} \cup \emptyset$