

فصل ۱

مجموعه‌ها

نکات مهم

مفاهیم مجموعه

- ۱ به دسته‌ای از اشیای «مشخص»، مجموعه گفته می‌شود. مجموعه‌ها را با حروف بزرگ لاتین نشان می‌دهند و اعضای مجموعه را در داخل دو آکولاد قرار می‌دهند.
- ۲ یک مجموعه می‌تواند متناهی (با پایان) مثل $A = \{1, 2, \dots, 1000\}$ و یا نامتناهی مثل $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ باشد.
- ۳ مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد را مجموعه‌ی تهی نامیده و آن را به صورت \emptyset یا $\{\}$ نمایش می‌دهند.
- تذکره مجموعه‌های $\{\emptyset\}$ و $\{\emptyset\}$ ، تهی نمی‌باشند. مجموعه‌ی $\{\emptyset\}$ عضو \emptyset را دارد.
- ۴ \in علامت عضو بودن و \notin علامت عضو نبودن است.

$$A = \{1, 2, 3, 4\} \quad 2 \in A, \{2\} \notin A$$

مثال

- ۵ اگر هر عضو مجموعه‌ی A ، عضوی از مجموعه‌ی B و هر عضو مجموعه‌ی B ، عضوی از مجموعه‌ی A باشد، آن‌گاه دو مجموعه‌ی A و B را مساوی گویند و به صورت $A = B$ نمایش می‌دهند.

$$\{1, 2, 3\} = \{3, 2, 1\} = \{2, 1, 3\} \quad \text{۶ ترتیب اعضاء یک مجموعه مهم نیست.}$$

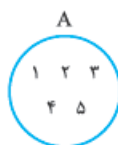
$$\{2, 3\} = \{2, 2, 3, 3\} = \{2, 3, 2, 3, 2, 3, \dots\} \quad \text{۷ تکرار اعضاء در مجموعه مهم نیست.}$$

- ۸ یک مجموعه را با سه روش نمایش می‌دهند:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \text{الف) نمایش تفصیلی (با اعضاء):}$$

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 6\} \quad \text{ب) نمایش توصیفی (بیان ریاضی):}$$

$$\text{ج) نمایش هندسی (نمودار ون):}$$



زیرمجموعه

- ۹ هر مجموعه‌ی A گویند، هرگاه هر عضو B ، عضو A نیز باشد و آن را به صورت $B \subseteq A$ نمایش می‌دهند و اگر B زیرمجموعه‌ی A نباشد، آن را به صورت $B \not\subseteq A$ نمایش می‌دهند.

- ۱۰ هر مجموعه، زیرمجموعه‌ی خودش می‌باشد.

- ۱۱ اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq A$ باشد، آن‌گاه $A = B$ می‌باشد.

- ۱۲ اگر $A \subseteq B$ و $B \subseteq C$ باشد، آن‌گاه $A \subseteq C$ می‌باشد.

- ۱۳ به تعداد اعضای یک مجموعه، عدد اصلی آن مجموعه گفته می‌شود و آن را با حرف n نمایش می‌دهند.

$$A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n(A) = 3 \quad \text{مثال}$$

- ۱۴ اگر مجموعه‌ای n عضو داشته باشد، 2^n زیرمجموعه خواهد داشت.

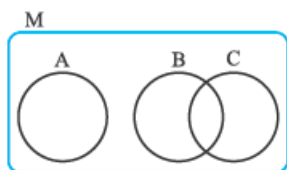
- ۱۵ به تمامی زیرمجموعه‌های یک مجموعه به جز خودش، زیرمجموعه‌های محض (سره) آن مجموعه گفته می‌شود و تعداد آن $2^n - 1$ می‌باشد.

- ۱۶ در هر مجموعه‌ی n عضوی، تعداد زیرمجموعه‌های یک‌عضوی: n تا

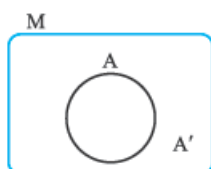
$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های دو‌عضوی: } \frac{n(n-1)}{2} \text{ تا}$$

$$\text{تعداد زیرمجموعه‌های سه‌عضوی: } \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \text{ تا و ... می‌باشد.}$$

۱۷ مجموعه‌ی تمام زیرمجموعه‌های یک مجموعه را مجموعه‌ی توانی آن می‌گوییم و با $P(A)$ نشان می‌دهیم. واضح است تعداد اعضای $P(A)$ برابر است با 2^n که n تعداد اعضای A است.



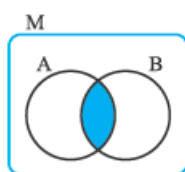
۱۸ مجموعه‌ی مرجع: تمام مجموعه‌های موردبحث، در واقع زیرمجموعه‌هایی از یک مجموعه می‌باشند که آن را مجموعه‌ی مرجع می‌نامند و با حرف M نمایش می‌دهند.



۱۹ متمم مجموعه: اعضای M که در A نیستند را متمم A نامیده و با A' یا A^C نمایش می‌دهند.

۲۰ اگر $A \subset B$ باشد، آن‌گاه $B' \subset A'$ بوده و برعکس.

اعمال روی مجموعه‌ها،

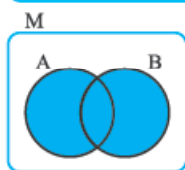


۱ اشتراک: اشتراک دو مجموعه‌ی A و B شامل اعضای مشترک هر دو مجموعه است که به صورت $A \cap B$ نمایش می‌دهند.



۲۱ به دو مجموعه که اشتراک آن‌ها تهی باشد، دو مجموعه‌ی جدا از هم می‌گویند.

۲۲ اگر $x \in (A \cap B)$ باشد، آن‌گاه $x \in A$ و $x \in B$ می‌باشد.



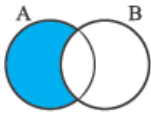
۲ اجتماع: اجتماع دو مجموعه‌ی A و B ، مجموعه‌ای است که اعضای آن متعلق به A یا B و یا هر دو مجموعه است و آن را به صورت $A \cup B$ نمایش می‌دهند.

۲۳ اگر عضوی متعلق به $A \cup B$ باشد، نمی‌توان مشخص کرد که x دقیقاً متعلق به کدام مجموعه می‌باشد.

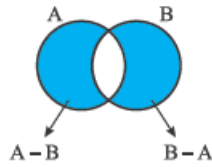
۲۴ نکات مربوط به اجتماع و اشتراک مجموعه‌ها:

اشتراک	اجتماع
۱ $A \cap A = A$	۱ $A \cup A = A$
۲ $A \cap \emptyset = \emptyset$	۲ $A \cup \emptyset = A$
۳ $A \cap M = A$	۳ $A \cup M = M$
۴ $A \cap A' = \emptyset$	۴ $A \cup A' = M$
۵ $A \cap B = B \cap A$	۵ $A \cup B = B \cup A$
۶ $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$	۶ $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$
۷ $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A$	۷ $A \subset B \Rightarrow A \cup B = B$
۸ $(A \cap B) \subset A$	۸ $A \subset (A \cup B)$
۹ $(A \cap B) \subset B$	۹ $B \subset (A \cup B)$
۱۰ $(A \cap B) \subset B$, $A \subset (A \cup B)$	
۱۱ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	۱۲ $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

تفاضل دو مجموعه



$A - B$ یعنی مجموعه‌ی تمامی اعضای A که در B وجود ندارد.



۲۵ دو مجموعه‌ی $A - B$ و $B - A$ مساوی نمی‌باشند.

۲۶ $A - B$ و $B - A$ دو مجموعه‌ی جدا از هم می‌باشند.

۲۷ $M - A = A'$

۲۸ $A - B = A \cap B'$ (چرا؟)

۲۹ $A - B = B' - A'$

احتمال

تجربه‌ی تصادفی: به وقایعی که نتایج حاصل از آن را نتوان به طور دقیق پیش‌بینی کرد، گفته می‌شود. مثل تجربه‌ی انداختن یک تاس.

فضای نمونه: به مجموعه‌ی تمام نتایج یک تجربه‌ی تصادفی گفته می‌شود که آن را با S نمایش می‌دهند.

پیشامد: مجموعه‌ی حالت‌های مطلوب یک فضای نمونه را پیشامد می‌گویند.

احتمال: احتمال وقوع یک پیشامد یعنی نسبت تعداد حالت‌های پیشامد به تعداد کل حالت‌های ممکن. به عبارت دیگر:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

عدد احتمال یک پیشامد، عددی بین ۰ و ۱ بوده و اگر صفر باشد، آن را غیرممکن و اگر ۱ باشد، آن را پیشامد حتمی می‌گوییم.

پیشامد مستقل: اگر وقوع دو پیشامد مستقل از هم باشد و این دو پیشامد روی هم تأثیر نداشته باشند، احتمال وقوع هر دو با هم ضرب احتمال

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

آن دو است:



۱- کدام توصیف زیر، یک مجموعه را مشخص می‌کند؟

(۱) سه عدد زوج متوالی (۲) بزرگ‌ترین دانشمندی‌های جهان

(۳) اعداد اول بین ۱۰ و ۱۰۰ (۴) سه مضرب متوالی عدد ۵

۲- اگر مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد را با O نمایش دهیم، کدام‌یک از عبارات زیر درست است؟

(۱) $-15 \in O$ (۲) $8^{11} \in O$ (۳) $7^{11} + 11^2 \in O$ (۴) $5^{18} \in O$

۳- کدام‌یک از مجموعه‌های زیر، یک مجموعه‌ی تهی است؟

(۱) $\{ \}$ (۲) مجموعه‌ی اعداد اول کوچک‌تر از ۳

(۳) $\{ \emptyset \}$ (۴) مجموعه‌ی اعداد اول بین ۲۴ و ۲۸

۴- دو مجموعه‌ی A و B برابرند، هرگاه

(۱) تمام عضوهای A در B وجود داشته باشند. (۲) هر عضو دلخواه از A در B وجود داشته باشد.

(۳) هر یک زیرمجموعه‌ی دیگری باشد. (۴) تعداد عضوهای A و B برابر باشد.

۵- اگر $A = \{ \emptyset, 1 \}$ باشد، کدام‌یک از رابطه‌های زیر صحیح است؟

(۱) $\{ \} \subset A$ (۲) $1 \subset A$ (۳) $\{ \} \in A$ (۴) $\emptyset \in A$

۶- اگر $E = \{ 1, 2, \{ 1, 2 \} \}$ باشد، کدام نادرست است؟

(۱) $\{ \} \in E$ (۲) $\{ \} \subset E$ (۳) $\{ 1, 2 \} \in E$ (۴) $\{ 1, 2 \} \subset E$

۷- در تساوی $\{6\} = \{(x-y), (3x+3y)\}$ ، چه قدر است x ؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۳

۸- کدام مجموعه، زیرمجموعه‌های سایر مجموعه‌هاست؟

- (۱) $\{\{\emptyset\}\}$ (۲) $\emptyset \cup \{\emptyset\}$ (۳) $\emptyset \cap \{\emptyset\}$ (۴) $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

۹- اگر $A = \{a, \{a\}\}$ باشد، آن‌گاه کدام عبارت زیر درست است؟

- (۱) $a \in A$ (۲) $\{a\} \subset A$ (۳) $\{a, \{a\}\} \in A$ (۴) $\{\{a\}\} \in A$

۱۰- کدام رابطه نادرست است؟

- (۱) $\emptyset \subset \emptyset$ (۲) $\emptyset \subset \{\emptyset\}$ (۳) $\{\emptyset\} \subset \{\emptyset\}$ (۴) $\emptyset \in \emptyset$

۱۱- کدام مجموعه‌ی زیر تهی است؟

- (۱) مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد بین ۸ و ۱۰ (۲) مجموعه‌ی اعداد طبیعی زوج بین ۹ و ۱۱

- (۳) مجموعه‌ی اعداد طبیعی مضرب ۳ بین ۱۳ و ۱۵ (۴) مجموعه‌ی اعداد طبیعی مضرب ۳ بین ۱۴ و ۱۶

۱۲- اگر A مجموعه‌ی اعدادی باشد که معکوسشان با خودشان برابر باشد و B مجموعه‌ی اعدادی باشد که معکوسشان با ربع آن عدد برابر

(المپیار A)

باشد، در این صورت مجموعه‌ای شامل تمام اعضای A و B ، چند زیرمجموعه دارد؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۸ (۴) ۴

(المپیار رشد A^0)

۱۳- اگر $A = \{\emptyset, \{2\}, x\}$ باشد، کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\emptyset \notin A$ (۲) $2 \in A$ (۳) $\{2\} \subset A$ (۴) $\{2\} \in A$

۱۴- کدام مجموعه‌ی زیر، تعداد زیرمجموعه‌هایش بیشتر است؟

- (۱) $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \emptyset, \emptyset\}$ (۲) $B = \{\{1, 2, 3, 4, 5\}\}$

- (۳) $C = \{x, y, z\}$ (۴) $D = \{x \mid x(x-1)(x-2) = 0, x \in \mathbb{N}\}$

۱۵- اگر $A \subset B$ باشد، آن‌گاه $A \cup B$ برابر کدام است؟

- (۱) A (۲) B (۳) M (۴) \emptyset

۱۶- اگر $A \cup B = \emptyset$ باشد، کدام رابطه‌ی زیر صحیح است؟

- (۱) $A = \emptyset$ (۲) $B = \emptyset$ (۳) $A \cup (A \cap B) = \emptyset$ (۴) هر سه مورد

۱۷- دو مجموعه‌ی $A = \{\emptyset, x-y\}$ و $B = \{\emptyset, x+y\}$ برابر می‌باشند. $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3}{1}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{3}{1}$

۱۸- تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $B = \{\{a\}, b\}$ چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $A = \{\{b\}, b\}$ می‌باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۹- مجموعه‌ای که 1024 زیرمجموعه دارد، چند زیرمجموعه‌ی یک‌عضوی دارد؟

- (۱) 1024 (۲) 512 (۳) 10 (۴) 5

۲۰- کدام یک از عبارات زیر، درست است؟

- (۱) $W \subset N \subset Z$ (۲) $N \subset W \subset Z$ (۳) $Z \subset W \subset N$ (۴) $W \subset Z \subset N$

۲۱- اگر دو عضو از اعضای مجموعه‌ی A را حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن 384 واحد کم می‌شود. A چند عضو دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

(تیزهوشان)

۲۲- در مجموعه‌ی $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ، کدام رابطه نادرست است؟

- (۱) $\{\emptyset\} \in A$ (۲) $\{\{\emptyset\}\} \in A$ (۳) $\emptyset \in A$ (۴) $\{\{\emptyset\}\} \subset A$

(علامه طباطبائی)

۲۳- اگر از اعضای یک مجموعه یک عضو کاسته شود، تعداد زیرمجموعه‌های آن:

(۱) یکی کم می‌شود. (۲) نصف می‌شود. (۳) دو برابر می‌شود. (۴) یکی اضافه می‌شود.

۲۴- عضو بیستم مجموعه $A = \{4, 9, 14, \dots\}$ کدام است؟

(۱) ۱۰۴ (۲) ۸۹ (۳) ۱۰۰ (۴) ۹۹

۲۵- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه m عضوی، چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $(m-k)$ عضوی است؟ (تیزهوشان)

(۱) m^k (۲) k^m (۳) 2^{m-k} (۴) 2^k

۲۶- اگر مجموعه A دارای n عضو باشد، مجموعه‌ی زیرمجموعه‌های آن چند زیرمجموعه دارد؟ (تیزهوشان)

(۱) 2^{n^2} (۲) n^2 (۳) 2^{2n} (۴) $2n$

(علامه طباطبائی)

۲۷- مجموعه $A = \{a, b, c, d, e\}$ چند زیرمجموعه‌ی دو عضوی دارد؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۲۸- مجموعه‌ی اعداد اول کوچک‌تر از 20 را A می‌نامیم. تعداد زیرمجموعه‌های 6 عضوی مجموعه A ، چند برابر تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی آن می‌باشد؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۹- مجموعه‌ای دارای 6 زیرمجموعه‌ی یک‌عضوی است. این مجموعه چند زیرمجموعه‌ی سه‌عضوی دارد؟

(۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۳۲

۳۰- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی، 2^{2n-14} می‌باشد. عدد اصلی این مجموعه کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۴

۳۱- اختلاف تعداد اعضای دو مجموعه، ۴ و اختلاف تعداد زیرمجموعه‌های آن‌ها 120 می‌باشد. مجموع تعداد اعضای دو مجموعه، کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۱۱

۳۲- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $k-1$ عضوی، از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $k-4$ عضوی، 224 واحد بیشتر است. عدد طبیعی k کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۳۳- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، چند زیرمجموعه دارد که شامل ۲ و ۳ باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۲

۳۴- مجموعه $A = \{a, b, c, d, e\}$ ، چند زیرمجموعه دارد که شامل a و b و فاقد c باشد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۴

۳۵- اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ و $B = \{4, 5, 6, 7\}$ و $B \subset X \subset A$ باشد، به جای X چند مجموعه می‌توان قرار داد؟

(۱) ۱۶ (۲) ۸ (۳) ۲۵۶ (۴) ۴

۳۶- مجموعه‌ای دارای 10 زیرمجموعه‌ی دو عضوی است. این مجموعه، چند زیرمجموعه‌ی سه‌عضوی دارد؟

(۱) ۱۵ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۵

۳۷- در یک مجموعه n عضوی، تعداد زیرمجموعه‌های 5 عضوی و $2-n$ عضوی مساوی است. این مجموعه چند زیرمجموعه دارد؟

(۱) ۱۲۸ (۲) ۶۴ (۳) ۳۲ (۴) ۲۵۶

۳۸- مجموع تمامی زیرمجموعه‌های دو، سه و چهار عضوی یک مجموعه‌ی 5 عضوی کدام است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۱۲

۳۹- تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $2k$ عضوی، 56 واحد بیشتر از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه k عضوی است. k برابر است با:

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۳

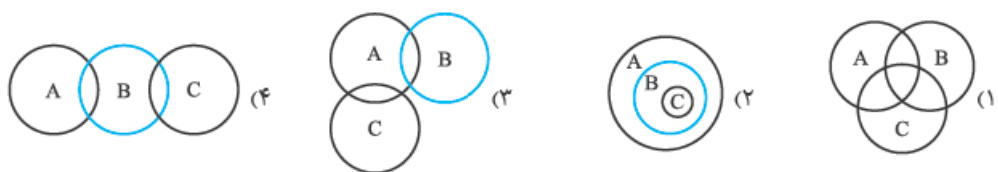
۴۰- کدام یک از روابط زیر همواره درست نیست؟

- (۱) $A \subset (A \cup B)$ (۲) $(A \cap B) \subset (A \cup B)$
 (۳) $(A \cap C) \subset (A \cup B \cup C)$ (۴) $(A \cap B) \subset (A \cap B \cap C)$

۴۱- به ازای هر دو مجموعه A و B ، $A \cup (A \cap B)$ برابر است با:

- (۱) A (۲) B (۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$

۴۲- اگر $A = \{a, b, c\}$ ، $B = \{b, c\}$ و $C = \{c\}$ باشد، کدام یک از اشکال زیر، اشتراک A و B و C را نشان می‌دهد؟



۴۳- اشتراک تمامی زیرمجموعه‌های سه‌عضوی از مجموعه 50 عضوی A کدام است؟

- (۱) \emptyset (۲) A (۳) A' (۴) M

۴۴- اجتماع تمامی زیرمجموعه‌های سه‌عضوی از مجموعه 40 عضوی B ، کدام است؟

- (۱) B (۲) \emptyset (۳) B' (۴) M

۴۵- در کدام یک از مجموعه‌های زیر، هر عضو آن، زیرمجموعه‌اش نیز می‌باشد؟

- (۱) $\{\{\emptyset\}\}$ (۲) $\{a, \{a\}\}$
 (۳) $\{\emptyset, \{a\}, \{\emptyset, \{a\}\}\}$ (۴) $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$

۴۶- اگر $A = \{x \mid \frac{x}{2} \in \mathbb{Z}\}$ و $B = \{x \mid \frac{x-1}{2} \in \mathbb{Z}\}$ باشد، $A \cap B$ کدام است؟

- (۱) A (۲) B (۳) \emptyset (۴) Z

۴۷- در سؤال قبل، $A \cup B$ کدام است؟

- (۱) A (۲) M (۳) Z (۴) \emptyset

۴۸- حاصل $(A \cap B) \cup (A \cup B)$ ، برابر است با:

- (۱) A (۲) B (۳) $A \cap B$ (۴) $A \cup B$

۴۹- مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 < 100\}$ ، چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۹ (۳) ۲۱ (۴) بی‌شمار

۵۰- اگر $A_0 = \{-1, 0, 1\}$ ، $A_1 = \{-2, 0, 2\}$ ، $A_2 = \{-3, 0, 3\}$ ، $A_3 = \{-4, 0, 4\}$ ، $A_4 = \{-5, 0, 5\}$ ، $A_5 = \{-6, 0, 6\}$ ، $A_6 = \{-7, 0, 7\}$ ، $A_7 = \{-8, 0, 8\}$ ، $A_8 = \{-9, 0, 9\}$ ، $A_9 = \{-10, 0, 10\}$ باشد، حاصل $A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_9$ ، کدام است؟

- (۱) $\{-100, 99, \dots, 100\}$ (۲) $\{-101, -100, -99, \dots, 101\}$
 (۳) $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 101\}$ (۴) $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm 101\}$

۵۱- عضو بیستم مجموعه $\{2, 6, 12, 20, 30, \dots\}$ کدام است؟

- (۱) ۳۸۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۰ (۴) ۴۲۰

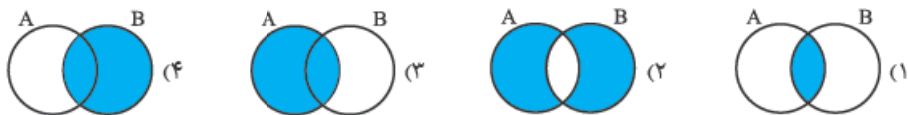
۵۲- مجموع اعضای مجموعه $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, \frac{120}{x} \in \mathbb{Z}\}$ ، برابر است با:

- (۱) ۳۶۰ (۲) ۷۲۰ (۳) -۳۶۰ (۴) صفر

۵۳- اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ باشد، مجموعه $P(P(A))$ چند زیرمجموعه دارد؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۱۶ ۴) ۸

۵۴- اگر $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ باشد، کدام نمودار، $A \Delta B$ را نمایش می‌دهد؟



۵۵- عدد اصلی مجموعه $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, \frac{200}{x} \in \mathbb{N}\}$ ، برابر است با:

- ۱) ۲۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۰

۵۶- حاصل $n(P(P(P(\emptyset))))$ برابر است با:

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۷- اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، آن‌گاه:

- ۱) $A' \cap B' = \emptyset$ ۲) $A \cap B' = \emptyset$ ۳) $A' \cap B = \emptyset$ ۴) $A \cap B' = A$

۵۸- اگر $(A \cup B) \subset \emptyset$ باشد، کدام گزینه درست است؟

- ۱) $A = \emptyset$ یا $B = \emptyset$ ۲) $A \neq \emptyset$ یا $B = \emptyset$ ۳) $A \neq \emptyset$ یا $B \neq \emptyset$ ۴) $A = \emptyset$ و $B = \emptyset$

۵۹- با توجه به نمودار ون مقابل، مجموعه سایه‌خورده، کدام است؟

- ۱) A' ۲) $B - A$ ۳) $B' - A$ ۴) $A' \cup B$

۶۰- اگر $A \subset B$ باشد، آن‌گاه کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) $B' \subset A'$ ۲) $A' \cup B = M$ ۳) $A \cap B' = \emptyset$ ۴) $A' \cap B = \emptyset$

۶۱- اگر $A \cap B = \emptyset$ باشد، کدام یک از زوج مجموعه‌های زیر اشتراکشان تهی است؟

- ۱) $A, A' \cap B$ ۲) $A', A' \cap B'$ ۳) A, B' ۴) A', B'

۶۲- با شرط $A \cap B = A$ ، کدام یک از روابط زیر نادرست است؟

- ۱) $B' \subset A'$ ۲) $A \cap B' = \emptyset$ ۳) $A' \cap B' = A'$ ۴) $A \subset B$

۶۳- کدام یک از روابط زیر، نادرست است؟

- ۱) $(B \cap B') \cup (A \cap A') = A \cap B'$ ۲) $(A \cap A') \cap (B \cup B') = \emptyset$ ۳) $(B \cap B') \cup (A \cup A') = \emptyset$ ۴) $[(A \cap B) \cap A'] \cup [B \cap C \cap B'] = \emptyset$

۶۴- با توجه به نمودار، مجموعه $R - S$ چیست؟

- ۱) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ۲) $\{5, 6\}$ ۳) $\{3, 4\}$ ۴) $\{1, 2\}$

۶۵- اگر در مجموعه‌ها $A - B = B - A$ باشد، کدام گزینه درست است؟

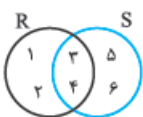
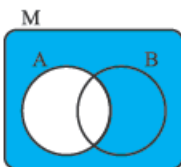
- ۱) $A = B$ ۲) $A = \emptyset$ ۳) $B = \emptyset$ ۴) $A' = B$

۶۶- اگر A و B دو مجموعه باشند، مجموعه $(A \cup B) - B$ کدام است؟

- ۱) A ۲) $(A \cup B)'$ ۳) $A \cap B'$ ۴) $A \cup B'$

۶۷- اگر $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و $A \cap B = \{3, 5\}$ ، حاصل $(A - B) \cup (B - A)$ کدام است؟

- ۱) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ۲) $\{3, 5\}$ ۳) \emptyset ۴) $\{1, 2, 4, 6\}$



۶۸- اگر $A \subset B$ باشد، $A' - B$ مساوی است با:

- (۱) $A' \cup B'$ (۲) B' (۳) $(A \cap B)'$ (۴) A'

۶۹- مجموعه $(A - B) \cup (B \cap A)$ ، همواره برابر کدام مجموعه است؟

- (۱) A (۲) B (۳) $A \cap B$ (۴) \emptyset

۷۰- اگر A و B دو مجموعه باشند و $A \cap B = \emptyset$ ، $A \neq \emptyset$ و $B \neq \emptyset$ باشد، مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر کدام مجموعه است؟

- (۱) $A - B$ (۲) $A \cup B$ (۳) A (۴) B

۷۱- اگر $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ و $B = \{\emptyset, \{\emptyset\}$ باشد، مجموعه $B - A$ چند زیرمجموعه دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) صفر

۷۲- اگر $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}$ و $B = \{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ باشد، حاصل $B - A$ کدام است؟

- (۱) $\{\emptyset\}$ (۲) \emptyset (۳) B (۴) $\{\{\emptyset\}\}$

۷۳- اگر مجموعه $A = \{x \mid x \leq 5, x \in \mathbb{N}\}$ و مجموعه B اعداد اول کوچکتر از ۱۰۰ باشد، مجموع عضوهای مجموعه $A \cap B$ چه

قدر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۷۴- اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ و $B = \{x \mid x = 4n - 1, n \in A, x \in A\}$ باشد، آن‌گاه B چند عضو دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰

۷۵- اگر $n(A) = 3$ و $n(B) = 8$ باشد، $A \cup B$ حداقل و حداکثر چند زیرمجموعه دارد؟

- (۱) ۲۵۶، ۱ (۲) ۲۰۴۸، ۱ (۳) ۲۵۶، ۸ (۴) ۲۰۴۸، ۲۵۶

۷۶- اگر $n(A \cup B) = n(B)$ باشد، آن‌گاه:

- (۱) $B = \emptyset$ (۲) $A \subset B$ (۳) $B \subset A$ (۴) گزینه‌های ۱ و ۳

۷۷- در یک کلاس ۳۰ نفری، ۲۰ نفر به ریاضی و ۱۵ نفر به فیزیک علاقه‌مند می‌باشند. اگر ۷ نفر به هیچ‌یک از این دو درس علاقه نداشته

باشند، چند نفر فقط به ریاضی علاقه‌مند می‌باشند؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۳ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۷۸- با چه شرطی $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ می‌باشد؟

- (۱) $A = \emptyset$ (۲) $B = \emptyset$ (۳) $A \cap B = \emptyset$ (۴) $A = B$

۷۹- متمم مجموعه $[(B - A) - B] \cup [(A \cap B) - B]$ کدام است؟

- (۱) \emptyset (۲) M (۳) A' (۴) $(A \cup B)'$

۸۰- اگر X زیرمجموعه‌ای ناقص از $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ باشد، معادله‌ی زیر چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۳۲

۸۱- اگر اعداد صحیح، مجموعه‌ی مرجع و $A = \{2k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ ، $B = \{3k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ و $C = \{3k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ باشد، مجموعه‌ی $A \cap (B' \cap C')$

کدام است؟

- (۱) $\{3k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ (۲) $\{6k \mid k \in \mathbb{Z}\}$ (۳) $\{6k - 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$ (۴) $\{6k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}\}$

۸۲- کدام‌یک از مجموعه‌های زیر، توصیف مجموعه‌ی $A = \{1, 4, -9, -16, 25, 36, \dots\}$ می‌باشد؟

- (۱) $\{n^2 \times (-1)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ (۲) $\{n^2 \times (-1)^{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$

- (۳) $\{n^2 \times (-1)^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ (۴) $\{n^2 \times (-1)^{n+1} \mid n \in \mathbb{N}\}$

۸۳- یک سکه و یک تاس را با هم به هوا می‌اندازیم. به چند حالت سکه و تاس روی زمین می‌نشینند؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۳۶ (۳) ۸ (۴) ۱۲

۸۴- دو تاس را پرتاب می‌کنیم. تعداد حالت‌های ممکن کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۳۶ (۴) ۶۶

۸۵- تاسی را دو مرتبه پرتاب کرده‌ایم. تعداد پیشامدهای ممکن، چه قدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۱۲ (۳) ۳۶ (۴) ۶۶

۸۶- خانواده‌ای دارای چهار فرزند است. فضای نمونه‌ای آن (از نظر دختر یا پسر بودن هر فرزند) از چند عضو تشکیل شده است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶ (آزمون ورودی)

۸۷- یک تاس را به هوا می‌اندازیم. احتمال این که عدد روشده، اول باشد، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۸۸- دو تاس را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. احتمال این که مجموع اعداد روشده اول باشد، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{15}{36}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{11}{36}$

۸۹- سه سکه را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. احتمال این که هر سه یکسان ظاهر شوند، چه قدر است؟

- (۱) ۱۰٪ (۲) ۱۲/۵٪ (۳) ۲۰٪ (۴) ۲۵٪

۹۰- سکه‌ای را ۹ بار متوالی انداخته‌ایم و «پشت» آمده است. احتمال آن که مرتبه‌ی دهم نیز «پشت» بیاید، چند درصد است؟

- (۱) ۱۰٪ (۲) ۸٪ (۳) تقریباً ۱۱٪ (۴) ۵۰٪

۹۱- سه سکه‌ی مختلف را هم‌زمان به هوا پرتاب می‌کنیم. احتمال این که هر سه سکه رو بیاید، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{6}$

(مسابقات ریاضی)

۹۲- کدام احتمال بیشتر است؟

(۱) یک تاس بیندازیم، عدد شش، رو بیاید.

(۲) از یک دسته کارت که عددهای ۱ تا ۲۰ روی آن‌ها نوشته شده، یک کارت بیرون آوریم و عدد روی کارت ۷ یا ۱۱ باشد.

(۳) سه سکه به طور هم‌زمان پرتاب کنیم؛ همگی به یک طرف مشخص، رو شوند.

(۴) نخستین فرزند یک خانواده، در روز یکشنبه به دنیا بیاید.

۹۳- دو سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال این که هر دو سکه، رو و تاس، عددی اول باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{24}$

۹۴- در یک اتاق ۵ جفت کفش وجود دارد. اگر از میان آن‌ها ۲ لنگه کفش برداریم، احتمال این که این دو لنگه کفش، یک جفت کفش را تشکیل دهند، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{9}$

۹۵- کیسه‌ای شامل ۴ مهره‌ی سفید، ۶ مهره‌ی قرمز و ۵ مهره‌ی آبی است. یک مهره را به طور تصادفی از کیسه خارج می‌کنیم. احتمال این که این مهره، قرمز و یا آبی باشد، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{11}{15}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{5}$

۹۶- عددی دورقمی را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. احتمال این که عدد انتخابی مضرب ۲ و ۳ باشد ولی مضرب ۵ نباشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{13}{90}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{2}{15}$

۹۷- دو تاس را به هوا می‌اندازیم. احتمال این که مجموع اعداد روشده، ۱۳ باشد، چه قدر است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{36}$ (۴) $\frac{1}{12}$

۹۸- تمامی اعداد دورقمی را بر روی کارت‌هایی مجزا نوشته و در کیسه‌ای قرار داده‌ایم. یکی از آن‌ها را به طور تصادفی بیرون می‌آوریم. احتمال آن که این عدد، رقم متفاوت داشته باشد، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{25}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{75}$

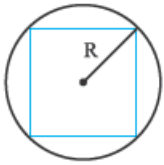
۹۹- در ظرفی ۵ مهره به شماره‌های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ ریخته‌ایم. دو مهره به تصادف با هم از ظرف بیرون می‌آوریم. احتمال آن که مجموع شماره‌ها بزرگ‌تر از ۵ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{7}$

۱۰۰- احتمال این که یک سال کبیسه دارای ۵۳ جمعه باشد، چه قدر است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۰۱- نقطه‌ای به تصادف درون دایره‌ی شکل مقابل انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این نقطه در داخل مربع باشد، چه قدر است؟



- (۱) $\frac{2}{\pi}$ (۲) $\frac{3}{\pi}$ (۳) $1 - \frac{2}{\pi}$ (۴) $1 - \frac{3}{\pi}$

۱۰۲- تاسی را دوبار پرتاب می‌کنیم. احتمال این که مجموع اعداد روشده کمتر از ۴ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{36}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{1}{12}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۱۰۳- بر روی کارت‌هایی، تمامی زیرمجموعه‌های $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ را نوشته و در یک کیسه قرار می‌دهیم. یک کارت را به طور تصادفی بیرون می‌آوریم. احتمال آن که این کارت یکی از زیرمجموعه‌های دو عضوی B باشد، تقریباً چه قدر است؟

- (۱) ۳۱٪ (۲) $\frac{62}{5}$ ٪ (۳) ۶۰٪ (۴) $\frac{93}{75}$ ٪

۱۰۴- یک سکه را سه بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که حداقل یک خط داشته باشیم، چیست؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۰۵- دو تاس داریم که روی وجه‌های تاس اول، اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ و تاس دوم ۱، ۲، ۳، ۳، ۴، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ است. دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال این که مجموع دو عدد ۹ باشد، کدام گزینه است؟

(المپیاد ریاضی)

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{12}$ (۵) $\frac{1}{18}$

۱۰۶- دایره‌ای را به شش قسمت مساوی و با شماره‌ی ۱ تا ۶ تقسیم می‌کنیم. اگر عقربه‌ی متصل به مرکز دایره را بچرخانیم. احتمال این که این عقربه بر روی ناحیه‌ای که شماره‌ی آن مضرب ۳ می‌باشد، قرار بگیرد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۰۷- در یک جعبه ۲۰ توپ قرمز، ۳۰ توپ سفید و چند توپ آبی وجود دارد. اگر شما یک توپ به دلخواه از جعبه بردارید، احتمال یا شانس آبی‌بودنش $\frac{9}{11}$ است. چند توپ آبی در جعبه است؟

(مسابقات جهانی IMC)

- (۱) ۴۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۱۵ (۴) ۱۲۵ (۵) ۲۲۵

۱۰۸- دو تاس را می‌اندازیم. اگر مجموع ۷ باشد، احتمال آن که یکی از آن‌ها ۵ باشد، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) هیچکدام

۱۰۹- دو تاس را هم‌زمان می‌اندازیم. احتمال آن که حداقل یکی از آن‌ها ۵ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{11}{36}$ (۴) $\frac{4}{9}$

۱۱۰- در یک کیسه ۱۴ مهره‌ی قرمز و تعدادی مهره‌ی زرد وجود دارد. احتمال آمدن مهره‌ی زرد در یک بار در آوردن مهره ۴۴٪ می‌باشد.
(تیزهوشان) تعداد مهره‌های زرد چه قدر است؟

- (۱) ۷ (۲) ۹ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۱۱۱- اگر احتمال آمدن باران به نیامدنش $\frac{2}{3}$ باشد، آن‌گاه احتمال آمدن باران چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۱۱۲- دو رأس یک پنج‌ضلعی را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن‌که این دو رأس مجاور باشند، برابر است با:

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۱۱۳- اگر چرخنده‌ی روبه‌رو را ۴۴۸ بار بچرخانیم. چندبار احتمال دارد که بر روی قسمت رنگی قرار گیرد؟ این احتمال برابر چند درصد است؟
(با تقریب کمتر از یک) (تیزهوشان)



- (۱) ۵۶ بار و ۱۳٪ (۲) ۵۶ بار و ۱۲٪

- (۳) ۱۶۸ بار و ۳۷٪ (۴) ۱۶۸ بار و ۳٪

۱۱۴- سه ماشین A، B و C به ترتیب ۵۰، ۳۰ و ۲۰ درصد از کل تولید یک کارخانه را تولید می‌کنند. درصد معیوب بودن محصول این ماشین‌ها به ترتیب ۳، ۴ و ۵ درصد است. یک قلم از این کالاها را به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال معیوب بودن این کالا چه قدر است؟

- (۱) ۰/۰۲۳ (۲) ۰/۰۳۷ (۳) ۰/۰۰۴ (۴) ۰/۰۰۷

۱۱۵- از جعبه‌ای که شامل ۴۰۰ لامپ است، ۲۰ لامپ به تصادف انتخاب می‌کنیم و دقیقاً ۶ تای آن‌ها سوخته است. احتمالاً چند لامپ سوخته در کل جعبه است؟
(آزمون TIMSS)

- (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۲۰

۱۱۶- از اعداد کمتر از ۱۰۰۰، عددی ۳ رقمی برداشتیم. احتمال این‌که این عدد، یک‌ناش ۷ باشد، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{9}{100}$ (۳) $\frac{1}{30}$ (۴) $\frac{1}{15}$ (۵) $\frac{7}{100}$

۱۱۷- ارقام صفحات کتابی ۳۲۰ صفحه‌ای را به صورت تک‌رقمی روی کارت‌هایی نوشته و در کیسه‌ای ریخته‌ایم. یک رقم بیرون می‌آوریم. احتمال آن‌که رقم ۱ بیرون بیاید، کدام است؟
(المپیاد بلژیک، فرانسه و هلند)

- (۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{11}{100}$ (۳) $\frac{43}{213}$ (۴) $\frac{43}{240}$ (۵) $\frac{40}{213}$

۱۱۸- تیراندازی، $\frac{1}{4}$ تیرهایش را به هدف می‌زند. کدام گزینه احتمال به هدف نزدن این تیرانداز است؟
(مسابقات جهانی ریاضی)

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۵) صفر

۱۱۹- در یک کلاس ۴۰ نفری، ۷ نفر فوتبالیست هستند. دو نفر از دانش‌آموزان را به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر اولی فوتبالیست باشد، احتمال آن‌که دومی نیز فوتبالیست باشد، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{7}{40}$ (۲) $\frac{3}{13}$ (۳) $\frac{2}{13}$ (۴) $\frac{7}{40} \times \frac{6}{39}$

۱۲۰- احتمال عدم وقوع پیشامدی $\frac{1}{3}$ و کل حالات آن دارای ۶۰ عضو است. تعداد نتایج مشاهده‌شده از وقوع پیشامد چه قدر است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۰ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰

۱۲۱- در پرتاب هم‌زمان دو تاس، مجموع دو عدد را X می‌نامیم. احتمال آمدن کدام X بیشتر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۲۲- فرض کنیم $P(A) = \frac{1}{2}$ ، $n(A) = 8$ و $n(B) = 5$ باشد. P(B) کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{13}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{8}{10}$ (۴) $\frac{5}{13}$

۱۲۳- در کیسه‌ای محتوی کارت، $\frac{1}{6}$ کارت‌ها سبز، $\frac{1}{12}$ زرد، $\frac{1}{4}$ سفید و $\frac{1}{4}$ آبی هستند. اگر فردی بدون نگاه کردن به داخل کیسه، کارتی را بیرون بیاورد، شانس بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟

(آزمون TIMSS)

- (۱) سفید (۲) آبی (۳) سبز (۴) زرد

۱۲۴- خانواده‌ای دارای ۵ فرزند است. احتمال آن که این خانواده حداکثر چهار دختر داشته باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{31}{32}$ (۲) $\frac{27}{32}$ (۳) $\frac{7}{32}$ (۴) $\frac{6}{32}$

۱۲۵- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال این که هر دو تاس زوج بیاید، چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۱۲۶- احتمال به هدف خوردن تیر شکارچی A، برابر $\frac{1}{6}$ و شکارچی B، $\frac{1}{7}$ است. اگر هر دو هم‌زمان به طرف یک آهو شلیک کنند، احتمال شکار شدن آهو چه قدر است؟ (حداقل یک تیر به هدف بخورد)

- (۱) $\frac{1}{78}$ (۲) $\frac{1}{88}$ (۳) $\frac{1}{82}$ (۴) $\frac{1}{72}$

۱۲۷- تاس ۳ را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. مجموع اعداد روشده ۷ شده است. احتمال آن که حداقل دو تا ۳ رو شده باشند چه قدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۱۲۸- سه تاس را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که فقط اولی ۲ باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{35}{216}$ (۲) $\frac{30}{125}$ (۳) $\frac{21}{216}$ (۴) $\frac{5}{36}$



پاسخ‌های تشریحی فصل اول

۱- گزینه ۳ در بقیه‌ی توصیف‌ها، اعضا کاملاً مشخص نمی‌باشند.

۲- گزینه ۴ تحلیل سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی (۱)، $-15 \notin O$ ، پس، طبیعی نیست.

گزینه‌ی (۲)، 8^{11} یک عدد زوج است (عدد ۸ را یازده‌بار در خودش ضرب کنیم). پس، $8^{11} \notin O$

گزینه‌ی (۳)، 11^7 و 7^{11} هر دو اعدادی فردند و مجموع اعداد فرد، یک عدد زوج است. پس: $7^{11} + 11^7 \notin O$

۳- گزینه ۴

۴- گزینه ۳ به تعریف برابری دو مجموعه مراجعه کنید.

۵- گزینه ۱

تذکر علامت \in برای اعضای یک مجموعه معنا دارد و علامت \subset برای بررسی دو مجموعه نسبت به هم معنادار است.

بنابراین:

گزینه‌ی (۲) غلط است. زیرا ۱ مجموعه نیست بلکه عضو مجموعه است.

گزینه‌ی (۳) غلط است. زیرا عدد ۱ همراه با آکولاد در A وجود ندارد.

گزینه‌ی (۴) غلط است. زیرا علامت \emptyset در A نیست.

۶- گزینه ۱ زیرا عضوی به عنوان $\{1\}$ در A مشاهده نمی‌شود.

۷- گزینه ۱ مجموعه‌ی سمت راست ۱ عضو دارد و مجموعه‌ی سمت چپ دو عضو. تنها راه برابری این دو مجموعه این است که هر

دو عضو مجموعه‌ی سمت چپ یکی باشند. (تکراری باشند).

$$\begin{aligned} x - y = 6 \\ 2x + 2y = 6 \Rightarrow x + y = 2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} x - y = 6 \\ x + y = 2 \end{cases} \downarrow +$$

$$2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

۸- گزینه ۳ حاصل $\emptyset \cap \{\emptyset\}$ مساوی با \emptyset است و تهی زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است.

۹- گزینه ۲ به تذکر پاسخ سؤال ۵ رجوع کنید.

۱۰- گزینه ۴ زیرا \emptyset زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است نه لزوماً عضو آن.

۱۱- گزینه ۳

$A \cup B$ مجموعه‌ای است که شامل تمام اعضای A و B است. ابتدا A و B را تشکیل می‌دهیم.

$$A \text{ مجموعه‌ی } x = \frac{1}{x} \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow A = \{1, -1\}$$

$$B \text{ مجموعه‌ی } \frac{1}{x} = \frac{x}{4} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow B = \{2, -2\}$$

$$\Rightarrow A \cup B = \{1, -1, 2, -2\}$$

$$\Rightarrow A \cup B \text{ تعداد زیرمجموعه‌های } = 2^4 = 16$$

۱۳- گزینه ۴

۱۴- گزینه ۳ مجموعه‌ای که تعداد اعضای بیشتری داشته باشد، پاسخ مسئله است.

مجموعه‌ی A دو عضوی است: ۵ و {۵}

مجموعه‌ی B یک عضوی است!

مجموعه‌ی C سه عضوی و مجموعه‌ی D، دو عضوی $x=1$ و $x=2$ می‌باشد. ($x=0$ طبیعی نیست)

۱۵- گزینه ۲

۱۶- گزینه ۴

۱۷- گزینه ۳

۱۸- گزینه ۳

۱۹- گزینه ۳

یادآوری یک مجموعه‌ی π عضوی، دارای π زیرمجموعه‌ی یک عضوی است.

۲۰- گزینه ۲ به شکل توجه کنید:

تذکر می‌توانید خود مجموعه‌ها را هم بنویسید و مقایسه کنید.

۲۱- گزینه ۱

اگر تعداد اعضای اولیه، $x+2$ باشد، تعداد اعضای جدید x خواهد بود. پس:

$$2^{x+2} - 2^x = 384 \Rightarrow 2^x(2^2 - 1) = 384 \Rightarrow 2^x \times 3 = 384$$

$$\Rightarrow 2^x = 128 \Rightarrow 2^x = 2^7 \Rightarrow x = 7$$

$$n(A) = x + 2 = 7 + 2 = 9$$

۲۲- گزینه ۲

۲۳- گزینه ۲ مجموعه‌ی جدید، $x-1$ عضو دارد. بنابراین:

$$2^{x-1} = \frac{2^x}{2}: \text{تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه‌ی } x-1 \text{ عضوی}$$

۲۴- گزینه ۴

جمله‌ی عمومی اعداد مجموعه‌ی A به صورت $5n-1$ می‌باشد.

$$n=1 \Rightarrow 5 \times 1 - 1 = 4$$

$$n=2 \Rightarrow 5 \times 2 - 1 = 9$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

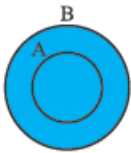
$$n=20 \Rightarrow 5 \times 20 - 1 = 99$$

۲۵- گزینه ۴

$$\frac{2^m}{2^{m-k}} = 2^{m-(m-k)} = 2^{m-m+k} = 2^k$$

۲۶- گزینه ۳ مجموعه‌ی A که n عضوی است، 2^n زیرمجموعه دارد. بنابراین، مجموعه‌ی زیرمجموعه‌های A، 2^n عضوی است و

بنابراین $2^{(2^n)}$ زیرمجموعه دارد.



$$A \cup B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset, B = \emptyset$$

$$A \cup (A \cap B) = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$$

$$\frac{x}{y} = -\frac{8}{3}$$

$$x + y = 5 \quad \downarrow +$$

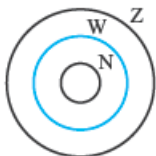
$$x - y = 11$$

$$2x = 16 \Rightarrow x = 8, y = -3$$

$$n(B) = 2 \Rightarrow 2^2 = 4 \Rightarrow \frac{4}{2} = 2$$

$$n(A) = 1 \Rightarrow 2^1 = 2$$

$$2^n = 1024 \Rightarrow 2^n = 2^{10} \Rightarrow n = 10$$



۲۷- گزینه ۱

یادآوری یک مجموعه n عضوی دارای $\frac{n(n-1)}{2}$ زیرمجموعه‌ی دو عضوی است.

$$n(A) = 5 \Rightarrow \frac{n(n-1)}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

۲۸- گزینه ۳

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\} \quad n(A) = 8$$

انتخاب ۶ تا از ۸ تا مثل آن است که ۲ تا را انتخاب نکنیم، پس تعداد حالت‌های آن‌ها مساوی است و بطور کلی داریم:

نکته تعداد زیرمجموعه‌های k و $n-k$ عضوی از یک مجموعه n عضوی مساوی است.

پس تعداد زیرمجموعه‌های ۲ و ۶ عضوی مجموعه A ، مساوی است و نسبت آن‌ها برابر است با ۱.

۲۹- گزینه ۲

پس این مجموعه ۶ عضوی بوده و $\frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$ زیرمجموعه‌ی سه عضوی دارد.

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

یادآوری تعداد زیرمجموعه‌های ۳ عضوی:

$$22^{n-1} = 2^n \Rightarrow 2^{15n-70} = 2^n \Rightarrow 15n-70 = n$$

۳۰- گزینه ۱

$$\Rightarrow 14n = 70 \Rightarrow n = 5$$

۳۱- گزینه ۱ اگر یک مجموعه X عضو داشته باشد، مجموعه‌ی دیگر $X+4$ عضو دارد. بنابراین:

$$2^{x+4} - 2^x = 120 \Rightarrow 2^x(2^4 - 1) = 120$$

$$\Rightarrow 2^x \times 15 = 120 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3, \quad x+4 = 7$$

$$\Rightarrow 7+3 = 10$$

۳۲- گزینه ۴

$$2^{k-1} - 2^{k-4} = 224 \Rightarrow 2^{k-4}(2^3 - 1) = 224$$

$$2^{k-4} \times 7 = 224 \Rightarrow 2^{k-4} = 32 \Rightarrow k-4 = 5 \Rightarrow k = 9$$

۳۳- گزینه ۳

نکته برای به دست آوردن تعداد زیرمجموعه‌هایی از یک مجموعه‌ی k عضوی که دارای m عضو خاص بوده ولی شامل n عضو خاص

نیاشد، کافی است که عدد ۲ را به توان $k - (m+n)$ برسانیم.

$$2^{5-2} = 2^3 = 8$$

۳۴- گزینه ۴

طبق نکته‌ی پاسخ سؤال قبل:

$$2^{5-2} = 2^2 = 4$$

$$n(A) = 5$$

۳۵- گزینه ۱

تمامی اعضای B در مجموعه‌ی X موجود است. پس بقیه‌ی اعضای A ، یعنی $\{1, 2, 3, 8\}$ ممکن است که در B بوده و

$$\{1, 2, 3, 8\} \Rightarrow n = 4 \Rightarrow 2^4 = 16$$

یا نباشند.

۳۶- گزینه ۳

اگر تعداد اعضای مجموعه را n فرض کنیم، می‌توان نوشت:

$$\frac{n(n-1)}{2} = 10 \Rightarrow n(n-1) = 20 \Rightarrow n(n-1) = 5 \times 4 \Rightarrow n = 5$$

$$\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = \frac{5 \times 4 \times 3}{6} = 10$$

روش اول

روش دوم چون تعداد زیرمجموعه‌های ۲ و $3-2=1$ عضوی مساوی است، پس ۱۰ زیرمجموعه‌ی سه عضوی دارد.

نکته یک مجموعه‌ی n عضوی، دارای $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ زیرمجموعه‌ی سه عضوی است.

نکته اگر $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ باشد. مثلاً $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ ، آن‌گاه تعداد زیرمجموعه‌های k عضوی از یک مجموعه‌ی n عضوی

$$\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

برابر است با:

۳۷- گزینه ۱

$$n - 2 = 5 \Rightarrow n = 7$$

$$2^7 = 128$$

۳۸- گزینه ۳

در واقع کافی است که مجموع تعداد زیرمجموعه‌های تهی، یک و پنج‌عضوی را از تعداد کل زیرمجموعه‌ها، کم کنیم.

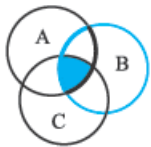
$$2^5 - (1 + 5 + 1) = 32 - 7 = 25$$

۳۹- گزینه ۴

$$2^{2k} - 2^k = 56 \Rightarrow 2^k(2^k - 1) = 8 \times 7 \Rightarrow 2^k = 8 \Rightarrow k = 3$$

۴۰- گزینه ۴

قسمتی که با خطوط ضخیم مشخص شده $A \cap B$ و قسمت رنگی $A \cap B \cap C$ می‌باشد.



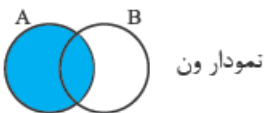
همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، در حالت کلی داریم: $(A \cap B) \supseteq (A \cap B \cap C)$

۴۱- گزینه ۱

به این رابطه قانون جذب می‌گویند:

$$\begin{cases} A \cap (A \cup B) = A \\ A \cup (A \cap B) = A \end{cases}$$

اثبات: روش اول



$$A \cup (A \cap B) = (A \cap M) \cup (A \cap B) = A \cap (M \cup B) = A \cap M = A$$

روش دوم

۴۲- گزینه ۲

$$C \subset B \subset A \Rightarrow A \cap B \cap C = C$$

۴۳- گزینه ۱

نکته اشتراک همدی زیرمجموعه‌های k عضوی از یک مجموعه‌ی n عضوی، مساوی با \emptyset می‌باشد. ($k < n$)

۴۴- گزینه ۱

نکته اجتماع تمامی زیرمجموعه‌های k عضوی از یک مجموعه‌ی n عضوی، مساوی با خود آن مجموعه می‌باشد.

$$A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$$

$$\emptyset \subset A$$

$$\{\emptyset\} \subset A$$

$$\{\{\emptyset\}\} \subset A$$

$$\begin{aligned} A &= \{\dots, -4, -2, 0, 2, \dots\} \\ B &= \{\dots, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\} \Rightarrow A \cap B = \emptyset \end{aligned}$$

۴۵- گزینه ۴

۴۶- گزینه ۳

۴۷- گزینه ۳

۴۸- گزینه ۴

روش اول

$$(A \cap B) \subset (A \cup B) \Rightarrow (A \cap B) \cup (A \cup B) = A \cup B$$

$$\overbrace{(A \cap B)}^c \cup (A \cup B) = \underbrace{[(A \cap B) \cup A]}_{\text{قانون جذب}} \cup B = A \cup B$$

روش دوم

۴۹- گزینه ۲

$$A = \{-9, -8, -7, \dots, 7, 8, 9\}$$

$$n(A) = 19$$

۵۰- گزینه ۲

$$\{-1, 0, 1\} \cup \{-2, 0, 2\} \cup \{-3, 0, 3\} \cup \dots \cup \{-101, 0, 101\}$$

$$= \{-101, -100, \dots, 99, 100, 101\}$$

۵۱- گزینه ۴

یک جمله‌ی عمومی برای مجموعه تعریف می‌کنیم:

$$\{2, 6, 12, 20, 30, \dots\} = \{n(n+1) \mid n \in \mathbb{N}\}$$

$$n = 20 \Rightarrow 20(20+1) = 420$$

۵۲- گزینه ۴

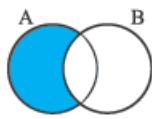
مجموعه‌ی A شامل مقسوم‌علیه‌های صحیح A بوده که دویله‌ی قرینه‌اند. پس مجموع آن‌ها مساوی با صفر می‌باشد.

۵۳- گزینه ۳

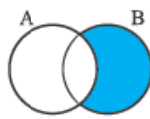
A یک عضو است، پس $P(A)$ ۲ عضو است و $P(P(A))$ دارای $2^2 = 4$ عضو است. پس 2^4 زیرمجموعه دارد.

۵۴- گزینه ۲

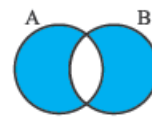
$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$ ، «تفاضل متقارن» دو مجموعه‌ی A و B نامیده می‌شود.



A - B



B - A



$(A - B) \cup (B - A)$

۵۵- گزینه ۳

$$A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 200\}$$

روش اول ← مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های طبیعی A را بنویسید:

روش دوم ←

نکته برای محاسبه‌ی تعداد مقسوم‌علیه‌های «طبیعی» یک عدد، پس از تجزیه‌ی استاندارد عدد مورد نظر، بدون در نظر گرفتن پایه‌ها،

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

به هر یک از توان‌ها یک واحد افزوده و حاصل را ضرب می‌کنیم.

$$T_{(200)} = (3+1)(2+1) = 4 \times 3 = 12$$

۵۶- گزینه ۴

$$n(\emptyset) = 0 \Rightarrow n(P(\emptyset)) = 2^0 = 1 \Rightarrow n(P(P(\emptyset))) = 2^1 = 2$$

$$\Rightarrow n(P(P(P(\emptyset)))) = 2^2 = 4$$

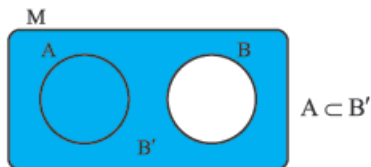
و یا

$$n(P(P(P(A)))) = 2^{2^2} = 2^4 = 16$$

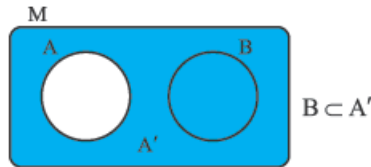
۵۷- گزینه ۴

نکته دو مجموعه‌ی A و B جدا از هم می‌باشند، اگر هیچ عضو مشترکی نداشته باشند. به عبارت دیگر $A \cap B = \emptyset$ باشد. اگر A و

B دو مجموعه‌ی جدا از هم باشند، آن‌گاه روابط زیر برقرار است:



$A \subset B'$



$B \subset A'$

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow \begin{cases} A \subset B' \\ B \subset A' \end{cases}$$

$$A \subset B' \Rightarrow A \cap B' = A$$

اگر مجموعه‌ای زیرمجموعه‌ی \emptyset باشد، خود آن مجموعه \emptyset است. پس:

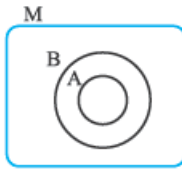
۵۸- گزینه ۴

$$(A \cup B) \subset \emptyset \Rightarrow A \cup B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset, B = \emptyset$$

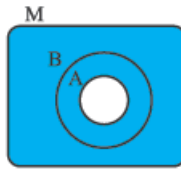
قسمت رنگی شامل تمامی اعضای مجموعه‌ی M غیر از A می‌باشد و این یعنی A' .

۵۹- گزینه ۱

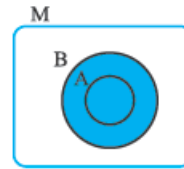
۶۰- گزینه ۴



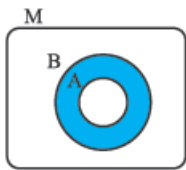
$A \subset B$



A'



B



$B - A$

$A' \cap B = B - A$ زیرا $A' \cap B \neq \emptyset$ (به شکل توجه کنید):

۶۱- گزینه ۱

$$A \cap (A' \cap B) = (A \cap A') \cap B = \emptyset \cap B = \emptyset$$

۶۲- گزینه ۳

$$A \cap B = A \Rightarrow A \subset B \Rightarrow B' \subset A' \Rightarrow A' \cap B' = B'$$

۶۳- گزینه ۳

$$(B \cap B') \cup (A \cup A') = \emptyset \cup (M) = M$$

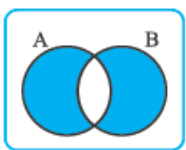
۶۴- گزینه ۴

$$R - S = \{1, 2, 3, 4\} - \{3, 4, 5, 6\} = \{1, 2\}$$

گزینه‌ها را امتحان کنید.

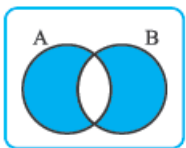
۶۵- گزینه ۱

۶۶- گزینه ۳



$$(A \cup B) - B = A - B = A \cap B'$$

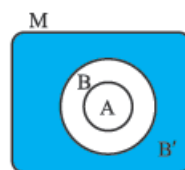
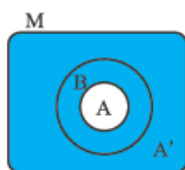
۶۷- گزینه ۴



$$(A - B) \cup (B - A)$$

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

$$(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{3, 5\} = \{1, 2, 4, 6\}$$



$$A \subset B \Rightarrow B' \subset A'$$

$$A' - B = A' \cap B' = B'$$

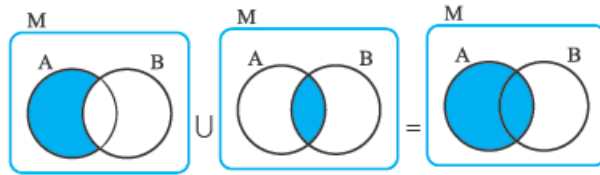
۶۸- گزینه ۲

روش اول

روش دوم

۶۹- گزینه ۱

روش اول

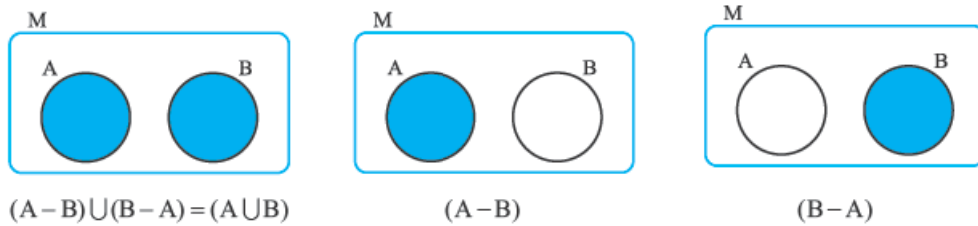


$$(A-B) \cup (A \cap B) = (A \cap B') \cup (A \cap B)$$

$$= A \cap (B \cup B') = A \cap M = A$$

روش دوم

۷۰- گزینه ۲ دو مجموعه اشتراکی ندارند، پس: $A-B=A$ و $B-A=B$ پس $(A-B) \cup (B-A) = A \cup B$



۷۱- گزینه ۲

$$B-A = \{5\} \Rightarrow 2^n = 2^1 = 2$$

۷۲- گزینه ۳ برای تشکیل $B-A$ ، اعضای A را از B کم کنید. دقت کنید که کدام یک از اعضای A در B هستند. نه $\{5\}$ و نه ۱

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow B-A = B$$

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots, 97\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{2, 3, 5\}$$

$$2+3+5=10$$

هیچ کدام در B نیستند. پس: $B-A = B$. به عبارت دیگر:

۷۳- گزینه ۱

$$B = \{3, 7, 11, 15, 19, 23, 27\} \Rightarrow n(B) = 7$$

۷۴- گزینه ۲

$$A \subset B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow n(A \cup B) = n(B) = 8$$

۷۵- گزینه ۴

$$\Rightarrow 2^8 = 256$$

حداقل تعداد زیرمجموعه‌ها

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 3 + 8 = 11$$

$$\Rightarrow 2^{11} = 2048$$

حداکثر تعداد زیرمجموعه‌ها

۷۶- گزینه ۲

۷۷- گزینه ۳

در حل این نوع سوالات، نمودار ون خیلی مؤثر است.

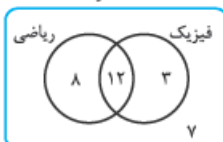
تعداد دانش‌آموزانی که به ریاضی یا فیزیک و یا هر دو علاقه دارند.

تعداد دانش‌آموزانی که به هر دو درس علاقه دارند.

تعداد دانش‌آموزانی که فقط به ریاضی علاقه دارند.

تعداد دانش‌آموزانی که فقط به فیزیک علاقه دارند.

۳۰ نفر



$$30 - 7 = 23$$

$$35 - 23 = 12$$

$$20 + 15 = 35$$

$$20 - 12 = 8$$

$$15 - 12 = 3$$

۷۸- گزینه ۳

۷۹- گزینه ۲

$$[(B-A)-B] \cup [(A \cap B)-B] =$$

$$\emptyset \cup \emptyset = \emptyset \Rightarrow (\emptyset)' = M$$

۸۰- گزینه ۳ مجموعه‌ی X می‌تواند زیرمجموعه‌های {۲, ۳, ۴} باشد. پس:

$$n = 3 \Rightarrow 2^3 = 8$$

۸۱- گزینه ۲ مجموعه‌ی B شامل اعداد صحیحی می‌باشد که ضمن تقسیم بر ۳ به باقی‌مانده‌ی ۱ می‌رسند. پس B' مجموعه‌ی اعداد صحیحی می‌باشد که ضمن تقسیم بر ۳ به باقی‌مانده‌ی ۰ یا ۲ می‌رسند.

مجموعه‌ی C که معادل $\{3k+2 | k \in \mathbb{Z}\}$ می‌باشد، شامل مجموعه‌ی اعداد صحیحی می‌باشد که ضمن تقسیم بر ۳، به باقیمانده‌ی ۲ می‌رسند.

پس C' شامل اعداد صحیحی می‌باشد که ضمن تقسیم بر ۳، به باقی‌مانده‌ی ۰ یا ۱ می‌رسند.

پس اشتراک B' و C'، شامل اعداد صحیحی است که ضمن تقسیم بر ۳ به باقی‌مانده‌ی صفر می‌رسند. یعنی مضارب صحیح عدد ۳.

حال اشتراک بین $(B' \cap C')$ و A، یعنی اعداد صحیحی که هم بر ۳ و هم بر ۲ بخش‌پذیر می‌باشند. یعنی مضارب صحیح عدد ۶.

با جایگزین کردن اعداد طبیعی به جای n، جواب را کنترل کنید.

۸۲- گزینه ۲

$$6 \times 2 = 12$$

۸۳- گزینه ۴ سکه دو حالت و تاس ۶ حالت دارد. پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

۸۴- گزینه ۳ هر تاس ۶ حالت دارد. پس:

$$6 \times 6 = 36$$

۸۵- گزینه ۳ دقیقاً مثل حالت قبل. یعنی:

$$6 \times 6 = 36$$

۸۶- گزینه ۴ دختر یا پسر بودن فرزندان دو حالت دارد. پس:

$$2^4 = 16$$

۸۷- گزینه ۱

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad n(S) = 6$$

$$A = \{2, 3, 5\} \quad n(A) = 3$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

۸۸- گزینه ۲

$$A = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (5, 2), (5, 6), (6, 1), (6, 5)\}$$

$$n(A) = 15$$

$$P(A) = \frac{15}{36}$$

۸۹- گزینه ۴ احتمال اینکه سه سکه یکسان ظاهر شوند، یعنی اینکه هر سه سکه رو بیایند و یا هر سه سکه پشت. پس:

$$A = \{(ر, ر, ر), (پ, پ, پ)\} \Rightarrow n(A) = 2$$

از سوی دیگر، هر سکه دو حالت می‌تواند داشته باشد. پس سه سکه جمعاً $8 = 2 \times 2 \times 2$ حالت تشکیل می‌دهند. پس:

$$n(S) = 8 \Rightarrow P = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{8}$$

۹۰- گزینه ۴ احتمال هر پرتاب، «مستقل» و مساوی $\frac{1}{4}$ است.

$$\frac{1}{4} = 25\%$$

۹۱- گزینه ۳

$$\frac{n(S)=2^3=8}{n(A)=1} \Rightarrow P(A)=\frac{1}{8}$$

۹۲- گزینه ۱ احتمال هر گزینه را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{array}{ll} ۱) \frac{1}{6} & ۲) \frac{2}{20} \\ ۳) \frac{1}{8} & ۴) \frac{1}{7} \end{array}$$

۹۳- گزینه ۲

$$\text{احتمال «رو» آمدن هر سکه} = \frac{1}{2}$$

$$\text{احتمال اول بودن عدد تاس} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

یادآوری چون سه پیشامد، «مستقل» از هم می‌باشند، احتمال موردنظر، حاصل ضرب احتمال‌ها می‌باشد.

۹۴- گزینه ۴ ابتدا یک لنگه کفش را بر می‌داریم. از بین ۹ لنگه کفش باقی‌مانده، فقط یکی مطلوب ما می‌باشد. پس: $\frac{1}{9}$

۹۵- گزینه ۲

$$\frac{n(S)=4+6+5=15}{n(A)=6+5=11} \Rightarrow P(A)=\frac{11}{15}$$

۹۶- گزینه ۴

$$n(S) = 9 \times 10 = 90 = \text{تعداد اعداد دورقمی}$$

$$15 = \text{تعداد اعداد دورقمی مضرب ۲ و ۳ (یعنی مضرب ۶)}$$

$$3 = \text{تعداد اعداد دورقمی مضرب ۲ و ۳ و ۵ (یعنی مضرب ۳۰)}$$

$$\Rightarrow n(A) = 15 - 3 = 12$$

$$P(A) = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$$

۹۷- گزینه ۱ حداکثر مقدار ممکن برای مجموع دو تاس، ۱۲ است. بنابراین:

$$P(A) = \frac{0}{36} = 0$$

چنین پیشامدی را «پیشامد نشدنی» می‌نامند.

۹۸- گزینه ۳

$$n(S) = 9 \times 10 = 90 = \text{تعداد اعداد دورقمی}$$

$$90 - 81 = 9 \quad \text{یا} \quad 9 \times 9 = 81 = \text{تعداد اعداد دورقمی بدون ارقام تکراری}$$

$$P(A) = \frac{9}{90} = \frac{1}{10} \quad \text{تعداد کل}$$

۹۹- گزینه ۳ هر عدد را با ۴ عدد دیگر می‌توان انتخاب کرد ولی چون در این حالت هر جفت عدد دومرتبه شمرده می‌شود، پس:

$$n(S) = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$A = \{(1, 5), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$$

$$\Rightarrow n(A) = 6$$

$$P(A) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

۱۰۰- گزینه ۳ یک سال کیبسه ۳۶۶ روز است که شامل ۵۲ هفته و ۲ روز می‌باشد.

$$\begin{array}{r} ۳۶۶ \quad | \quad ۷ \\ \underline{\quad ۵۲} \\ ۲ \end{array}$$

پس احتمال ۵۳ هفته شدن سال کیبسه، مساوی با احتمال جمع‌بودن یکی از آن دو روز باقی‌مانده است. پس:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{7}$$

۱۰۱- گزینه ۱

$$2R = \text{قطر دایره} = \text{قطر مربع}$$

$$n(A) = \text{مساحت مربع} = \frac{(2R)^2}{4} = 2R^2$$

$$n(S) = \text{مساحت دایره} = \pi R^2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2R^2}{\pi R^2} = \frac{2}{\pi}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

۱۰۲- گزینه ۳

$$n(A) = 3$$

$$P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

حالات مطلوب عبارتند از: (۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۱). پس:

۱۰۳- گزینه ۱

فضای نمونه، تعداد کل زیرمجموعه‌های B است:

$$\Rightarrow n(S) = 2^5 = 32$$

$$n(A) = \frac{5 \times 4}{2} = 10 \Rightarrow P(A) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16} = 31/25\%$$

پیشامد مورد نظر، تعداد زیرمجموعه‌های دو عضوی است:

۱۰۴- گزینه ۳ بهتر است به جای این که تمامی حالت‌هایی که حداقل یک خط دارند را به دست آوریم، حالتی که اصلاً خط وجود ندارد

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 = 8 \Rightarrow P = \frac{1}{8}$$

را محاسبه و از کل (یعنی ۱) کم کنیم.

$$P(A) = \frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

۱۰۵- گزینه ۳

حالت مطلوب شامل (۱, ۸), (۳, ۶), (۳, ۶), (۴, ۵) می‌باشد و توجه کنید که بر روی دو وجه مختلف، عدد ۳ نوشته

شده است.

$$n(A) = 4 \Rightarrow n(P) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

۱۰۶- گزینه ۴



$$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

قسمت‌های مطلوب، قسمت‌های شماره‌ی ۳ و ۶ می‌باشد.

۱۰۷- گزینه ۵ اگر تعداد مهره‌های آبی را x فرض کنیم، احتمال آبی بودن توپ برابر است با:

$$\frac{x}{x+20+30} = \frac{9}{11} \Rightarrow \frac{x}{x+50} = \frac{9}{11} \Rightarrow 9x+450=11x \Rightarrow 2x=450 \Rightarrow x=225$$

۱۰۸- گزینه ۱

حالاتی که مجموع دو عدد برابر ۷ می‌باشد، برابر است با:

$$(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)$$

$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

و فقط در حالت‌های (۲, ۵) و (۵, ۲)، یکی از شماره‌ها عدد ۵ می‌باشد.

۱۰۹- گزینه ۳

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$A = \{(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5), (6, 5), (5, 1),$$

$$(5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 6)\}$$

$$n(A) = 11$$

$$P(A) = \frac{11}{36}$$

۱۱۰- گزینه ۳ این سؤال مشابه سؤال ۱۰۸ است.

$x =$ تعداد مهره‌های زرد

$$\frac{x}{x+14} = \frac{0}{44} \Rightarrow \frac{x}{x+14} = \frac{44}{100} = \frac{11}{25} \Rightarrow 11x + 154 = 25x$$

$$\Rightarrow 14x = 154 \Rightarrow x = 11$$

$$n(S) = 2 + 3 = 5$$

$$P(A) = \frac{2}{5}$$

۱۱۲- گزینه ۲ یکی از رأس‌ها را به دلخواه انتخاب می‌کنیم. رأس دیگر را باید از بین ۴ رأس دیگر ($n(S) = 4$) انتخاب کنیم که دو رأس

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

از آن‌ها مجاور رأس قبلی است. ($n(A) = 2$)

۱۱۳- گزینه ۲ قسمت رنگی، $\frac{1}{8}$ مساحت دایره است.

$$\frac{448}{8} = 56$$

$$\frac{1}{8} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \frac{100}{8} = 12.5$$

۱۱۴- گزینه ۲

$$\frac{50}{100} \times \frac{3}{100} = \frac{15}{1000}$$

$$\frac{30}{100} \times \frac{4}{100} = \frac{12}{1000}$$

$$\frac{20}{100} \times \frac{5}{100} = \frac{10}{1000}$$

$$P = \frac{15}{1000} + \frac{12}{1000} + \frac{10}{1000} = \frac{37}{1000} = 0.037$$

احتمال خراب‌بودن محصولات ماشین A

احتمال خراب‌بودن محصولات ماشین B

احتمال خراب‌بودن محصولات ماشین C

۱۱۵- گزینه ۴ احتمال خراب‌بودن لامپ‌ها تقریباً $\frac{6}{20}$ است. پس:

$$\frac{6}{20} \times 400 = 120$$

۱۱۶- گزینه ۱

$$n(S) = (999 - 100) + 1 = 900$$

$$A = \{107, 117, 127, \dots, 997\}$$

$$n(A) = \frac{997 - 107}{10} + 1 = 90$$

$$P(A) = \frac{90}{900} = \frac{1}{10}$$

۱۱۷- گزینه ۳

$$9 \text{ تا } 9 \text{ تعداد ارقام } 1 = 9 \times 1 = 9$$

$$99 \text{ تا } 10 \text{ تعداد ارقام } 10 = 90 \times 2 = 180$$

$$320 \text{ تا } 100 \text{ تعداد ارقام } 100 = 221 \times 3 = 663$$

$$\Rightarrow \text{تعداد کل ارقام} = 9 + 180 + 663 = 852$$

تعداد ارقام یک در هر یک از گروه‌های صدتایی ۰ تا ۹۹ و ۱۰۰ تا ۱۹۹ و ... شامل ۱۰ تا یک در یکان و ۱۰ تا یک در دهگان است. تعداد رقم یک در صدگان ۱۰۰ تا ۱۹۹، مساوی صد و از ۳۰۰ تا ۳۲۰ نیز دو تا یک در یکان و ۱۰ تا در دهگان وجود دارد. پس تعداد کل ارقام یک برابر است با:

$$(3 \times 20) + 100 + 10 + 2 = 172$$

$$P = \frac{172}{852} = \frac{43}{213}$$

۱۱۸- گزینه ۱ تیرهای این تیرانداز یا به هدف اصابت می‌کند و یا خیر. پس:

$$1 - 0.4 = 0.6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

۱۱۹- گزینه ۳ نفر اول قوتالیست می‌باشد. بنابراین از مجموعه‌های A و S، یک عضو کاسته می‌شود. بنابراین:

$$7 - 1 = 6 \Rightarrow P = \frac{6}{39} = \frac{2}{13}$$

۱۲۰- گزینه ۱ احتمال وقوع پیشامد، برابر است با:

$$\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$60 \times \frac{2}{3} = 40$$

۱۲۱- گزینه ۳

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$x = 5 \Rightarrow A = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$$

$$P(A) = \frac{4}{36}$$

$$x = 6 \Rightarrow A = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$$

$$P(A) = \frac{5}{36}$$

$$x = 7 \Rightarrow A = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$$

$$P(A) = \frac{6}{36}$$

$$x = 8 \Rightarrow A = \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$$

$$P(A) = \frac{5}{36}$$

۱۲۲- گزینه ۲

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow 0.2 = \frac{A}{n(S)} \Rightarrow n(S) = 40$$

روش اول

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

روش دوم چون $n(A)$ و $n(B)$ به نسبت $\frac{1}{5}$ است، پس نسبت احتمال وقوع دو پیشامد هم $\frac{1}{5}$ است. یعنی:

$$\frac{P(A)}{P(B)} = \frac{1}{5} \Rightarrow \frac{0.2}{P(B)} = \frac{1}{5} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{8}$$

۱۲۳- گزینه ۱ زیرا تعداد کارت‌های سفید بیشتر است.

۱۲۴- گزینه ۱ احتمال دختر بودن هر فرزند، $\frac{1}{2}$ است. پس احتمال دختر بودن هر پنج فرزند خانواده برابر است با:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

بقیه‌ی حالت‌ها، یعنی $1 - \frac{1}{32} = \frac{31}{32}$ ، شامل حالت‌هایی است که خانواده دارای ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ فرزند دختر باشد.

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

۱۲۵- گزینه ۴

$$n(A) = 3 \times 3 = 9$$

هر عدد زوج تاس اول با هر یک از سه عدد زوج تاس دوم، تشکیل مجموعه‌ی A را می‌دهند. پس:

$$P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

۱۲۶- گزینه ۲

اولی به هدف نزنند
دومی به هدف نزنند
هر دو به هدف نزنند

۱۲۷- گزینه ۳

۱۲۸- گزینه ۱

$$P(A) = 0/6 \rightarrow P(A') = 0/4$$

$$P(B) = 0/7 \rightarrow P(A') = 0/3$$

$$0/4 \times 0/3 = 0/12$$

$$1 - 0/12 = 0/88$$

$$\{(1, 1, 5), (1, 5, 1), (5, 1, 1), (4, 1, 2),$$

$$(4, 2, 1), (2, 1, 4), (2, 4, 1), (1, 2, 4),$$

$$(1, 4, 2), (3, 3, 1), (3, 1, 3), (1, 3, 3)$$

$$(3, 2, 2), (2, 3, 2), (2, 2, 3)\}$$

$$n(A) = 3, n(S) = 15 \rightarrow P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

دومی غیر ۲ دومی غیر ۲ اولی ۲ باشد

$$\frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{216}$$