

## مقدمه مؤلفان


خداوند مهربان را شاکریم که بار دیگر این توفیق را نصیبمان کرد تا بتوانیم گامی هر چند کوچک در راه آموزش فرزندان عزیزمان برداریم. کتابی که پیش روی شماست، شامل دو بخش کاملاً مجزای زیر است:

**بخش اول:** کتاب کار است که درسنامه‌هایی روان و مبتنی بر آخرین تغییرات کتاب درسی دارد که در هر درس، سؤال‌های طبقه‌بندی‌شده هدفدار به منظور آشنایی با انواع سؤال‌ها و تفهیم و تعمیق مطالب آموزشی تألیف شده است.

برای هر فصل، آزمونی از مطالب همان فصل طراحی شده است که در اپلیکیشن کلاغ سپید قرار دارد و شما عزیزان می‌توانید آنها را دریافت و مطالعه کنید. اپلیکیشن رایگان کلاغ سپید را از سایت [www.gaj.ir](http://www.gaj.ir) دریافت و روی تلفن همراه یا تبلت خود نصب کنید.

در این بخش، یک نمونه آزمون استاندارد نوبت اول در پایان فصل پنجم و یک نمونه آزمون استاندارد نوبت دوم در پایان فصل نهم قرار گرفته است.

**بخش دوم:** کتاب شاهکار امتحانی است. در این قسمت، سؤال‌های امتحانی مهم و پرتکرار هر فصل همراه با پاسخ تشریحی آنها آورده شده است. این بخش به منظور آمادگی دانش‌آموزان برای شرکت در آزمون‌های مدارس در نظر گرفته شده و در روزهای نزدیک امتحان بسیار کارآمد است.

در این بخش، مواردی که با نماد  مشخص شده، نشان می‌دهد آموزش و توضیحات لازم و ضروری آن موضوع به صورت فیلم‌های آموزشی در اپلیکیشن کلاغ سپید بارگذاری شده است و می‌توانید آنها را دریافت و تماشا کنید. در این بخش نیز یک نمونه آزمون استاندارد نوبت اول و یک نمونه آزمون استاندارد نوبت دوم به همراه پاسخ تشریحی آورده شده است.

صادقانه اذعان می‌کنیم این کتاب نیز مانند هر کتاب دیگری عاری از عیب و نقص نیست؛ بنابراین از دبیران، دانش‌آموزان و اولیای عزیز تقاضا داریم پیشنهادهای و انتقادهای سازنده‌ی خود را از طریق تلفن ۰۲۱-۶۴۲۰ یا صندوق پستی ۳۷۷-۱۳۱۴۵ با ما در میان بگذارند و ما را در بهتر شدن این کتاب یاری کنند.

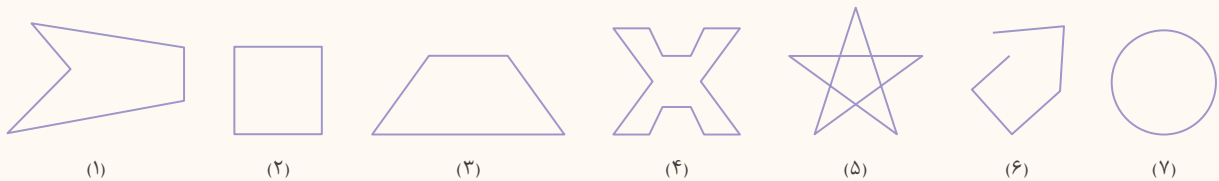
علی‌اصغر حیدری، مجتبی عارف‌نسب

# فصل ۳ چندضلعی‌ها

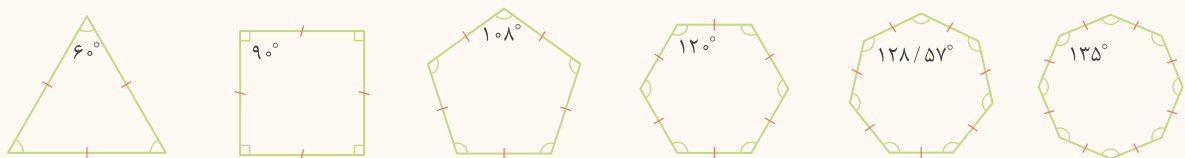
۳۳

## درس اول: چندضلعی‌ها و تقارن

**چندضلعی:** در هندسه به هر خط شکسته بسته، چندضلعی گفته می‌شود به شرط آنکه ضلع‌ها یکدیگر را قطع نکنند، مگر در رأس‌ها که دو ضلع به هم می‌رسند. در شکل‌های زیر، شکل‌های (۱)، (۲)، (۳) و (۴) چندضلعی هستند، اما شکل (۵) چندضلعی نیست؛ زیرا ضلع‌های آن همدیگر را قطع کرده‌اند. شکل (۶) هم چندضلعی نیست؛ چون خط شکسته بسته نیست. شکل (۷) هم چندضلعی نیست، چون اصلاً خط شکسته نیست.



**چندضلعی منتظم:** به یک چندضلعی که همه ضلع‌های آن با هم و همه زاویه‌های آن نیز با هم برابر است، چندضلعی منتظم گفته می‌شود. مانند:



### نکته

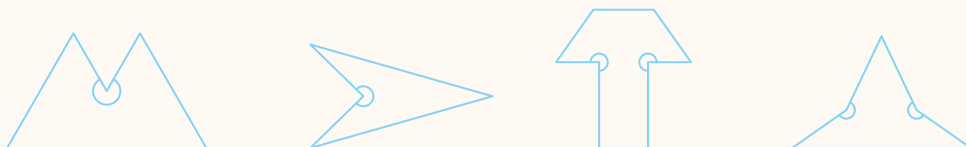
سه ضلعی منتظم همان مثلث متساوی‌الاضلاع و چهارضلعی منتظم نیز همان مربع است.

### دسته‌بندی چندضلعی‌ها با توجه به زاویه‌های آنها

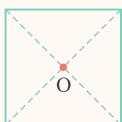
۱- چندضلعی‌های محدب (کوژ): به چندضلعی‌هایی که هیچ‌کدام از زاویه‌های داخلی آنها بزرگ‌تر از  $180^\circ$  درجه نباشد، چندضلعی محدب می‌گویند. مانند:



۲- چندضلعی‌های مقعر (کاو): به چندضلعی‌هایی که حداقل یکی از زاویه‌های داخلی آنها بزرگ‌تر از  $180^\circ$  درجه باشد، چندضلعی مقعر می‌گویند. مانند:



**مرکز تقارن:** اگر شکلی پس از دوران  $180^\circ$  درجه حول نقطه‌ای، دقیقاً روی خودش منطبق شود، می‌گوییم شکل مرکز تقارن دارد و نقطه مورد نظر، مرکز تقارن آن شکل است.



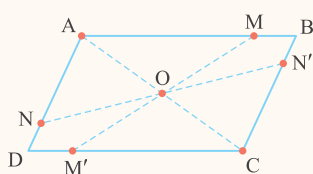
برای مثال، در مربع مقابل نقطه O (محل تقاطع قطر‌ها) مرکز تقارن شکل است.



## نکته

در همه چندضلعی‌های منتظمی که تعداد ضلع‌های آنها زوج است (مثل مربع و شش ضلعی منتظم)، محل تقاطع بزرگ‌ترین قطرها، همان مرکز تقارن شکل است. اما توجه کنید که چندضلعی‌های منتظم با تعداد اضلاع فرد (مثل سه ضلعی و پنج ضلعی منتظم) مرکز تقارن ندارند.

**تشخیص مرکز تقارن:** می‌خواهیم تشخیص دهیم که نقطه  $O$  در شکل زیر، مرکز تقارن شکل است یا نه. برای این منظور، ابتدا قرینه یک نقطه از شکل را نسبت به نقطه  $O$  پیدا می‌کنیم. اگر قرینه این نقطه متعلق به شکل نبود، نتیجه می‌گیریم که نقطه  $O$  مرکز تقارن شکل نیست. اما اگر قرینه این نقطه متعلق به خود شکل بود، با انتخاب یک نقطه دیگر، بررسی را ادامه می‌دهیم. برای مثال در شکل زیر، قرینه نقطه  $A$  نسبت به نقطه  $O$ ، نقطه  $C$  است. پس نقطه دیگری مانند نقطه  $M$  را انتخاب، و قرینه آن را نسبت به نقطه  $O$



تعیین می‌کنیم که نقطه  $M'$  به دست می‌آید. حال سراغ نقطه  $N$  می‌رویم و بررسی را ادامه می‌دهیم. چون در متوازی‌الاضلاع قرینه هر نقطه روی شکل نسبت به نقطه  $O$  (محل تقاطع قطرها)، باز هم روی شکل قرار دارد، نقطه  $O$  مرکز تقارن شکل است.

## نکته

۱- هیچ مثلث و دوزنقه‌ای مرکز تقارن ندارد.

۲- در همه متوازی‌الاضلاع‌ها، مربع‌ها، مستطیل‌ها و لوزی‌ها، محل برخورد قطرها همان مرکز تقارن شکل است.

## تمرین

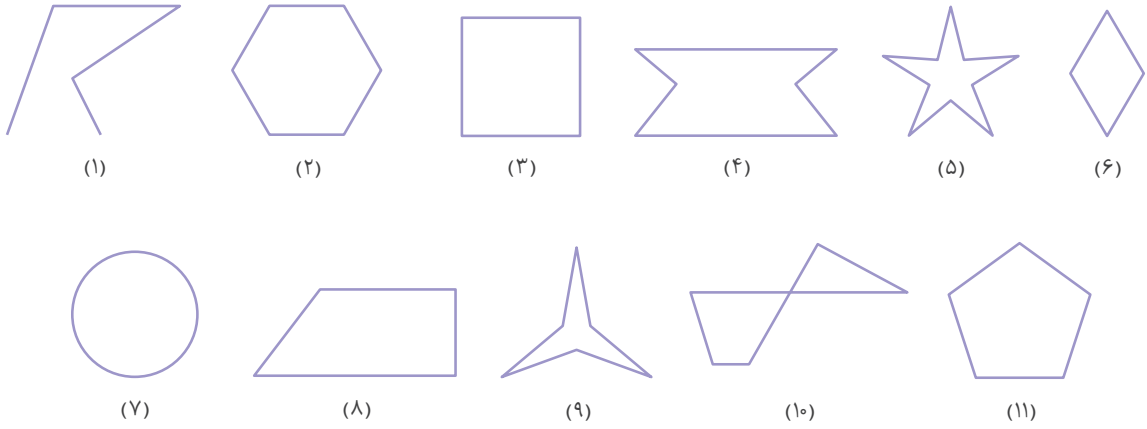
## ۱ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

- (الف) در پنج ضلعی منتظم، محل برخورد بزرگ‌ترین قطرها، مرکز تقارن است.  درست  نادرست
- (ب) دوزنقه مرکز تقارن ندارد.  درست  نادرست
- (پ) در مثلث‌ها فقط مثلث متساوی‌الاضلاع مرکز تقارن دارد.  درست  نادرست
- (ت) نیم‌دایره مرکز تقارن ندارد.  درست  نادرست
- (ث) لوزی ۴ محور تقارن دارد.  درست  نادرست
- (ج) شش ضلعی منتظم ۶ مرکز تقارن دارد.  درست  نادرست

## ۲ هر یک از جمله‌های زیر را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.

- (الف) مرکز تقارن دایره، ..... دایره است.
- (ب) در هر متوازی‌الاضلاع، محل برخورد .....، مرکز تقارن است.
- (پ) فقط چندضلعی‌های منتظمی که تعداد ضلع‌های آنها ..... باشد، مرکز تقارن دارند.
- (ت) پنج ضلعی منتظم ..... محور تقارن دارد.
- (ث) مثلث متساوی‌الساقین ..... محور تقارن دارد.

۳ با توجه به شکل‌های زیر به سؤال‌ها پاسخ دهید.



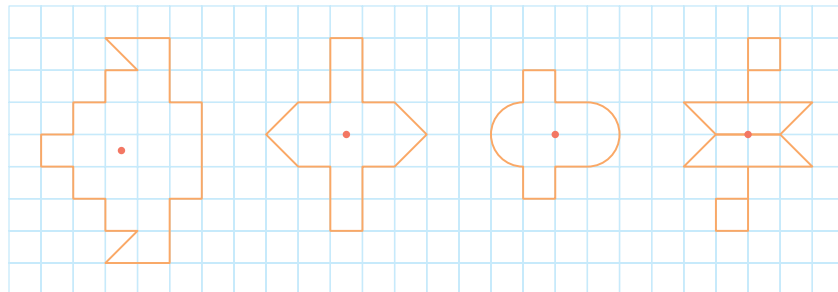
الف) کدام شکل‌ها چندضلعی نیستند؟ چرا؟

ب) چندضلعی‌های محدب و مقعر رسم شده را نام ببرید.

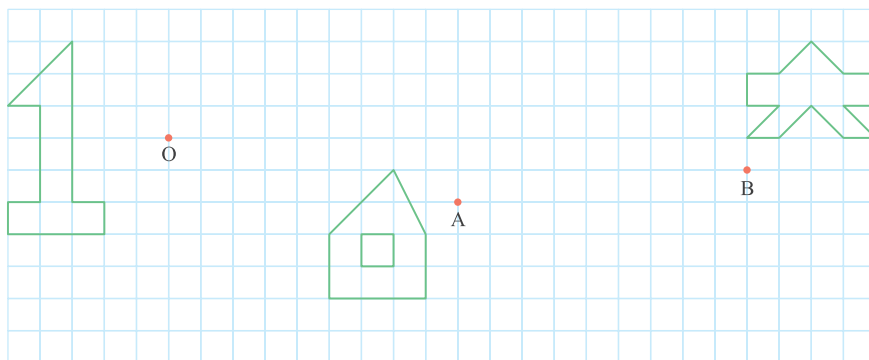
پ) دو تفاوت و دو شباهت بین شکل‌های (۲) و (۹) بنویسید.

ت) از میان شکل‌های بالا، کدام شکل‌ها چندضلعی منتظم‌اند؟

۴ در کدام یک از شکل‌های زیر نقطه مشخص شده مرکز تقارن است؟



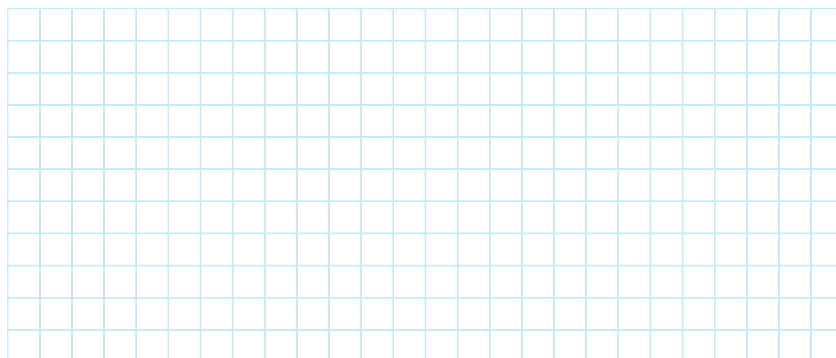
۵ قرینه هر شکل را نسبت به نقطه مشخص شده رسم کنید.



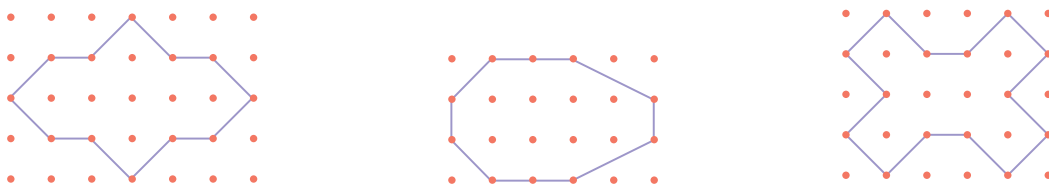


۶ در صفحه شطرنجی زیر، چندضلعی‌های خواسته شده را رسم کنید.

الف) مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین (ب) لوزی با زاویه‌های برابر (پ) پنج‌ضلعی با دقیقاً ۲ زاویه قائمه



۷ در کدام شکل‌ها محور تقارن و مرکز تقارن وجود دارد؟ آنها را مشخص کنید.



۸ محورهای تقارن هر یک از شکل‌های زیر را رسم کنید. کدام یک از آنها مرکز تقارن دارند؟ آنها را مشخص کنید.

الف)	ب)	پ)	ت)
ث)	ج)	چ)	ح)
خ)	د)	ذ)	ر)
ز)	ژ)	س)	ش)

۹ شکل روبه‌رو را یک بار  $90^\circ$  و بار دیگر  $60^\circ$  در جهت عقربه‌های ساعت دوران دهید.

آیا در این دوران‌ها شکل روی خودش می‌افتد؟



## پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱ کدام یک از شکل‌های زیر، مرکز تقارن ندارد؟

- (۱) لوزی  (۲) مربع   
 (۳) مستطیل  (۴) مثلث متساوی‌الاضلاع
- ۲ اگر شکلی را نسبت به یک نقطه قرینه کنیم، شکل جدید حتماً ..... شکل اولیه است.

- (۱) بزرگ‌تر از  (۲) کوچک‌تر از   
 (۳) هم‌نهشت با  (۴) هم‌نهشت و معکوس با

۳ کدام یک از شکل‌های زیر، مرکز تقارن دارد؟

- (۱) ربع دایره  (۲) هفت ضلعی منتظم   
 (۳) لوزی  (۴) مثلث متساوی‌الاضلاع

۴ کدام یک از شکل‌های زیر مرکز تقارن دارد، اما محور تقارن ندارد؟

- (۱) مربع  (۲) شش ضلعی منتظم   
 (۳) متوازی‌الاضلاع  (۴) لوزی

۵ کدام جمله دربارهٔ چندضلعی‌های منتظم نادرست است؟

- (۱) در آنها تعداد محورهای تقارن با تعداد ضلع‌ها برابر است.  
 (۲) محل برخورد بزرگ‌ترین قطرهایشان مرکز تقارن است.  
 (۳) همهٔ زاویه‌هایشان با هم برابر است.  
 (۴) سه ضلعی منتظم همان مثلث متساوی‌الاضلاع است.



فصل ششم: مثلث

الف) درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

- ۱ در مثلث قائم‌الزاویه، مربع وتر برابر با مجموع دو ضلع قائم است.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۲ در هر دو شکل هم‌نهشت همه اجزای متناظر با هم مساوی هستند.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۳ هرگاه دو ضلع مثلثی با دو ضلع از مثلث دیگر مساوی باشد، دو مثلث هم‌نهشت هستند.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۴ هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع با یکدیگر هم‌نهشت‌اند.  درست  نادرست (پرتکرار)
- ۵ یکی از حالت‌های هم‌نهشتی دو مثلث قائم‌الزاویه حالت وتر و یک زاویه تند است.  درست  نادرست (پرتکرار)

ب) جاهای خالی را پر کنید.

- ۱ رابطه فیثاغورس فقط در مثلث ..... برقرار است. (پرتکرار)
- ۲ قطر مستطیلی که طول و عرض آن ۴ و ۳ سانتی‌متر است، ..... سانتی‌متر خواهد بود. (پرتکرار)
- ۳ اگر شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی طوری بر شکل دیگر منطبق کنیم که به طور کامل یکدیگر را بپوشانند، می‌گوییم این دو شکل با یکدیگر ..... هستند. (پرتکرار)
- ۴ تساوی زاویه رأس دو مثلث متساوی‌الساقین برای هم‌نهشتی آنها کافی ..... (قزوین)
- ۵ هر نقطه روی ..... زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است. (پرتکرار)

پ) گزینه درست را انتخاب کنید.

- ۱ کدام دسته از اعداد زیر نمی‌تواند طول اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه باشند؟ (پرتکرار)
 

۱۲, ۵, ۱۳ (۱)	۸, ۱۵, ۱۷ (۲)	۵, ۴, ۳ (۳)	۳, ۲۴, ۲۵ (۴)
---------------	---------------	-------------	---------------
- ۲ اگر در مثلثی با طول اضلاع  $a, b, c$  و رابطه  $a^2 = b^2 - c^2$  برقرار باشد، اندازه وتر کدام است؟ (پرتکرار)
 

a (۱)	b (۲)	c (۳)	۴ (۴) نمی‌توان مشخص کرد.
-------	-------	-------	--------------------------
- ۳ اگر در مثلث  $ABC$ ،  $AB = ۵$ ،  $AC = ۱۲$  و  $BC = ۱۳$  باشد، اندازه زاویه  $A$  چند درجه است؟ (پرتکرار)
 

۳۰° (۱)	۴۵° (۲)	۹۰° (۳)	۶۰° (۴)
---------	---------	---------	---------
- ۴ طول قطرهای یک لوزی ۱۸ و ۲۴ است. محیط لوزی چقدر است؟ (پرتکرار)
 

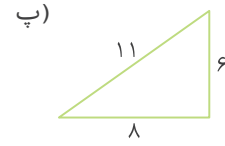
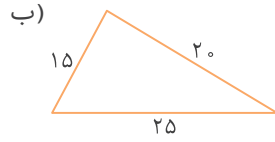
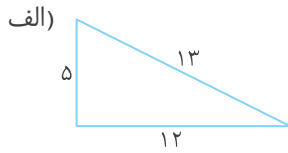
۴۵ (۱)	۵۶ (۲)	۶۰ (۳)	۶۴ (۴)
--------	--------	--------	--------
- ۵ کدام گزینه حالت هم‌نهشتی دو مثلث نیست؟ (پرتکرار)
 

(۱) (ض ض ض)	(۲) (ز ز ز)	(۳) (ض ز ض)	(۴) (ز ض ز)
-------------	-------------	-------------	-------------

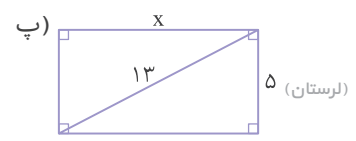
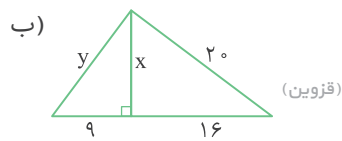
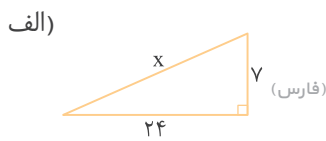
(ت) به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

۱ بررسی کنید کدام یک از مثلث‌های زیر قائم‌الزاویه نیست.

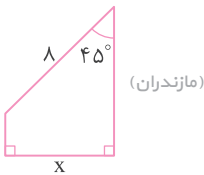
(پرتکرار)



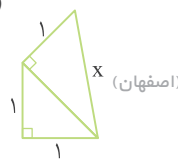
(پرتکرار)



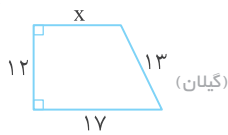
(ت)



(ث)

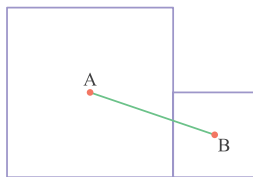


(ج)



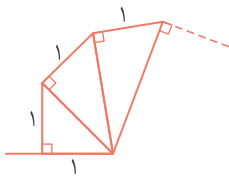
۲ مطابق شکل، مرکز دو مربع به ضلع‌های ۶ و ۱۲ را به یکدیگر وصل کرده‌ایم. طول پاره خط AB چقدر است؟

(پرتکرار)



(پرتکرار)

۳ اگر شکل زیر را تا ۷ مثلث ادامه دهیم، محیط شکل حاصل چقدر می‌شود؟



۴ اداره برق برای ثابت ماندن یک دکل، بالاترین نقطه آن را با سیمی به طول ۱۰ متر، در فاصله ۶ متری پایین دکل به زمین وصل کرده است.

(پرتکرار)

ارتفاع دکل چقدر است؟

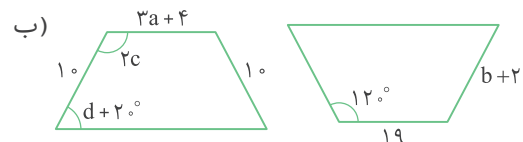
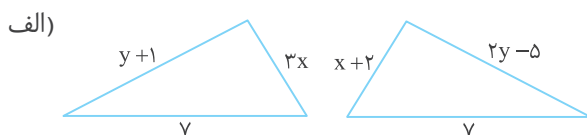
۵ نگار از خانه باید ۲۵ کیلومتر به سمت جنوب، ۶۰ کیلومتر به سمت غرب و ۵۵ کیلومتر به سمت جنوب حرکت کند تا به مدرسه برسد.

(پرتکرار)

فاصله مستقیم خانه نگار تا مدرسه چقدر است؟

۶ با توجه به هم‌نهشتی هر جفت از شکل‌های زیر، مقادیر مجهول را به دست آورید. در هر حالت، با کدام تبدیل‌ها دو شکل بر هم منطبق می‌شوند؟

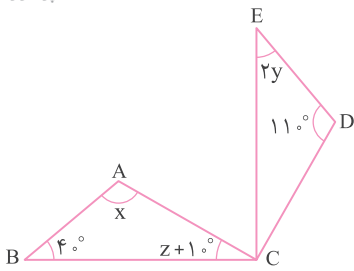
(پرتکرار)







(پرتکرار)



۸ مثلث ABC و مثلث CDE هم‌نهشت هستند.

الف) با چه تبدیلی مثلث ABC بر CDE منطبق می‌شود؟

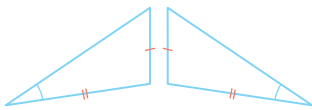
ب) مقادیر x, y و z چقدر است؟

۹ در هر قسمت با توجه به ضلع‌ها و زاویه‌های مساوی مشخص‌شده، اگر دو مثلث هم‌نهشت‌اند، حالت هم‌نهشتی را بیان و مشخص کنید

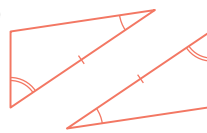
(تهران)

در کدام قسمت اطلاعات داده‌شده برای نشان دادن هم‌نهشتی دو مثلث کافی نیست.

الف)

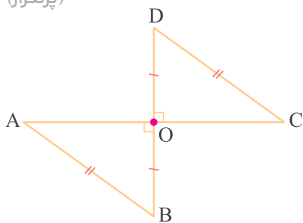


ب)



(پرتکرار)

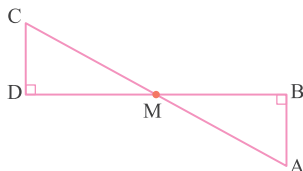
۱۰ الف) دلیل هم‌نهشتی دو مثلث روبه‌رو را بیان کنید.



ب) مثلث OAB با کدام تبدیل هندسی بر مثلث OCD منطبق می‌شود؟

(پرتکرار)

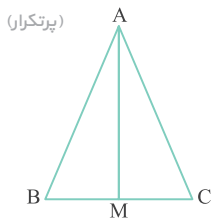
۱۱ الف) نقطه M وسط پاره‌خط AC است. دو مثلث ABM و CDM چرا هم‌نهشت‌اند؟



ب) تساوی ضلع‌ها و زاویه‌های متناظر را بنویسید.

(پرتکرار)

۱۲ پاره‌خط AM در مثلث متساوی‌الساقین ABC رسم شده است.



الف) اگر AM میانه وارد بر قاعده باشد، نشان دهید دو مثلث ABM و ACM هم‌نهشت‌اند.

ب) اگر AM ارتفاع وارد بر قاعده باشد، دلیل هم‌نهشتی دو مثلث کدام حالت است؟

(پرتکرار)

۱۳ ثابت کنید: «هر نقطه روی عمودمنصف یک پاره‌خط، از دو سر آن پاره‌خط به یک فاصله است.»

فصل هفتم: توان و جذر

الف) درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

(پرتکرار)  درست  نادرست

۱ هر عدد منفی به توان عددی زوج، عددی منفی است.

(پرتکرار)  درست  نادرست

۲ حجم مکعبی به ضلع 2a برابر 6a<sup>3</sup> است.

(پرتکرار)  درست  نادرست

۳ عدد  $\sqrt{34}$  بین عددهای 6 و 7 قرار دارد.