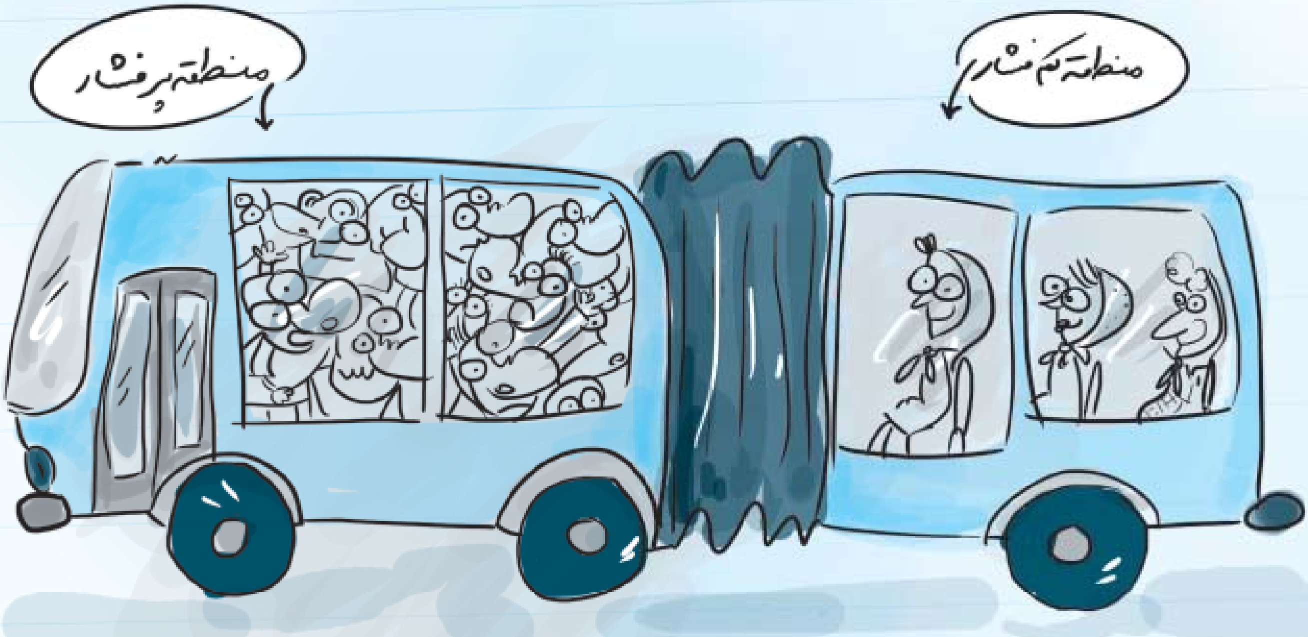
فهرست

نوسان و امواج (فصل ۳)

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



بخش ۱: کلیات حرکت‌های نوسانی ساده

الفبای حرکت نوسانی

درس ۱

به فصل بزرگ و نفس‌گیر نوسان و موج خوش آمدید. برای شروع نمونه‌هایی از حرکت دوره‌ای را بررسی می‌کنیم. تست ۸۱۸ آخرین تست جلد اول کتاب دوازدهم بود و حالا ادامهٔ آن‌ها از ۸۱۹ تا ۱۸۴۲.

۸۱۹- چند مورد از حرکت‌های زیر، بی‌تردید حرکت دوره‌ای است؟ *(برگرفته از کتاب درسی)*

الف) لرزش ناشی از زمین‌لرزه ب) ضربان قلب انسان در طی یک شبانه‌روز

پ) حرکت زمین به دور خورشید ت) نوسان‌های یک کشتی در سطح دریای خروشان

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۲۰- در یک نوسان دوره‌ای در هر $5\,\mathrm{min}$ ، ۱۵۰۰ سیکل طی می‌شود. دورهٔ تناوب این نوسان چند ثانیه و فرکانس آن چند چرخه بر ثانیه است؟

۱) 5 ، $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{1}{5}$ ، 5 ۳) $\frac{1}{300}$ ، 300 ۴) 300 ، $\frac{1}{300}$

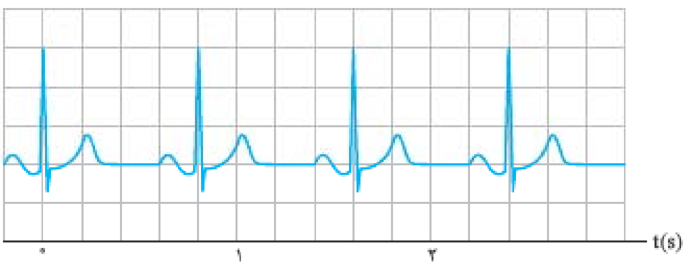
۸۲۱- در سونوگرافی معمولاً از کاوه‌ای دستی به نام تراگذار فراصوتی برای تشخیص پزشکی استفاده می‌شود که دقیقاً بر روی ناحیهٔ موردنظر از بدن بیمار گذاشته و حرکت داده می‌شود. این کاوه در بسامد $5\,\mathrm{MHz}$ عمل می‌کند. در این کاوه به ترتیب از راست به چپ، هر نوسان چند میلی‌ثانیه طول می‌کشد و در هر دقیقه چند سیکل انجام می‌شود؟ *(برگرفته از کتاب درسی)*

۱) 2×10^{-7} ، 3×10^{8} ۲) 2×10^{-7} ، 3×10^{5} ۳) 2×10^{-4} ، 3×10^{8} ۴) 2×10^{-4} ، 3×10^{5}

۸۲۲- نوعی آونگ فوکو در دانشکدهٔ فیزیک دانشگاه صنعتی شریف وجود دارد که برای نشان‌دادن چگونگی حرکت وضعی زمین به کار می‌رود. گلوله این آونگ در هر دقیقه ۱۶ بار از پایین‌ترین سطح ممکن عبور می‌کند. دورهٔ تناوب این آونگ چند ثانیه است؟

۱) $\frac{4}{15}$ ۲) $\frac{2}{15}$ ۳) $\frac{15}{4}$ ۴) $\frac{15}{2}$

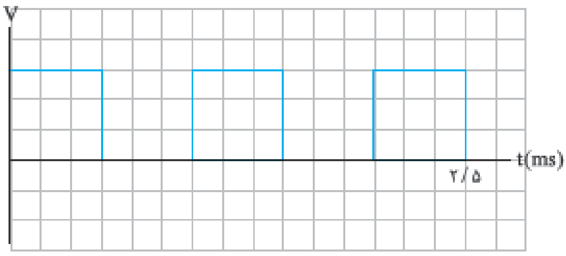
۸۲۳- نمودار الکتروکاردیوگرافی قلب شخصی به شکل روبه‌رو است. به ترتیب از راست به چپ دورهٔ تناوب و بسامد ضربان قلب این شخص در SI برابر کدام است؟ *(برگرفته از کتاب درسی)*



۱) ۰/۸ ، ۱/۲۵ ۲) ۰/۸ ، ۷۵

۳) $\frac{1}{75}$ ، ۱/۲۵ ۴) $\frac{1}{75}$ ، ۷۵

۸۲۴- نمودار ولتاژ خروجی از نوعی مبدل الکتریکی برحسب زمان به شکل روبه‌رو است. به ترتیب از راست به چپ بسامد مربوط به این نمودار چند هرتز است و ولتاژ در هر دقیقه چند سیکل را طی می‌کند؟



۱) 10^{3} _ 6×10^{4} ۲) 10^{3} _ $1/2\times10^{5}$

۳) 2×10^{3} _ 6×10^{4} ۴) 2×10^{3} _ $1/2\times10^{5}$

درس ۲

حرکت هماهنگ ساده (SHM)

شما باید بتوانید به طور کیفی وضعیت سرعت و جابه‌جایی (از وضع تعادل) نوسانگر را تشخیص بدهید.

بررسی وضعیت نیرو و شتاب نوسانگر در کتاب درسی نیست، اما با مفاهیمی که در حرکت‌شناسی و در دینامیک یاد گرفتید، این دو کمیت را هم می‌توانید تحلیل کنید.

۸۲۵- در حرکت هماهنگ ساده، کدام گزینه دربارهٔ تندی و شتاب متحرک، در لحظه‌ای که از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، درست است؟

۱) تندی و شتاب متحرک هر دو صفر است. ۲) تندی و شتاب متحرک هر دو بیشینه است.

۳) تندی متحرک صفر ولی شتاب آن بیشینه است. ۴) تندی متحرک بیشینه ولی شتاب آن صفر است.

۸۲۶- در یک حرکت هماهنگ ساده، مقدار چه تعدادی از کمیت‌های زیر در لحظهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ تعادل بیشینه است؟

«تکانه ـ نیروی خالص ـ انرژی جنبشی ـ شتاب»

۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۸۲۷- در یک حرکت هماهنگ ساده که روی محور x و حول مبدأ مختصات انجام می‌شود، در نقطهٔ .... جهت بردار جابه‌جایی از مبدأ عوض شده و تندی متحرک به .... می‌رسد.

۱) تعادل ـ صفر ۲) بازگشت ـ صفر ۳) تعادل ـ بیشترین مقدار ممکن ۴) بازگشت ـ بیشترین مقدار

۸۲۸- نوسانگر ساده‌ای حول مبدأ مختصات روی محور xها در حال نوسان است. در لحظه‌ای که نیروی وارد بر نوسانگر منفی است، علامت مکان و سرعت آن به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟

۱) مثبت، منفی ۲) مثبت، مثبت یا منفی ۳) مثبت یا منفی، منفی ۴) مثبت یا منفی، مثبت یا منفی

۸۲۹- در حرکت یک نوسانگر ساده، در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد، شتاب نوسانگر چگونه است؟

(سراسری ریاضی ۹۰ خارج از کشور)

۱) مثبت است. ۲) منفی است.

۳) از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد. ۴) از منفی به مثبت تغییر علامت می‌دهد.

۸۳۰- در حرکت هماهنگ ساده‌ای که حول مبدأ مختصات انجام می‌شود، همواره بردار .... در خلاف جهت بردار .... است.

۱) شتاب ـ سرعت ۲) شتاب ـ مکان ۳) سرعت ـ مکان ۴) سرعت ـ نیرو

۸۳۱- در یک حرکت هماهنگ ساده که روی محور x و حول مبدأ مختصات انجام می‌شود، در لحظه‌ای که جهت بردار .... عوض می‌شود، اندازهٔ .... بیشترین مقدار ممکن را دارد.

۱) مکان ـ شتاب ۲) مکان ـ نیرو ۳) سرعت ـ شتاب ۴) سرعت ـ تکانه

۸۳۲- در یک حرکت هماهنگ ساده، وقتی متحرک در حال دورشدن از نقطهٔ تعادل است، کدام‌یک از کمیت‌های زیر در حال افزایش است؟

۱) تندی، اندازهٔ شتاب ۲) تندی، فاصله تا نقطهٔ تعادل ۳) اندازهٔ شتاب، اندازهٔ نیرو ۴) اندازهٔ نیرو، اندازهٔ تکانه

۸۳۳- متحرکی روی محور x حول مبدأ مختصات حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در لحظه‌ای بردارهای شتاب و سرعت متحرک در جهت مثبت محور x است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ وضعیت متحرک در این لحظه نادرست است؟

۱) متحرک در حال دورشدن از نقطهٔ تعادل است. ۲) متحرک در قسمت منفی محور x قرار دارد.

۳) حرکت متحرک تندشونده است. ۴) اندازهٔ شتاب متحرک در حال کاهش است.

۸۳۴- کدام‌یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ حرکت هماهنگ ساده، نادرست است؟

۱) تندی نوسانگر، وقتی از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند بیشینه است.

۲) شتاب نوسانگر، وقتی از نقطهٔ بازگشت عبور می‌کند بیشینه است.

۳) نیروی وارد بر نوسانگر، وقتی از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند برابر صفر است.

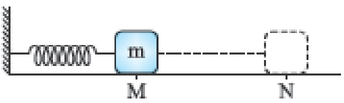
۴) وقتی اندازهٔ نیروی وارد بر نوسانگر بیشینه است، آهنگ تغییر سرعت نوسانگر صفر است.

۸۳۵- کدام‌یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ حرکت هماهنگ ساده، نادرست است؟

۱) علامت شتاب و جابه‌جایی جسم نسبت به نقطهٔ تعادل مخالف هم است. ۲) علامت تغییرات اندازهٔ شتاب و تغییرات تندی مخالف هم است.

۳) وقتی نوسانگر به نقطهٔ تعادل نزدیک می‌شود، سرعت و شتاب هم‌علامت هستند. ۴) اندازهٔ شتاب نوسانگر، هنگام نزدیک‌شدن به نقطهٔ بازگشت، در حال کاهش است.

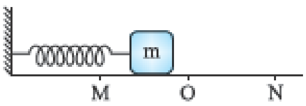
۸۳۶- در شکل مقابل، جسم متصل به فنر روی سطح افقی بدون اصطکاک بین نقاط M و N در حال نوسان است. وقتی جسم از نقطهٔ M به نقطهٔ N می‌رود، بزرگی برایند نیروهای وارد بر آن چگونه تغییر می‌کند؟



۱) افزایش می‌یابد. ۲) کاهش می‌یابد.

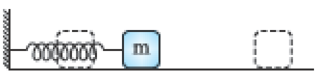
۳) ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد. ۴) ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد.

۸۳۷- در شکل روبه‌رو، جسم متصل به فنر روی سطح افقی بدون اصطکاکی بین دو نقطهٔ M و N حول نقطهٔ O در حال نوسان است. در لحظهٔ نشان داده شده اگر نیرویی که فنر به جسم وارد می‌کند در حال کاهش باشد، بردار تکانهٔ جسم به طرف .... و اندازهٔ آن در حال .... است.



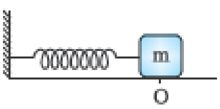
۱) راست ـ کاهش ۲) راست ـ افزایش ۳) چپ ـ کاهش ۴) چپ ـ افزایش

۸۳۸- در شکل روبه‌رو، جسم متصل به فنر روی سطح افقی بدون اصطکاکی در حال نوسان است. اگر حداکثر و حداقل طول فنر $40\,cm$ و $10\,cm$ باشد، در لحظه‌ای که طول فنر $20\,cm$ است، جهت سرعت جسم و جهت برایند نیروی وارد بر آن به ترتیب از راست به چپ چگونه است؟



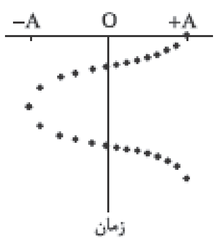
۱) راست ـ راست ۲) راست ـ چپ ۳) چپ یا راست ـ راست ۴) چپ یا راست ـ چپ

۸۳۹- در شکل روبه‌رو، جسم متصل به فنر را به اندازهٔ A به سمت راست می‌کشیم و سپس رها می‌کنیم. کدام‌یک از نمودارهای زیر، موقعیت جسم را در بازه‌های زمانی متوالی و یکسان به درستی نشان می‌دهد؟ (سطح افقی بدون اصطکاک است.)

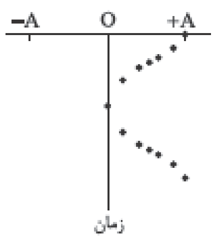


(برگرفته از کتاب درسی)

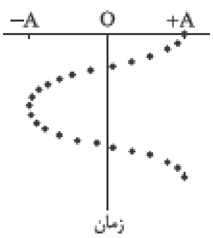
۱)



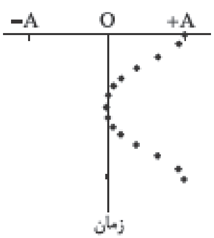
۲)



۳)



۴)



۸۴۰- کدام‌یک از گزینه‌های زیر، دربارهٔ یک حرکت هماهنگ ساده درست است؟

۱) در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، الزاماً اندازهٔ جابه‌جایی‌های نوسانگر با هم برابر است.

۲) در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، الزاماً اندازهٔ جابه‌جایی‌های نوسانگر با هم متفاوت است.

۳) در بازهٔ زمانی دو عبور متوالی نوسانگر از مبدأ، شتاب متوسط صفر است.

۴) در بازهٔ زمانی حرکت نوسانگر از یک نقطهٔ بازگشت به نقطهٔ بازگشت دیگر، شتاب متوسط صفر است.

۸۴۱- نوسانگری روی محور x و حول مبدأ مکان، حرکت هماهنگ ساده با دورهٔ تناوب T انجام می‌دهد. بین لحظهٔ دلخواه $t = t_1$ و لحظهٔ $t = t_1 + T$ بردارهای مکان، سرعت و شتاب نوسانگر، به ترتیب از راست به چپ، چند بار تغییر جهت می‌دهند؟

۱) ۳، ۲، ۳ ۲) ۳، ۳، ۲ ۳) ۲، ۳، ۳ ۴) ۲، ۲، ۲

۸۴۲- دو نوسانگر A و B به ترتیب با دوره‌های تناوب $۱/۸\,s$ و $۲/۴\,s$ در حال حرکت نوسانی ساده هستند. پس از چند ثانیه یکی از دو نوسانگر، یک نوسان کامل بیشتر از دیگری انجام می‌دهد؟

۱) ۳/۶ ۲) ۷/۲ ۳) ۹/۲ ۴) ۱۴/۴

۸۴۳- در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A و بسامد f، تندی متوسط متحرک در فاصلهٔ زمانی دو عبور متوالی از نقطهٔ تعادل برابر کدام است؟

۱) صفر ۲) $۴Af$ ۳) $۲\pi Af$ ۴) πAf

۸۴۴- در یک حرکت هماهنگ ساده (SHM)، مسافتی که نوسانگر در هر دوره طی می‌کند، چند برابر بیشینهٔ فاصلهٔ نوسانگر از نقطهٔ تعادل است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

۸۴۵- در شکل روبه‌رو، جسم متصل به فنر را به اندازهٔ $۸\,cm$ به طرف راست کشیده و سپس رها می‌کنیم. اگر مسافت طی‌شده توسط جسم در مدت ۵ ثانیه برابر $۱۶\,m$ باشد، بسامد نوسان آن چند هرتز است؟

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۰ ۴) ۴۰

۸۴۶- کدام‌یک از گزینه‌های زیر، دربارهٔ حرکت هماهنگ ساده نادرست است؟

۱) مسافت طی‌شده توسط متحرک در هر دوره $(\Delta t = T)$ چهار برابر دامنهٔ نوسان است.

۲) مسافت طی‌شده توسط متحرک در هر نصف دوره $(\Delta t = \frac{T}{۲})$ دو برابر دامنهٔ نوسان است.

۳) مسافت طی‌شده توسط متحرک در هر ربع دوره $(\Delta t = \frac{T}{۴})$ برابر با دامنهٔ نوسان است.

۴) مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی ممکن است برابر باشد.

درس ۴
معادله و نمودار مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده

معادلهٔ مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده یکی از مهم‌ترین مفاهیم این فصله. تا وقتی که تست‌های این قسمت رو خوب یاد نگرفتید، همین‌جا بمونید! (حتی رفتن سر یخچال هم ممنوع!)

۸۴۷- در یک حرکت هماهنگ ساده، متحرک با فاصله‌های زمانی $۰/۴\,s$ از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند. بسامد زاویه‌ای این متحرک در SI، چند واحد است؟

۱) $\frac{۵\pi}{۲}$ ۲) ۵π ۳) $\frac{۴\pi}{۵}$ ۴) $\frac{۸\pi}{۵}$

۸۴۸- در یک حرکت هماهنگ ساده، متحرک در دو لحظهٔ $t_1 = ۱/۲\,s$ و $t_2 = ۱/۸\,s$ از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند. اگر در این فاصلهٔ زمانی جهت حرکت متحرک ۳ مرتبه تغییر کرده باشد، بسامد زاویه‌ای حرکت در SI، برابر چند واحد است؟

۱) $\frac{۵\pi}{۲}$ ۲) ۵π ۳) $\frac{۱۰\pi}{۳}$ ۴) $\frac{۲۰\pi}{۳}$

۸۴۹- در یک حرکت هماهنگ ساده، متحرک در لحظه‌ای در یک نقطهٔ برگشت و $۶\,s$ بعد در نقطهٔ برگشت دیگر قرار دارد. بسامد زاویه‌ای این متحرک در SI، برابر با کدام‌یک از مقادیر زیر نمی‌تواند باشد؟

۱) $\frac{\pi}{۶}$ ۲) $\frac{\pi}{۲}$ ۳) π ۴) $\frac{۳\pi}{۲}$

۸۵۰- معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به شکل $x = ۲\cos(\pi t)$ است. دورهٔ تناوب این حرکت چند ثانیه است؟ (ق.م)

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{\pi}{۲}$ ۴) ۲π

۸۵۱- دامنهٔ نوسان‌های حرکت هماهنگ ساده‌ای که روی محور x حرکت می‌کند $۶\,cm$ و بسامد حرکتش $۱۰\,Hz$ است. اگر نوسانگر در لحظهٔ $t = ۰$ با شتاب منفی در نقطهٔ بازگشت باشد، معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر در SI کدام است؟ *(سراسری تجربی ۸۴ با تغییر)*

۱) $x = ۰/۰۶\cos(۲۰\,t)$ ۲) $x = ۰/۰۶\cos(۲۰\pi t)$ ۳) $x = ۰/۰۶\cos(\frac{۱}{۵}t)$ ۴) $x = ۰/۰۶\cos(\frac{\pi}{۵}t)$

۸۵۲- در شکل مقابل، ذره‌ای روی محور xها بین نقاط A و B حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این ذره فاصلهٔ A تا B را در مدت $۰/۲$ ثانیه طی می‌کند. اگر نوسانگر در مبدأ زمان در نقطهٔ B باشد، معادلهٔ مکان ـ زمان آن در SI کدام است؟ *(سراسری تجربی ۸۳ با اندکی تغییر)*

۱) $x = ۰/۰۶\cos(۱۰\pi t)$ ۲) $x = ۰/۰۶\cos(۵\pi t)$ ۳) $x = ۰/۱۲\cos(۵\pi t)$ ۴) $x = ۰/۱۲\cos(۱۰\pi t)$

۸۵۳- در یک حرکت هماهنگ ساده، نوسانگر فاصلهٔ بین دو انتهای مسیری به طول $۴۰\,cm$ را در هر دقیقه ۳۰۰ بار طی می‌کند. معادله مکان ـ زمان این نوسانگر در SI به شکل کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) $x = ۰/۲\cos(۵\pi t)$ ۲) $x = ۰/۴\cos(۵\pi t)$ ۳) $x = ۰/۲\cos(۱۰\pi t)$ ۴) $x = ۰/۴\cos(۱۰\pi t)$

۸۵۴- معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به شکل $x = \cos(۱۰\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، برای اولین بار متحرک به نقطهٔ بازگشت می‌رسد؟

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰}$ ۳) $\frac{۱}{۲۰}$ ۴) $\frac{۱}{۴۰}$

۸۵۵- نوسانگری حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ تعادل در لحظهٔ $t = \frac{T}{۶}$ چند برابر دامنهٔ نوسان است؟ (T دورهٔ تناوب نوسان است.)

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (ق-م)

۸۵۶- معادلهٔ حرکت متحرکی در SI، به شکل $x = ۰/۰۳\cos(۲/۵\pi t)$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، برای دومین بار متحرک از مکان $x = -۱/۵\,cm$ عبور می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲}{۱۵}$ ۳) $\frac{۴}{۱۵}$ ۴) $\frac{۸}{۱۵}$

۸۵۷- معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $y = A\cos(۴۰\pi t)$ است. در فاصلهٔ زمانی $t = \frac{۱}{۱۲۰}s$ تا $t = \frac{۱}{۱۲}s$، جهت حرکت نوسانگر چند بار عوض می‌شود؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴ (سراسری ریاضی ۸۹ با کمی تغییر)

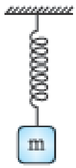
موضوع جابه‌جایی و مسافت طی‌شده بازی‌ای است که از مبحث حرکت‌شناسی شروع شده و حالاحالاها ادامه داره!

۸۵۸- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به شکل $x = ۰/۲\cos(\frac{\pi}{۲}t)$ است. چند ثانیه پس از لحظهٔ $t = ۰$، مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر $۱\,m$ است؟

۱) ۱ ۲) ۵ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۸۵۹- معادلهٔ حرکت متحرکی در SI، به شکل $x = ۰/۴\cos(\frac{\pi}{۲}t)$ است. مسافت طی‌شده توسط این متحرک بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۳\,s$ برابر چند متر است؟

۱) صفر ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۸ ۴) ۱/۲



۸۶۰- در شکل روبه‌رو، جسم متصل به فنر ساکن است. جسم را به اندازهٔ $۲\,cm$ به سمت پایین کشیده و سپس رها می‌کنیم تا با بسامد $۰/۲۵\,Hz$ شروع به نوسان کند. اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط جسم در ۹ ثانیهٔ اول حرکت به ترتیب از راست به چپ، چند سانتی‌متر است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.)

۱) صفر ـ ۱۸ ۲) صفر ـ ۲ ۳) ۲ ـ ۱۸ ۴) ۲ ـ ۲

۸۶۱- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی در SI به شکل $x = A\cos(\omega t)$ است. $۰/۰۶\,s$ پس از شروع حرکت، متحرک برای دومین بار از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در این مدت برابر $۱۵\,cm$ باشد، مقدارهای A و ω به ترتیب از راست به چپ در SI برابر چند واحد هستند؟

۱) ۲۵π ـ $۰/۰۵$ ۲) $\frac{۱۲۵}{۳}\pi$ ـ $۰/۰۵$ ۳) ۲۵π ـ $۰/۰۳$ ۴) $\frac{۱۲۵}{۳}\pi$ ـ $۰/۰۳$

۸۶۲- جسمی روی یک پاره‌خط با بسامد $۵۰\,Hz$ از حال سکون شروع به حرکت هماهنگ ساده می‌کند. نسبت مسافت طی‌شده توسط جسم به اندازهٔ جابه‌جایی آن در بازهٔ زمانی $t_۱ = \frac{۱}{۲۰۰}s$ تا $t_۲ = \frac{۱}{۵۰}s$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۶۳- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگری در SI به شکل $x = ۰/۱\cos(\frac{\pi}{۱۲}t)$ است. حداکثر فاصلهٔ نوسانگر از نقطهٔ تعادل در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۴\,s$ تا $t_۲ = ۱۴\,s$ برابر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۵ ۲) $۵\sqrt{۲}$ ۳) $۵\sqrt{۳}$ ۴) ۱۰

۸۶۴- در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A، روی محور x و حول مبدأ مختصات، حداقل زمانی که طول می‌کشد تا متحرک از مکان $x = \frac{+A}{۲}$ به $x = ۰$ برسد، چند برابر دورهٔ تناوب است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

تشخیص جهت سرعت و شتاب به کمک معادلهٔ مکان ـ زمان هم برای خودش موضوعیه.

۸۶۵- معادلهٔ مکان نوسانگر ساده‌ای در SI به صورت $x = ۰/۰۲\cos(\frac{\pi}{۲}t)$ است. در کدام بازهٔ زمانی (برحسب ثانیه) شتاب و سرعت در جهت مثبت محور x اند؟

۱) صفر تا ۱ ۲) ۱ تا ۲ (سراسری ریاضی ۸۵ خارج از کشور ـ با کمی تغییر)
۳) ۲ تا ۳ ۴) ۳ تا ۴

۸۶۶- معادلهٔ مکان ـ زمان یک حرکت هماهنگ ساده به شکل $x = A\cos(\frac{۲\pi}{T}t)$ است. در کدام‌یک از لحظه‌های زیر، بردار سرعت و بردار برایند نیروی وارد بر متحرک در خلاف جهت محور x است؟

۱) $\frac{T}{۵}$ ۲) $\frac{۷T}{۱۲}$ ۳) $\frac{۶}{۷}T$ ۴) $\frac{۳T}{۸}$

۸۶۷- معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به صورت $x = ۰/۰۴\cos(۲۰\pi t)$ است. در بازهٔ زمانی بین $t = ۰$ تا $t = \frac{۱}{۲۴}s$، چند ثانیه سرعت و شتاب متحرک هم‌جهت نیستند؟ *(سراسری تجربی ۹۲ خارج از کشور - با اندکی تغییر)*

۱) $\frac{۱}{۲۰}$ ۲) $\frac{۱}{۴۰}$ ۳) $\frac{۱}{۶۰}$ ۴) $\frac{۱}{۱۲۰}$

تطبیق‌دادن بازه‌بندی‌های خاص با زمان آن‌ها مهارت مهمی است که باید خوب خوب یاد بگیرید.

۸۶۸- x و A به ترتیب مکان و دامنهٔ نوسانگر در یک حرکت هماهنگ ساده است. در لحظهٔ t_1، $x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ و جهت حرکت نوسانگر در آن لحظه به سمت نقطهٔ تعادل است. اگر یک ثانیهٔ بعد نوسانگر دوباره به همان مکان برسد، دورهٔ این نوسانگر چند ثانیه است؟

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۶ ۳) ۲/۴ ۴) ۳/۶

۸۶۹- در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A و دورهٔ تناوب T که روی محور x حول مبدأ مکان انجام می‌شود، متحرک در لحظه‌ای در مکان $x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ قرار دارد. پس از گذشت زمانی به اندازهٔ $\frac{T}{۸}$ متحرک در چه مکانی قرار خواهد گرفت؟

۱) $x = +A$ ۲) $x = ۰$ ۳) $x = -A$ یا $x = +A$ ۴) $x = ۰$ یا $x = +A$

۸۷۰- در یک حرکت هماهنگ ساده با دورهٔ تناوب ۳ s، تندی متوسط متحرک در ثانیهٔ دوم حرکت چند برابر تندی متوسط متحرک در ثانیهٔ اول حرکت است؟

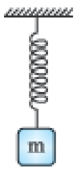
۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۳

۸۷۱- معادلهٔ حرکت متحرکی در SI، به شکل $x = ۰/۱\cos(۲۰\pi t)$ است. نوع حرکت متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = ۰/۳۲ s$ تا $t_2 = ۰/۳۴ s$ چگونه است؟

۱) تندشونده ۲) کندشونده ۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده ۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

۸۷۲- معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت سادهٔ متحرکی به شکل $x = A\cos(\omega t)$ است. متحرک در لحظهٔ t_1 برای اولین بار از مکان $x = -\frac{A}{۲}$ و در لحظهٔ t_2 برای دومین بار از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند. $\frac{t_2}{t_1}$ برابر کدام است؟

۱) $\frac{۸}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۸}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۹}{۴}$



۸۷۳- در شکل روبه‌رو، جسم متصل به فنر در حالت تعادل قرار دارد و طول فنر ۴۰ cm است. اگر جسم را به اندازهٔ ۱۰ cm به سمت پایین کشیده و رها کنیم، جسم با بسامد ۲ Hz شروع به نوسان می‌کند. طول فنر ۰/۷۵ s بعد از رهاشدن جسم چند سانتی‌متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز است.)

۱) ۳۰ ۲) ۳۵ ۳) ۴۵ ۴) ۵۰

۸۷۴- متحرکی، حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. در لحظه‌ای، نوسانگر در مکان $x = +\frac{A}{۲}$ قرار دارد و در حال دورشدن از نقطهٔ تعادل است. اگر یک ثانیه بعد، متحرک برای اولین بار دوباره به همان مکان برسد، دورهٔ تناوب نوسان چند ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۸۷۵- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی به شکل $x = A\cos(\omega t)$ است. این متحرک در لحظه‌های $t_1 = \frac{۱}{۱۲}s$ و $t_2 = \frac{۱}{۴}s$ برای بار اول و دوم از یک نقطهٔ مشخص عبور می‌کند. این متحرک در هر دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۳۶۰

۸۷۶- در یک حرکت هماهنگ ساده، دامنهٔ نوسان ۱۰ cm و دورهٔ تناوب ۰/۱۲ s است. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک وقتی که بدون تغییر جهت از مکان $x_1 = -۵ cm$ به مکان $x_2 = ۵ cm$ می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟ (متحرک روی محور x و حول مبدأ مختصات در حال نوسان است.) *(ق.م)*

۱) ۱۰ ۲) ۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۱/۲۵

۸۷۷- در یک حرکت هماهنگ ساده، متحرک در لحظه‌ای در مکان $x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ قرار دارد و تندی‌اش در حال افزایش است. اگر پس از ۰/۱ s متحرک مجدداً در همین نقطه باشد، دورهٔ تناوب آن حداکثر چند ثانیه است؟

۱) ۰/۴ ۲) ۰/۲ ۳) $\frac{۲}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱}{۱۵}$

اگر جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط نوسانگر را می‌توانید حساب کنید، پس حتماً سرعت متوسط و تندی متوسط آن را هم به دست خواهید آورد. اما بیشینهٔ سرعت و تندی متوسط برای خودش داستانی دارد که با زدن تست‌های بعدی با آن آشنا خواهید شد.

۸۷۸- در یک حرکت هماهنگ ساده، متحرک در لحظهٔ t_1 از مکان $x_1 = \frac{A}{۲}$ و در لحظهٔ t_2 از مکان $x_2 = -\frac{A}{۲}$ عبور می‌کند. بزرگی بیشترین مقدار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 برابر کدام است؟

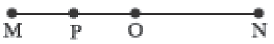
۱) $\frac{۳A}{T}$ ۲) $\frac{۴A}{T}$ ۳) $\frac{۶A}{T}$ ۴) $\frac{۱۲A}{T}$

۸۷۹- در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ نوسان A و دورهٔ تناوب T، متحرک در لحظه‌های t_1 و t_2 از مکان $x = +\frac{A}{۲}$ عبور می‌کند. حداکثر تندی متوسط ممکن برای این متحرک بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 برابر کدام است؟

۱) $\frac{۳A}{T}$ ۲) $\frac{۴A}{T}$ ۳) $\frac{۹A}{۲T}$ ۴) $\frac{۶A}{T}$

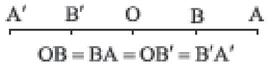
۸۸۰- در یک حرکت هماهنگ ساده نوسانگر، در لحظهٔ t_1 در مکان $+\frac{A}{\sqrt{2}}$ و در لحظهٔ $t_2 > t_1$ در مکان $+\frac{A}{2}$ قرار دارد. اندازهٔ بیشترین سرعت متوسط نوسانگر در بازهٔ t_1 تا t_2 کدام است؟(A دامنهٔ نوسان، T دورهٔ تناوب حرکت و در $t=0$ نوسانگر در مکان $x=+A$ است.) *(سراسری ریاضی ۸۴)*

۱) $12(\sqrt{2}+1)\frac{A}{T}$ ۲) $\frac{12(\sqrt{2}-1)}{7}\frac{A}{T}$ ۳) $\frac{12(\sqrt{2}+1)}{7}\frac{A}{T}$ ۴) $12(\sqrt{2}-1)\frac{A}{T}$



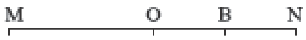
۸۸۱- متحرکی روی پاره‌خط MN حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. O نقطهٔ تعادل و نقطهٔ P وسط پاره‌خط MO است. اگر متحرک پاره‌خط MP را در مدت $0/2\,s$ طی کند، دورهٔ نوسان چند ثانیه است؟ *(ق.م)*

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۱/۲ ۴) ۱/۶



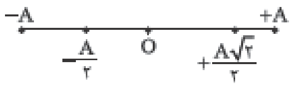
۸۸۲- در شکل مقابل، اگر متحرکی بین دو نقطهٔ A و A′ حرکت هماهنگ ساده انجام دهد و فاصلهٔ OB را در مدت $\frac{1}{300}$ ثانیه طی کند، بسامد نوسان چند هرتز است؟ *(سراسری ریاضی ۹۵ خارج از کشور)*

۱) ۲۵ ۲) ۳۷/۵ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵



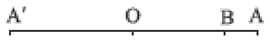
۸۸۳- در شکل مقابل، نوسانگری روی پاره‌خط MN و حول نقطهٔ تعادل حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. $\frac{1}{30}s$ طول می‌کشد تا نوسانگر بدون تغییر جهت از نقطهٔ B به نقطهٔ M برسد. بسامد زاویه‌ای نوسانگر چند رادیان بر ثانیه است؟(B وسط ON است.)

۱) 20π ۲) 5π ۳) $\frac{\pi}{5}$ ۴) $\frac{\pi}{20}$



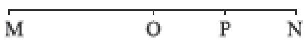
۸۸۴- نوسانگر ساده‌ای از انتهای مثبت پاره‌خط نوسان (شکل روبه‌رو) به طرف انتهای منفی آن در حال حرکت است. بزرگی سرعت متوسط نوسانگر در جابه‌جایی از مکان $+\frac{A\sqrt{2}}{2}$ تا مبدأ چند برابر بزرگی سرعت متوسط آن در جابه‌جایی از مبدأ تا $-\frac{A}{2}$ است؟

۱) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ۲) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ۳) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$



۸۸۵- در شکل مقابل، نوسانگری روی پاره‌خط AA′ و حول نقطهٔ O حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. کوتاه‌ترین فاصلهٔ زمانی بین دو مرتبهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ B برابر $0/12\,s$ است. کوتاه‌ترین فاصلهٔ زمانی بین دو مرتبهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ O برابر چند ثانیه است؟ $(OB=\frac{\sqrt{3}}{2}OA)$

۱) ۰/۱۶ ۲) ۰/۱۸ ۳) ۰/۲۴ ۴) ۰/۳۶



۸۸۶- در شکل مقابل، جسمی روی پاره‌خط MN حول نقطهٔ O حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر حداقل $1/2\,s$ ثانیه طول بکشد تا نوسانگر از M تا O جابه‌جا شود، حداقل چند ثانیه طول می‌کشد تا متحرک از نقطهٔ O به نقطهٔ P برسد؟ $(\overline{OP}=\overline{PN})$

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۳ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۶

۸۸۷- در شکل مقابل، متحرکی روی محور x و حول مبدأ مختصات (نقطهٔ O) حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ $2\,cm$ انجام می‌دهد. اگر حداقل زمان لازم برای این‌که متحرک از نقطهٔ A به نقطهٔ B برسد برابر $0/7\,s$ باشد، حداقل زمان لازم برای این‌که متحرک از نقطهٔ تعادل به نقطهٔ بازگشت برسد، برابر چند ثانیه است؟

۱) ۰/۶ ۲) ۱/۲ ۳) ۲/۴ ۴) ۰/۴

۸۸۸- در یک حرکت هماهنگ ساده، در مدت دلخواه $\frac{1}{4}$ دوره، کم‌ترین مسافتی که نوسانگر طی می‌کند چند برابر دامنه است؟ $(\sqrt{2}=1/4)$ *(سراسری ریاضی ۹۳ خارج از کشور)*

۱) ۰/۳ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۷ ۴) ۱/۴

۸۸۹- در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ A و دورهٔ تناوب T، حداکثر مسافتی که متحرک در مدت $\frac{T}{6}$ طی می‌کند، برابر کدام است؟

۱) A ۲) $\frac{A}{2}$ ۳) $\frac{A}{3}$ ۴) $\frac{2A}{3}$

۸۹۰- در حرکت هماهنگ ساده کم‌ترین زمان لازم برای طی مسافتی برابر با یک دامنه، چند برابر بیشترین زمان لازم برای طی مسافتی برابر با یک دامنه است؟

۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۸۹۱- در یک حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ نوسان A و دورهٔ تناوب T، کم‌ترین مقدار تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی‌ای به اندازهٔ $\frac{T}{6}$ چند برابر کسر $\frac{A}{T}$ است؟

۱) $3\sqrt{3}$ ۲) $6\sqrt{3}$ ۳) $3(2-\sqrt{3})$ ۴) $6(2-\sqrt{3})$

۸۹۲- نوسانگری روی یک پاره‌خط به طول d حرکت هماهنگ ساده با دورهٔ تناوب T و بسامد f انجام می‌دهد. بیشترین اندازهٔ سرعت متوسط نوسانگر در مدت $\frac{T}{3}$ برابر کدام است؟

۱) $\sqrt{3}df$ ۲) $\frac{3\sqrt{3}}{2}df$ ۳) $3df$ ۴) $2df$

۸۹۳- متحرکی روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و معادلهٔ حرکت آن در SI به صورت $x = ۰/۰۶\cos(\frac{۵۰}{۳}\pi t)$ است. بیشترین سرعت متوسط این نوسانگر در یک بازهٔ زمانی دلخواه ۰/۰۲ ثانیه‌ای، چند متر بر ثانیه می‌تواند باشد؟ *(سراسری ریاضی ۹۵ خارج از کشور - با کمی تغییر)*

۱) ۰/۳ ۲) ۳ ۳) $۰/۲\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

۸۹۴- متحرکی روی محور x و حول مبدأ مکان، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. در لحظهٔ $t_۱$، حرکت متحرک تندشونده و بردار مکان آن در SI، به شکل $\vec{r}_۱ = -۰/۲\vec{i}$ و در لحظهٔ $t_۲$، حرکت متحرک کندشونده و بردار مکان آن در SI، به شکل $\vec{r}_۲ = ۰/۲\vec{i}$ است. اگر $t_۲ - t_۱ = ۰/۱s$ و دامنهٔ نوسان ۴۰cm باشد، کم‌ترین بسامد ممکن برای نوسان‌های این متحرک چند هرتز است؟

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۸۹۵- در یک حرکت هماهنگ ساده، مسافت طی‌شده توسط متحرک در ثانیه‌های چهارم و پنجم برابر است. بیشترین دورهٔ تناوب ممکن برای این حرکت چند ثانیه است؟

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۴ ۴) ۲

۸۹۶- در یک حرکت هماهنگ ساده، در دو بازهٔ زمانی متوالی که اندازهٔ هر یک برابر Δt است، بردارهای جابه‌جایی متحرک قرینهٔ هم هستند. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در مجموع این دو بازه برابر دامنهٔ نوسان باشد، Δt چند برابر دورهٔ تناوب است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۸۹۷- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، به شکل $x = A\cos(\omega t)$ است. اگر اندازهٔ جابه‌جایی نوسانگر در ثانیه‌های اول و دوم حرکتش به ترتیب 1cm و ۲/۵ cm باشد، A برابر چند سانتی‌متر است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۳/۷۵ ۴) ۷/۵

تست زیر، تست خاصی است. باید از دانسته‌های ریاضی‌تان کمک بگیرید.

۸۹۸- دو نوسانگر A و B، در یک لحظه شروع به انجام حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ یکسان می‌کنند. دورهٔ تناوب این دو نوسانگر به ترتیب ۳s و ۶s است. چند ثانیه پس از شروع حرکت دو نوسانگر برای اولین بار به هم می‌رسند؟

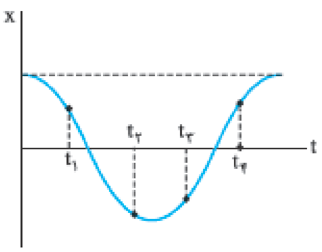
۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۸۹۹- در یک حرکت هماهنگ ساده، اگر فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ تعادل در دو لحظهٔ $t_۱ = t$ و $t_۲ = ۲t$ یکسان و برابر d باشد، کم‌ترین مقدار ممکن برای t .... برابر دورهٔ تناوب و مقدار d، .... برابر دامنهٔ نوسان است.

۱) $\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ، $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۶}$ ، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

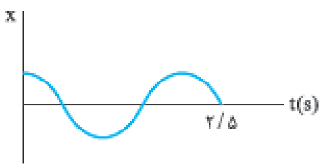
به اندازهٔ کافی معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت نوسانی ساده رو بررسی کردیم. حالا وقت بررسی نمودارهای مکان ـ زمان این حرکته.

۹۰۰- نمودار مکان ـ زمان یک حرکت هماهنگ ساده به شکل مقابل است. در کدام‌یک از لحظه‌های زیر به ترتیب از راست به چپ تندی متحرک افزایش و اندازهٔ شتاب آن کاهش می‌یابد؟



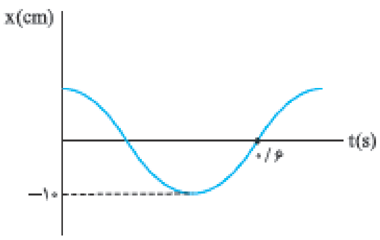
۱) $t_۳$ ، $t_۱$ ۲) $t_۴$ ، $t_۱$ ۳) $t_۳$ ، $t_۲$ ۴) $t_۴$ ، $t_۲$

۹۰۱- نمودار مکان ـ زمان یک حرکت ساده به شکل مقابل است. بسامد زاویه‌ای این حرکت در SI، چند واحد است؟ (ق-م)



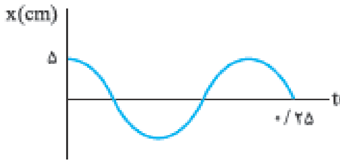
۱) $\frac{۴\pi}{۵}$ ۲) π ۳) ۲π ۴) ۴π

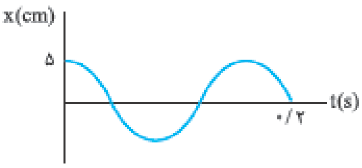
۹۰۲- نمودارمکان ـ زمان نوسانگری در یک حرکت هماهنگ ساده به شکل مقابل است. معادلهٔ مکان ـ زمان این نوسانگر در SI کدام است؟

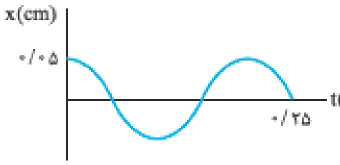


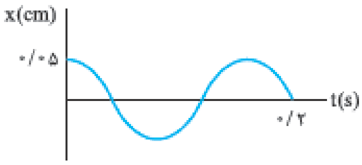
۱) $x = ۱۰\cos(\frac{۵\pi}{۴}t)$ ۲) $x = ۱۰\cos(\frac{۵\pi}{۲}t)$ ۳) $x = ۰/۱\cos(\frac{۵\pi}{۴}t)$ ۴) $x = ۰/۱\cos(\frac{۵\pi}{۲}t)$

۹۰۳- معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگری در SI به شکل $x = ۰/۰۵\cos(۱۰\pi t)$ است. نمودار مکان ـ زمان نوسانگر به شکل کدام گزینه است؟

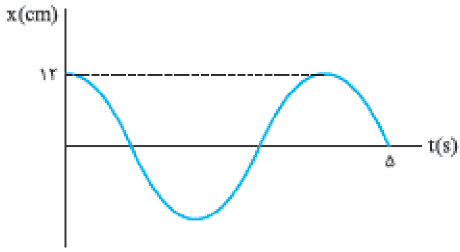
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

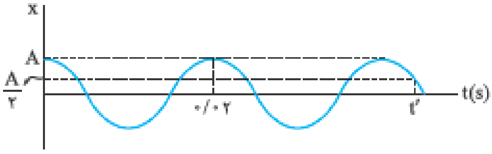
۹۰۴- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x و حول مبدأ مختصات حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، به شکل مقابل است. سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ اول حرکت به ترتیب از راست به چپ چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



۱) ۱۲ ، −۱۲
۲) ۱۲ ، −۴
۳) ۸ ، −۱۲
۴) ۸ ، −۴

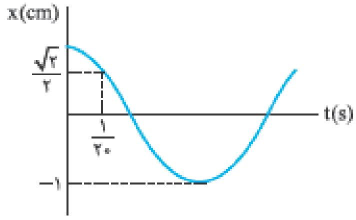
در نمودارهای مکان ـ زمان مطابقت جابه‌جایی و زمان خیلی پرکاربرد است. تست زیر را ببینید.

۹۰۵- نمودار مکان ـ زمان یک حرکت هماهنگ ساده به شکل مقابل است. در این نمودار t' برابر چند ثانیه است؟ (ق.م)



۱) $\frac{۱۳}{۳۰۰}$
۲) $\frac{۱}{۲۴}$
۳) $\frac{۲۹}{۶۰۰}$
۴) $\frac{۲۸}{۶۰۰}$

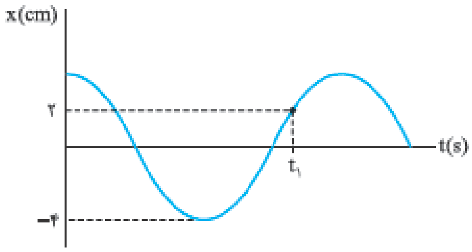
۹۰۶- نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل مقابل است. دورهٔ آن چند ثانیه است؟ (سراسری تجربی ۸۸)



۱) ۰/۱
۲) ۰/۲
۳) ۰/۳
۴) ۰/۴

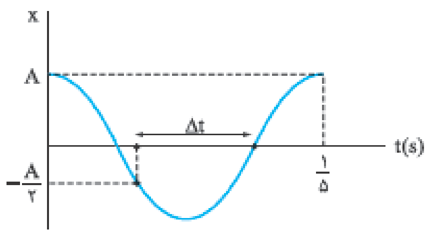
۹۰۷- شکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای است که در هر دقیقه ۴۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. در این نمودار t_1 برابر با چند ثانیه است؟

(سراسری تجربی ۸۵ خارج از کشور ـ با تغییر)



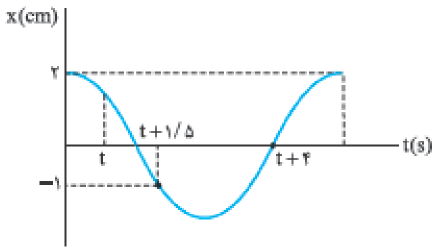
۱) $\frac{۵}{۴}$
۲) $\frac{۴}{۵}$
۳) $\frac{۵}{۶}$
۴) $\frac{۶}{۵}$

۹۰۸- نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ سادهٔ نوسانگری مطابق شکل است. Δt چند ثانیه است؟ (سراسری ریاضی ۹۰ خارج از کشور ـ با کمی تغییر)



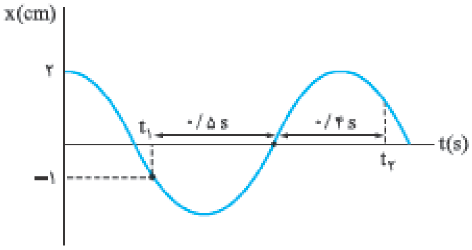
۱) $\frac{۱}{۱۰}$
۲) $\frac{۱}{۱۵}$
۳) $\frac{۱}{۱۲}$
۴) $\frac{۷}{۶۰}$

۹۰۹- نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ سادهٔ نوسانگری مطابق شکل است. فاصلهٔ نوسانگر از مبدأ در لحظهٔ t چند سانتی‌متر است؟ (سراسری ریاضی ۸۷ خارج از کشور ـ با تغییر)



۱) ۱
۲) $\sqrt{۲}$
۳) $\sqrt{۳}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

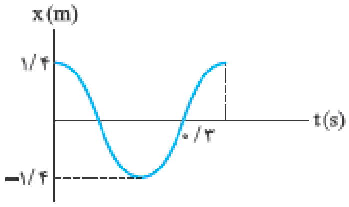
۹۱۰- نمودار مکان ــ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل است. سرعت متوسط آن در فاصلهٔ زمانی بین $t_۱$ تا $t_۲$ چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ $(\sqrt{۲}=۱/۴ , \sqrt{۳}=۱/۷)$



(سراسری تجربی ۹۱ با تغییر)

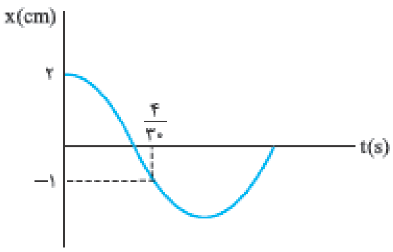
۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۶

۹۱۱- نمودار مکان ــ زمان نوسانگری مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی سرعت متوسط این نوسانگر وقتی مستقیماً از مکان $x_۱=-۰/۷\sqrt{۳}\ m$ به مکان $x_۲=۰/۷\ m$ می‌رود، چند متر بر ثانیه است؟ $(\sqrt{۳}=۱/۷)$



۱) ۴/۵
۲) ۸/۱
۳) ۹
۴) ۱۸/۹

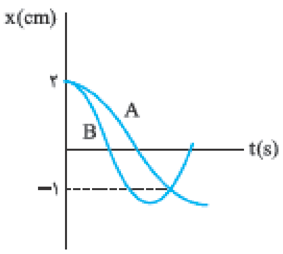
۹۱۲- نمودار مکان ــ زمان متحرکی که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، مطابق شکل روبه‌رو است. در مدت دلخواهی به اندازهٔ $\frac{۱}{۴}$ دورهٔ تناوب، بیشترین مقدار سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟



(سراسری ریاضی ۹۶ خارج از کشور ـ با کمی تغییر)

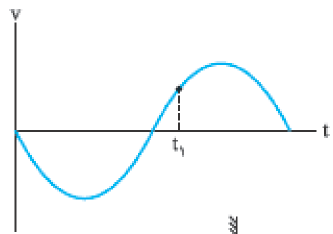
۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۱۰}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۵}$
۳) $\frac{۱}{۵}$
۴) $\frac{۲}{۵}$

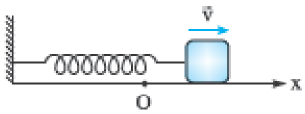
۹۱۳- نمودار مکان ــ زمان دو نوسانگر A و B که حرکت هماهنگ سادهٔ انجام می‌دهند، به شکل روبه‌رو است. بسامد نوسانگر A چند برابر بسامد نوسانگر B است؟

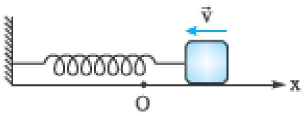


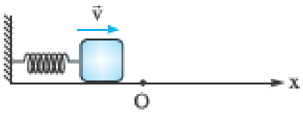
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) $\frac{۲}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۲}$

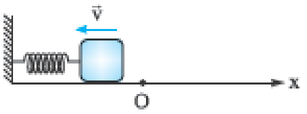
۹۱۴- نمودار سرعت ــ زمان یک جسم متصل به فنر در حال نوسان به شکل روبه‌رو است. در لحظهٔ $t=t_۱$ موقعیت جسم و فنر چگونه است؟ (O نقطهٔ تعادل نوسان است.)



۱)


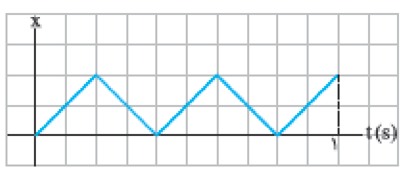
۲)


۳)


۴)


آزمونک بخش (۱)

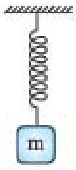
۹۱۵- نمودار مکان ــ زمان یک حرکت فرضی به شکل مقابل است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ این حرکت درست است؟



۱) این نمودار مربوط به یک حرکت نوسانی دوره‌ای نیست.
۲) این نمودار مربوط به یک حرکت نوسانی دوره‌ای است و دوره تناوب آن ۰/۸s است.
۳) این نمودار مربوط به یک حرکت نوسانی دوره‌ای است و بسامد آن ۷۵ چرخه بر دقیقه است.
۴) این نمودار مربوط به یک حرکت نوسانی دوره‌ای است و در هر دقیقه ۱۵۰ بار از مبدأ مکان عبور می‌کند.

۹۱۶- در حرکت هماهنگ ساده، بیشترین مقدار شتاب و کم‌ترین تندی نوسانگر به ترتیب از راست به چپ در چه نقطه‌هایی اتفاق می‌افتد؟

۱) نقطهٔ تعادل، نقطهٔ بازگشت
۲) نقطهٔ بازگشت، نقطهٔ تعادل
۳) نقطهٔ تعادل، نقطهٔ تعادل
۴) نقطهٔ بازگشت، نقطهٔ بازگشت



۹۱۷- در شکل روبه‌رو، جسم متصل به فنر در حال نوسان است به طوری‌که حداکثر و حداقل طول فنر به ترتیب برابر ۲۴ و ۱۸ سانتی‌متر است. در لحظه‌ای که طول فنر برابر با $۲۰cm$ است، جهت شتاب جسم چگونه است؟

۱) به سمت بالا است.

۲) به سمت پایین است.

۳) اگر حرکت جسم تندشونده باشد به سمت بالا و اگر حرکت کندشونده باشد به سمت پایین است.

۴) اگر حرکت جسم تندشونده باشد به سمت پایین و اگر حرکت کندشونده باشد به سمت بالا است.

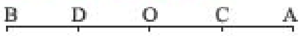
۹۱۸- در یک حرکت هماهنگ ساده، متحرک پاره‌خطی به طول $۲۰cm$ را در هر دقیقه ۴۰ بار طی می‌کند. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک، در مدتی که از نقطهٔ بازگشت برای اولین بار به نقطهٔ تعادل می‌رسد، چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{۱}{۱۵}$ ۲) $\frac{۲}{۱۵}$ ۳) $\frac{۴}{۱۵}$ ۴) $\frac{۸}{۱۵}$

۹۱۹- معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI، به صورت $y = ۰/۰۳\cos(\frac{\pi}{۲}t)$ است. این نوسانگر در فاصلهٔ زمانی $۰ < t < ۳$ چند سانتی‌متر، مسافت را پیموده است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲ *(سراسری تجربی ۸۵ با اندکی تغییر)*

۹۲۰- متحرکی روی پاره‌خط AB حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر $AC = CO = OD = DB$ باشد و متحرک فاصلهٔ CD را در $t_۱$ ثانیه و فاصلهٔ DB را در $t_۲$ ثانیه طی کند، نسبت $\frac{t_۱}{t_۲}$ چه‌قدر است؟ *(سراسری ریاضی ۹۶ خارج از کشور)*

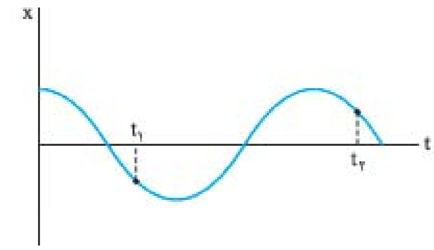


۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۹۲۱- نوسانگری با دورهٔ تناوب T و دامنهٔ A حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. بیشینهٔ اندازهٔ سرعت متوسط این نوسانگر وقتی به اندازهٔ A جابه‌جا می‌شود، کدام است؟

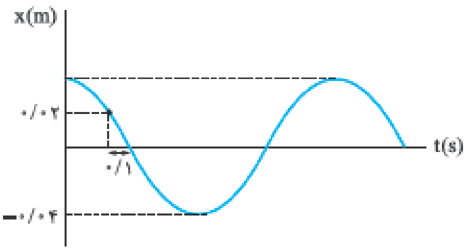
۱) $\frac{۱۲A}{T}$ ۲) $\frac{۳A}{T}$ ۳) $\frac{۶A}{T}$ ۴) $\frac{۴A}{T}$

۹۲۲- نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای به شکل مقابل است. بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$، نوع حرکت متحرک و جهت برایند نیروهای وارد بر آن چند مرتبه تغییر می‌کند؟



۱) ۲، ۲ ۲) ۳، ۲ ۳) ۲، ۱ ۴) ۳، ۱

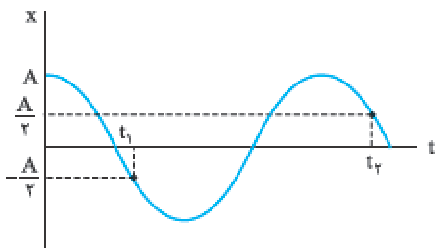
۹۲۳- نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای مطابق شکل مقابل است. معادلهٔ حرکت آن در SI کدام است؟ *(سراسری تجربی ۸۵ با تغییر)*



۱) $x = ۰/۰۴\cos(\frac{۵\pi}{۳}t)$ ۲) $x = ۰/۰۲\cos(\frac{۵\pi}{۳}t)$

۳) $x = ۰/۰۴\cos(\frac{۵\pi}{۴}t)$ ۴) $x = ۰/۰۲\cos(\frac{۵\pi}{۴}t)$

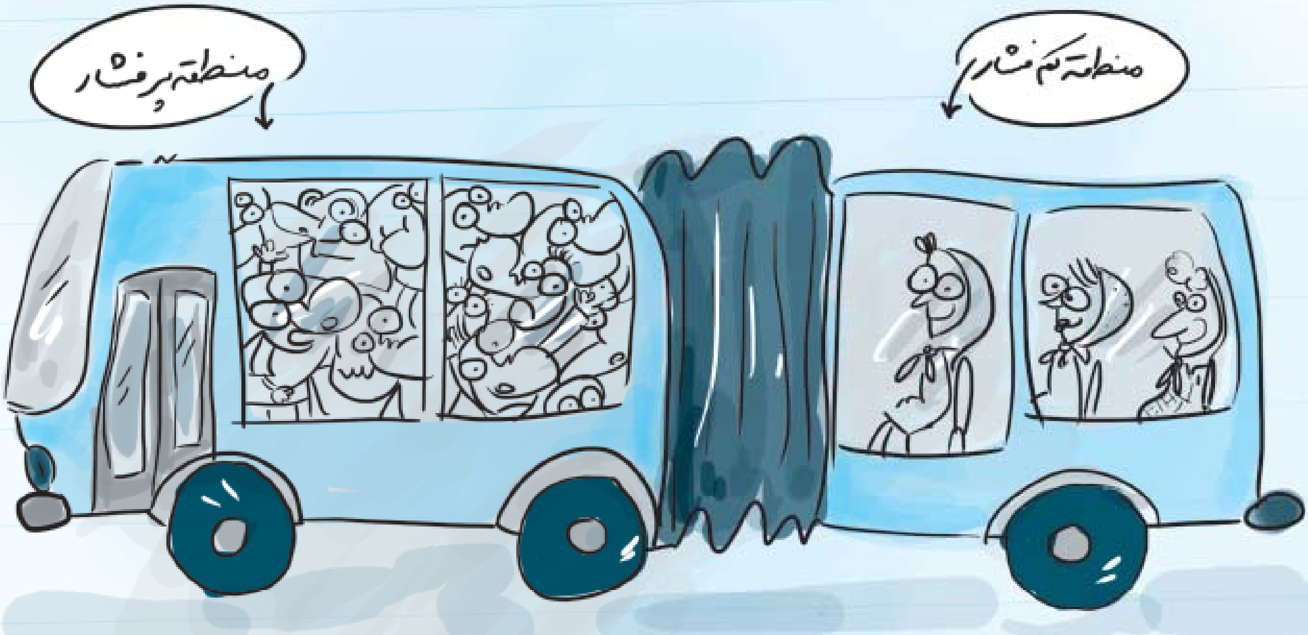
۹۲۴- در نمودار روبه‌رو که مربوط به حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر است، $t_۲ - t_۱$ چند برابر دورهٔ تناوب است؟ *(سراسری ریاضی ۸۹ خارج از کشور)*



۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ ۳) $\frac{۶}{۵}$ ۴) $\frac{۱۱}{۱۲}$

(فصل ۳) نوسان و امواج

درسنامه و پاسخ

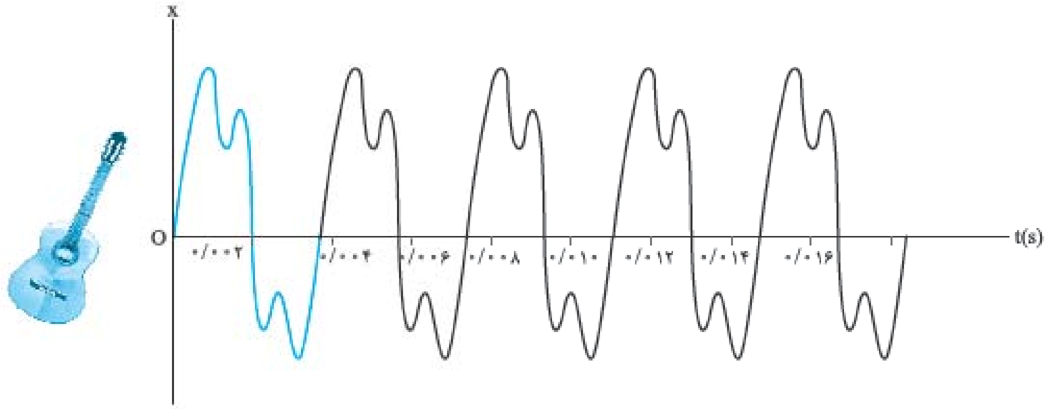


الفبای حرکت نوسانی

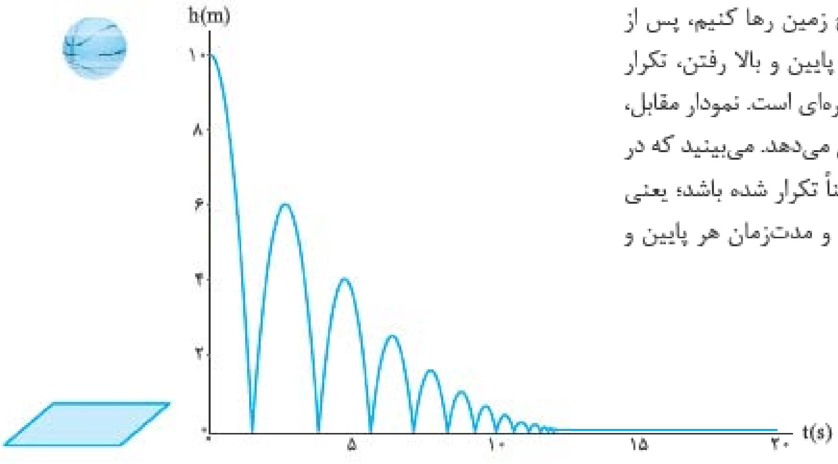
درس ۱

حرکت‌های دوره‌ای: تکرار! ... واژه‌ای آشنا که نقشی اساسی در حرکت‌های مورد توجه ما در این فصل دارد. به حرکت‌هایی که نوعی تکرار در آن‌ها مشاهده می‌شود، حرکت دوره‌ای می‌گوییم. به عنوان نمونه‌هایی از حرکت‌های دوره‌ای، می‌توان به حرکت قلب انسان یا حرکت یک تاب در یک پارک اشاره کرد. در این درس‌نامه، به معرفی مفهوم‌ها و کمیت‌هایی می‌پردازیم که تا پایان این فصل، مدام از آن‌ها استفاده می‌شود؛ به همین دلیل، باید با وسواس و دقت، از درک عمیق چیزهایی که می‌خوانید، مطمئن شوید.

نوسان دوره‌ای: نمودار زیر، نمودار مکان ـ زمان یک نقطه از سیم گیتاری است که به نوسان درآمده است. می‌بینید که در این نمودار، قسمت رنگی، به طور منظم، تکرار شده است. به نقشی که به طور منظم تکرار می‌شود، چرخه (سیکل) گفته می‌شود. به نوسانی که در آن، یک چرخه، دقیقاً تکرار می‌شود، نوسان دوره‌ای می‌گوییم.



اگر یک توپ بسکتبال را از ارتفاعی بالای سطح زمین رها کنیم، پس از برخورد به سطح زمین، بالا آمده و سپس، این پایین و بالا رفتن، تکرار می‌شود. این مثال، نمونه‌ای از یک نوسان غیردوره‌ای است. نمودار مقابل، ارتباط ارتفاع توپ از سطح زمین را با زمان نشان می‌دهد. می‌بینید که در این‌جا، نمی‌توان بخشی از نمودار را یافت که عیناً تکرار شده باشد؛ یعنی توپ، هر دفعه تا همان ارتفاع قبلی بالا نمی‌آید و مدت‌زمان هر پایین و بالارفتن، با پایین و بالارفتنِ بعدی، برابر نیست.



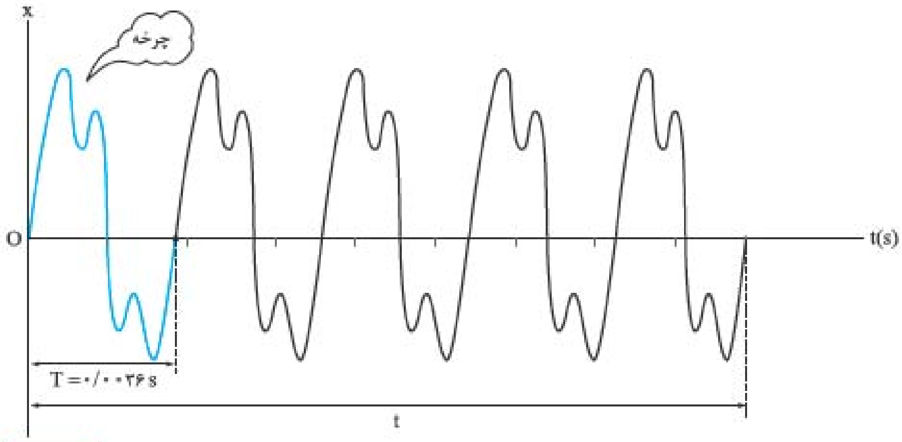
موضوع اصلی صحبت ما در این کتاب، **نوسان‌های دوره‌ای** است و همهٔ آن‌چه در ادامهٔ این فصل می‌خوانید، در مورد چنین نوسان‌هایی است.

تست کدام‌یک از حرکت‌های زیر، دوره‌ای نیست؟

(الف) شلیک گلوله از لولهٔ مسلسل (ب) حرکت پیستون در سیلندر موتور خودرو (پ) حرکت ماهیچه‌های قلب (ضربان قلب) (ت) چکه‌کردن منظم شیر آب

۱) الف و ت ۲) الف و ب ۳) پ و ت ۴) ب و پ

پاسخ **گزینهٔ ۱** در حرکت دوره‌ای **یک جسم** یک حرکت را به طور منظم و پی‌درپی تکرار می‌کند. در (الف) و (ت)، هر گلوله یا هر قطرهٔ آب، فقط یک بار یک حرکت را انجام می‌دهد و می‌رود و دفعهٔ بعد یک گلوله یا یک قطرهٔ دیگر، همان حرکت را تکرار می‌کند. پس این حرکت‌ها دوره‌ای نیست.

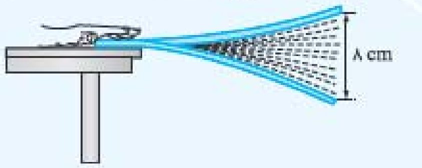


دورهٔ تناوب: در یک نوسان دوره‌ای، به مدت‌زمان یک چرخه، **دورهٔ تناوب** می‌گوییم و آن را با نماد T نشان می‌دهیم، شکل مقابل، همان نمودار مربوط به نوسان سیم گیتار است. چنان‌که در این شکل می‌بینید، دورهٔ تناوب سیم، برابر $۰/۰۰۳۶\,s$ است. به نظر شما، بازهٔ زمانی‌ای که در شکل مقابل، با t نشان داده شده، چه‌قدر است؟

بدیهی است که وقتی مدت‌زمان یک چرخه را T می‌گیریم، مدت‌زمان لازم برای n چرخه، برابر می‌شود با: $\boxed{\Delta t = nT}$

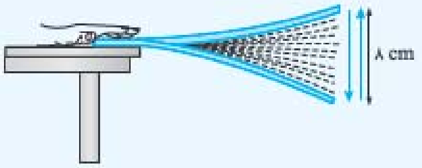
به این ترتیب، بازهٔ زمانی t در شکل بالا، چون مدت‌زمان لازم برای ۵ چرخه است، برابر می‌شود با: $t = ۵ \times ۰/۰۰۳۶ = ۰/۰۱۸\,s$

تست یک انتهای خط‌کشی پلاستیکی را مطابق شکل، در لبهٔ میزی نگه داشته و با زدن ضربه‌ای به انتهای آزاد آن، یک حرکت نوسانی در آن پدید می‌آوریم. انتهای آزاد خط‌کش، در مدت $۱۰\,s$، طول ۸ سانتی‌متری مسیرش را ۵۰ مرتبه می‌پیماید. دورهٔ تناوب این نوسان، چند ثانیه است؟



۱) ۰/۲
۲) ۰/۴
۳) ۰/۰۵
۴) ۵

پاسخ گزینهٔ ۲ **حواستون باشه!** وقتی انتهای آزاد خط‌کش، یک بار، مثلاً از بالا به پایین بیاید، حرکت بعدی آن (یعنی از پایین به بالا)، تکرار حرکت قبلی نیست؛ بنابراین در این تست، یک چرخه، یعنی یک پایین‌رفتن، به علاوهٔ یک بالاآمدن. (شکل روبه‌رو) و حتماً قبول دارید که ۵۰ دفعه پیمودن مسیر ۸سانتی‌متری، یعنی $\frac{۵۰}{۲} = ۲۵$ نوسان و می‌توان نوشت:



$$\Delta t = nT \Rightarrow ۱۰ = ۲۵T \Rightarrow T = ۰/۴\,s$$

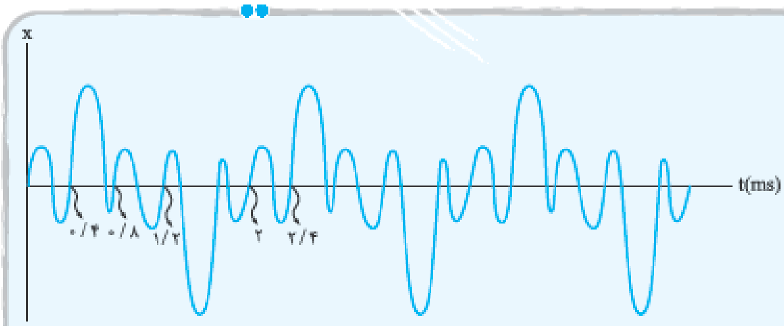
بسامد (فرکانس): به تعداد چرخه‌ها (یا نوسان‌ها) در واحد زمان (۱ ثانیه)، بسامد یا فرکانس می‌گوییم و آن را با نماد f نشان می‌دهیم. اگر در رابطهٔ $\Delta t = nT$، به جای مدت‌زمان، $\Delta t = ۱\,s$ قرار دهیم، تعداد نوسان‌ها، براساس تعریف بالا، همان بسامد خواهد بود:

$$\Delta t = nT \xrightarrow[n=f]{\Delta t=۱s} ۱ = fT \Rightarrow f = \frac{۱}{T}$$

رابطهٔ بالا، نشان می‌دهد که یکای بسامد، وارون یکای زمان، یعنی $\frac{۱}{\text{ثانیه}}$ است که به آن هرتز (با نماد Hz) گفته می‌شود.

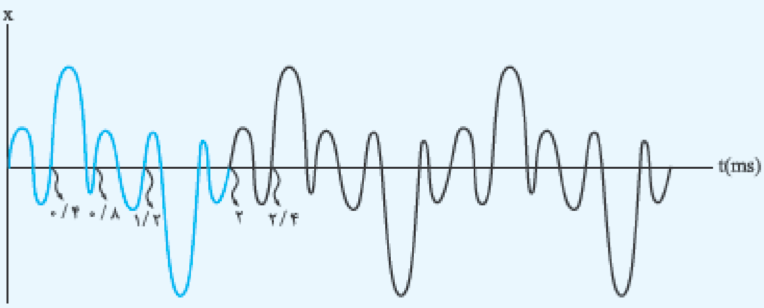
اگر نوسانگری در مدت‌زمان Δt، n نوسان کامل (یا چرخه) انجام دهد، بسامد نوسان برابر می‌شود با: $f = \frac{n}{\Delta t}$

تست نمودار مکان ـ زمان یک نقطه از سیم گیتاری، به شکل مقابل است. بسامد نوسان این سیم، چند هرتز بوده است؟

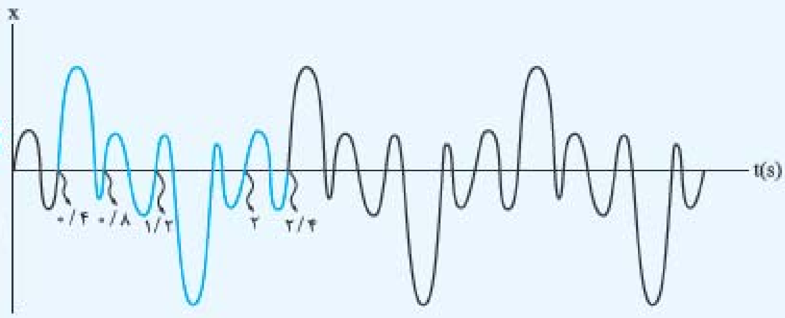


۱) ۴۱۶
۲) ۸۳۳
۳) ۵۰۰
۴) ۶۰۰

پاسخ گزینهٔ ۳ چیزی که در این تست اهمیت دارد، تشخیص درست یک چرخه است! یادتان باشد که چرخه، کوچک‌ترین بخشی از شکل است که پشت سر هم، تکرار می‌شود. در شکل مقابل، قسمتی از نمودار که رنگی رسم شده، یک چرخه است.



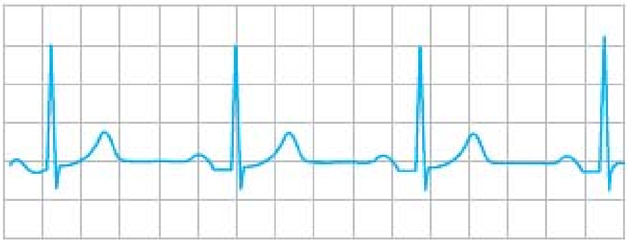
البته ممکن است شما، همانند شکل مقابل، بخشی از نمودار را که بین دو لحظهٔ $0/4\,ms$ و $2/4\,ms$ قرار دارد، به عنوان یک چرخه در نظر بگیرید که از نظر تشخیص دورهٔ تناوب، فرقی با انتخاب قبلی ندارد. در هر صورت، دورهٔ تناوب نوسان، $T = 2\,ms$ است و بسامد را می‌توان با وارون‌کردن آن، به دست آورد:



$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\times\underset{\text{میلی}}{\underset{\downarrow}{10^{-3}}}} = 500\,Hz$$

وقتی می‌گوییم بسامد سیم گیتاری، $500\,Hz$ است، می‌توانید نتیجه بگیرید که این سیم در هر یک ثانیه، ۵۰۰ نوسان انجام می‌دهد.

نوسان قلب انسان: کتاب درسی، به عنوان نمونه‌ای از یک نوسان دوره‌ای، نموداری از نوسان قلب انسان، به صورت مقابل آورده است. *(می‌تونین روی این نمودار، دقیقن مشخص کنین یه چرخه، از کجا تا کجاست؟!)*



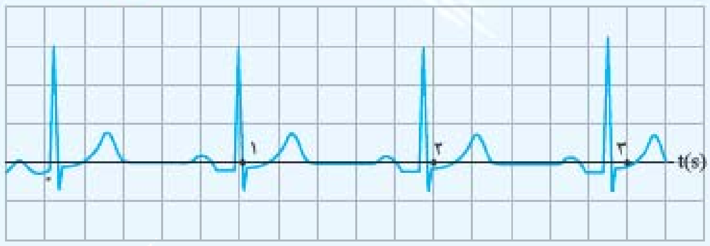
تست شکل روبه‌رو الکتروکاردیوگرام قلب یک انسان است. بسامد ضربان قلب این انسان چند هرتز است؟

۱) اندکی بیشتر از $1\,Hz$

۲) اندکی کم‌تر از $1\,Hz$

۳) اندکی بیشتر از $2\,Hz$

۴) اندکی کم‌تر از $2\,Hz$



پاسخ گزینهٔ۱ با کمی دقت، می‌بینیم که دورهٔ ضربان قلب، کمی کم‌تر از $1\,s$ ($0/95\,s$) است، پس طبق رابطهٔ $f = \frac{1}{T}$ بسامد، کمی بیشتر از $1\,Hz$ است.

۸۱۹- گزینهٔ۱ حرکت دوره‌ای حرکتی است که به طور مرتب بعد از گذشت مدت‌زمان معینی عیناً تکرار شود. پس باید به این فکر کنیم که در میان گزینه‌ها، کدام یک به طور مرتب عیناً تکرار می‌شود.

الف) نادرست؛ لرزش ناشی از زمین‌لرزه لزوماً به طور مرتب عیناً تکرار نمی‌شود.

ب) نادرست؛ ضربان قلب انسان در طی شبانه‌روز می‌تواند تند یا کند شود، پس نمی‌تواند یک حرکت دوره‌ای باشد. **حواستان باشد که** در یک بازهٔ زمانی کوتاه، ضربان قلب انسان می‌تواند دوره‌ای باشد.

پ) درست؛ حرکت زمین به دور خورشید تقریباً در بازه‌های زمانی مساوی به طور مشابه تکرار می‌شود، پس یک حرکت دوره‌ای است.

ت) نادرست؛ نوسان‌های کشتی در سطح دریا هم به طور منظم و تکراری نیست.

۸۲۰- گزینهٔ۲ **گام اول:** اگر در یک حرکت نوسانی دوره‌ای، در هر t ثانیه، n نوسان انجام شود (n سیکل طی شود یا n چرخه طی شود) برای محاسبهٔ دورهٔ تناوب داریم:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{5\times60}{1500} = \frac{1}{5}\,s$$

گام دوم: فرکانس یا همان بسامد، خیلی ساده محاسبه می‌شود:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5\,Hz = 5\,\frac{\text{چرخه}}{\text{ثانیه}}$$

حواستون‌باشه! *هرتز، سیکل بر ثانیه یا چرخه بر ثانیه همشون یکسان و واحد بسامد هستن!*

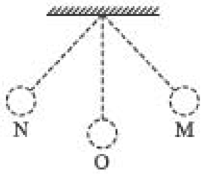
۸۲۱- گزینهٔ۳ **گام اول:** ابتدا حساب می‌کنیم هر نوسان چند میلی‌ثانیه طول می‌کشد. برای این کار در فرمول $f = \frac{n}{t}$، به جای n قرار می‌دهیم ۱. یعنی:

$$f = \frac{n}{t} \Rightarrow 5\times10^{6} = \frac{1}{t} \Rightarrow t = \frac{1}{5\times10^{6}} = 2\times10^{-7}\,s = 2\times10^{-4}\,ms$$

گام دوم: حالا تعداد سیکل‌های انجام‌شده در هر دقیقه را به دست می‌آوریم. در همان فرمول بالا به جای t قرار می‌دهیم $1\,min$ یا $60\,s$:

$$f = \frac{n}{t} \Rightarrow 5\times10^{6} = \frac{n}{60} \Rightarrow n = 3\times10^{8}$$

۸۲۲- گزینهٔ ۴ در هر نوسان کامل یک آونگ، گلولهٔ آن دو بار از پایین‌ترین سطح ممکن عبور می‌کند. به شکل روبه‌رو نگاه کنید.

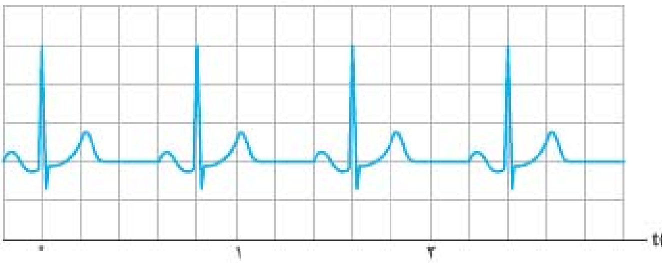


یک نوسان کامل یعنی این‌که گلوله از نقطهٔ M به نقطهٔ N برسد و دوباره به نقطهٔ M برگردد. در این حین گلوله دو بار از نقطهٔ O (همان پایین‌ترین سطح ممکن) عبور می‌کند. یک بار وقتی به طرف چپ در حال حرکت است، یک بار وقتی به طرف راست!

پس می‌توانیم نتیجه بگیریم، چون گلوله در هر دقیقه ۱۶ بار از نقطهٔ O عبور کرده است، یعنی در هر دقیقه ۸ نوسان انجام داده است. پس:

$$T=\frac{t}{n}=\frac{۶۰}{۸}=\frac{۱۵}{۲}$$

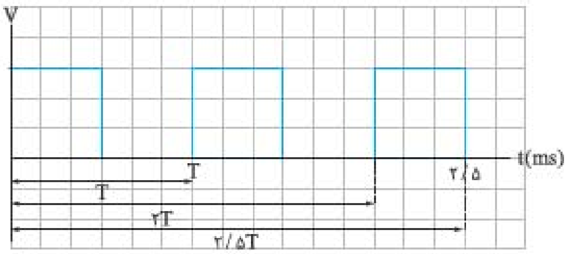
۸۲۳- گزینهٔ ۱ **گام اول:** همان‌طور که در نمودار روبه‌رو می‌بینید هر ۵ واحد محور افقی، معادل ۱ ثانیه است. پس هر واحد مساوی است با $۰/۲\,s$. از طرفی اگر به نقاط مشخص‌شده در شکل توجه کنیم، نمودار پس از هر ۴ واحد محور افقی تکرار می‌شود.



۴ واحد محور افقی برابر است با $۴\times ۰/۲=۰/۸\,s$، پس دورهٔ تناوب مربوط به این نمودار برابر است با $T=۰/۸\,s$.

گام دوم: برای محاسبهٔ بسامد داریم: $f=\frac{۱}{T}=\frac{۱}{۰/۸}=۱/۲۵\,Hz$

۸۲۴- گزینهٔ ۱ **گام اول:** به نمودار روبه‌رو نگاه کنید. باید بازهٔ زمانی را پیدا کنیم که تغییرات ولتاژ بعد از آن تکرار شود. یعنی دورهٔ تناوب (T) را در نمودار مشخص کرده‌ایم. با توجه به نمودار نتیجه می‌گیریم:



$$۲/۵\,T=۲/۵\times ۱۰^{-۳}\Rightarrow T=۱\times ۱۰^{-۳}\,s$$

حالا بسامد را حساب می‌کنیم: $f=\frac{۱}{T}=\frac{۱}{۱۰^{-۳}}=۱۰^{۳}\,Hz$

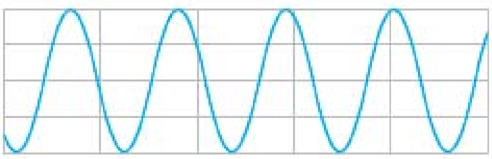
گام دوم: حالا تعداد سیکل‌ها را در هر دقیقه حساب می‌کنیم. باید به سراغ فرمول $f=\frac{n}{t}$ برویم:

$$f=\frac{n}{t}\Rightarrow ۱۰^{۳}=\frac{n}{۶۰}\Rightarrow n=۶\times ۱۰^{۴}$$

درس ۲

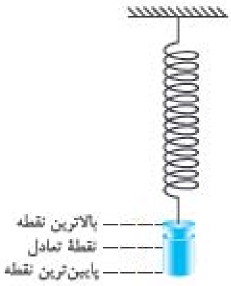
حرکت هماهنگ ساده (SHM)

به طور کلی، نمودار مکان ـ زمان یک حرکت نوسانی، می‌تواند شکل‌های عجیب و غریبی همانند نمودارهایی داشته باشد که در درس‌نامهٔ قبل در دو مورد، برای نوسان سیم گیتار و نوسان قلب انسان دیدیم.ساده‌ترین نمودار تکرارشونده، نمودارهای سینوس و کسینوس است که چنان‌که در درس‌های ریاضی خود هم دیده‌اید، شکل کلی آن‌ها، به صورت روبه‌رو است. ما به چنین نمودارهایی (چه سینوس، چه کسینوس)، **سینوسی‌شکل** می‌گوییم. (به زودی دلیل این یکسان انگاریِ سینوس و کسینوس را می‌فهمید!)

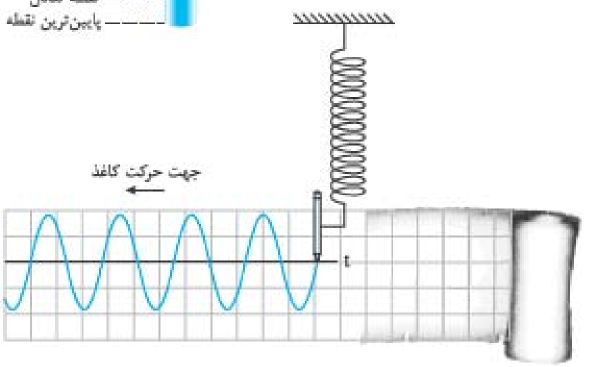


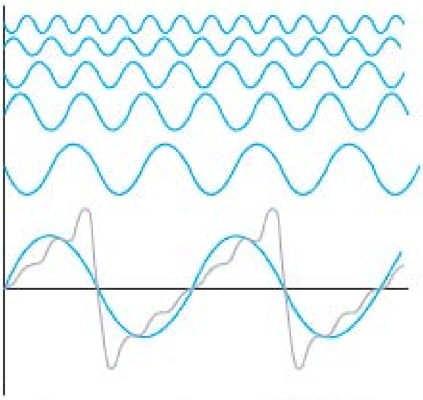
تعریف حرکت هماهنگ ساده: اگر نمودار مکان ـ زمان یک حرکت نوسانی، یک شکل سینوسی ساده باشد، به آن حرکت، حرکت **هماهنگ ساده** می‌گوییم.

به عنوان یک نمونهٔ واقعی از حرکت هماهنگ ساده، می‌توان به وزنه‌ای اشاره کرد که به یک فنر، متصل شده است. اگر این وزنه را از نقطهٔ تعادلش، اندکی به پایین کشیده و رها کنیم، شروع به نوسان می‌کند.

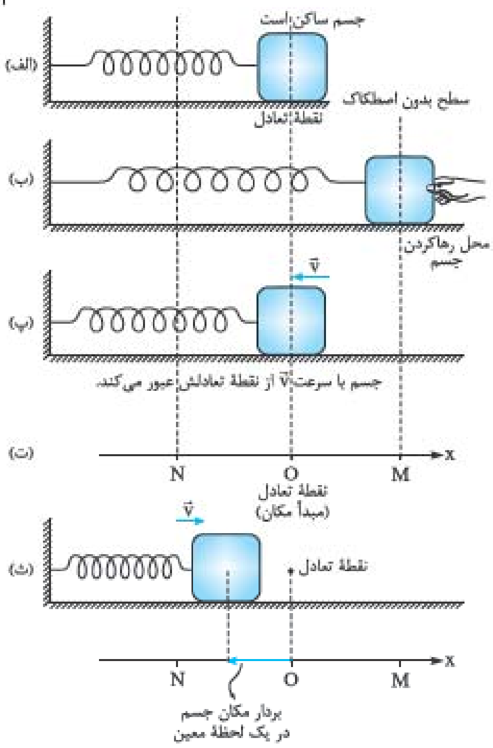


دستگاه نوسان‌نگار: شکل‌های روبه‌رو، اساس کار دستگاهی به نام **نوسان‌نگار** را نشان می‌دهند. از این دستگاه، برای رسم نمودار مکان ـ زمان در حرکت نوسانی، استفاده می‌شود. چنان‌که می‌بینید، مدادی به وزنه متصل شده است و پس از آن‌که وزنه شروع به نوسان می‌کند، کاغذ را در حالی که نوک مداد با آن در تماس است، با سرعت ثابت به حرکت درمی‌آورند. نمودار رسم‌شده روی کاغذ، که به آن **نوسان‌نگاشت** می‌گویند، تأیید می‌کند که حرکت وزنه، حرکت هماهنگ ساده است. *(اگه دوست داشتین فیلم باحالی از طرز کار این دستگاه رو ببینین، کافیه با موبایلتون، کد QR مقابل رو اسکن کنین!)*





یک ریاضی‌دان فرانسوی، در قرن هجدهم میلادی، نشان داد که با جمع شکل‌های سینوسی، می‌توان هر شکل دوره‌ای پیچیده‌تر (نظیر آن‌چه برای نوسان سیم گیتار یا قلب انسان دیدیم) را به دست آورد. به عنوان مثال، در شکل مقابل، جمع نمودارهای سینوسی آبی رنگ، نمودار سیاه را پدید می‌آورد. *(البته از هرگونه توضیح اضافه، جداً معذوریم! جمع‌کردن نمودارهای سینوسی و رسیدن به شکل سیاه، خارج از توان ریاضی ما و شما است!)* گرچه نمی‌توانیم وارد بحث عمیق‌تری در این مورد شویم، اما دست‌کم، متوجه می‌شوید که چرا از این پس، برای شکل‌های سینوسی، احترام ویژه‌ای قائل خواهیم شد!



نقطهٔ تعادل: جسمی که حرکت هماهنگ ساده دارد، اگر نوسان نکند، در نقطه‌ای می‌ایستد که به آن، نقطهٔ تعادل می‌گوییم (شکل الف). همان‌گونه که در شکل (ب) می‌بینید، برای آن‌که جسم، نوسان کند، باید آن را از نقطهٔ تعادل خارج و رها سازیم. در این صورت، وقتی جسم به نقطهٔ تعادل می‌رسد، به دلیل تندی‌ای که دارد، در این نقطه نمی‌ایستد و از آن می‌گذرد (شکل پ).

حواستون‌باشه! حین نوسان، نقطهٔ تعادل، نقطه‌ای نیست که جسم در آن متوقف شود و واژهٔ **تعادل**، نباید باعث این اشتباه شود.

همان‌گونه که در فصل دینامیک دیدید، در وضعیت تعادل، نیروی خالص وارد بر جسم، صفر است. در حرکت نوسانی ساده نیز در هنگام عبور جسم از نقطهٔ تعادل، نیروی خالص وارد بر آن، صفر است.

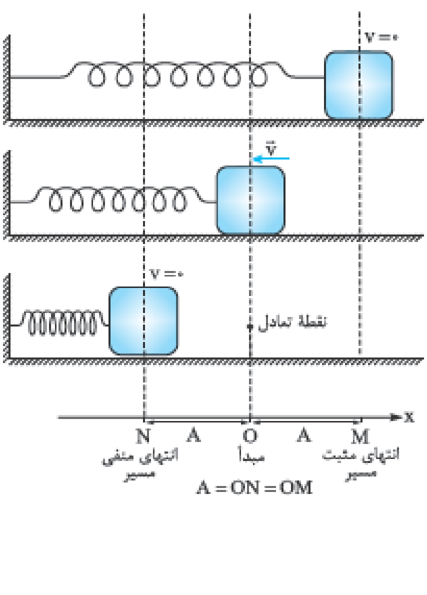
مبدأ مکان

در فصل اول، دیدیم که برای بیان مکان متحرک، به یک نقطه به نام مبدأ مکان (نقطهٔ O) نیاز داریم. در بررسی حرکت هماهنگ ساده، نقطهٔ O را همیشه در نقطهٔ تعادل جسم در نظر می‌گیریم. این نقطه، در حقیقت، وسط پاره‌خطی است که جسم بر روی آن نوسان می‌کند. در شکل (ت)، NM پاره‌خط نوسان و نقطهٔ O (مبدأ) وسط این پاره‌خط قرار دارد.

مکان یا جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل: چنان‌که در فصل (۱) هم دیدید، وقتی جسمی روی محور x حرکت می‌کند، مکان آن تابعی از زمان است؛ مثلاً موقعی که حرکت، یکنواخت بود، این تابع را به صورت $x = vt + x_0$ می‌نوشتیم.

گاهی برای این‌که بهتر به چشم بیاید که x تابع زمان است، آن را به صورت $x(t)$ نمایش می‌دهیم (این طرز نمایش، شبیه نمایش تابع با نماد $f(x)$ در ریاضی است). **حواستون‌باشه!** *این‌جا حرکت یکنواخت نیست و تابع هم به صورت* $x = vt + x_0$ *نیست.*

گفتیم که در بررسی حرکت هماهنگ ساده، مبدأ محور x، همان نقطهٔ تعادل جسم است؛ از این‌رو، همان‌گونه که در شکل (ث) نشان داده‌ایم، x می‌تواند نشانگر جابه‌جایی جسم از نقطهٔ تعادل نیز باشد. در این فصل، به مکان جسم (یعنی x)، جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل (و یا به طور خلاصه، جابه‌جایی) می‌گوییم. *(پس یادتون باشه! اگه ازتون پرسیدن جابه‌جایی جسم توو فلان لحظه چه‌قدره، منظورشون جابه‌جایی نسبت به نقطهٔ تعادل و یا همون مکان جسمه!)*



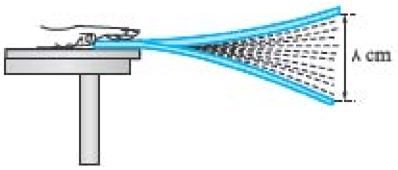
دامنه: وقتی جسمی در حال حرکت هماهنگ ساده است، به بیشترین اندازهٔ جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل، دامنه می‌گوییم و آن را با نماد A نشان می‌دهیم. در شکل‌های روبه‌رو دامنه را نشان داده‌ایم.

پاره‌خط نوسان: در حرکت نوسانی ساده، جسم (یا همان نوسانگر) بر روی یک پاره‌خط و در اطراف وضع تعادلش حرکت نوسانی انجام می‌دهد که به آن پاره‌خط نوسان می‌گوییم. در شکل روبه‌رو، NM پاره‌خط نوسان است.

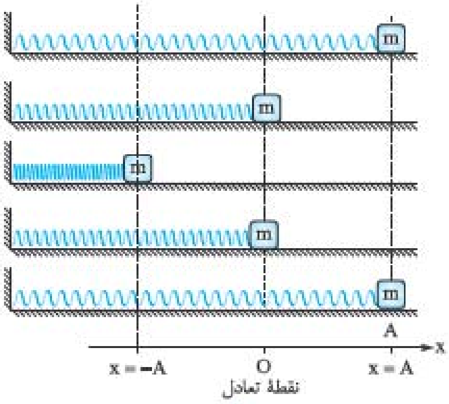
چندنکته ۱ جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل (یعنی x)، می‌تواند مثبت، منفی یا صفر باشد؛ اما چون دامنه، اندازهٔ بیشترین جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل است، می‌توانیم نتیجه بگیریم که دامنه، همیشه مثبت است. (به واژهٔ اندازه، توجه کنید!)

۲ وقتی جسم در انتهای پاره‌خط نوسان در طرف مثبت است، مکان یا جابه‌جایی از وضع تعادلش برابر $+A$ و وقتی جسم در انتهای پاره‌خط نوسان در طرف منفی است، مکان یا جابه‌جایی از وضع تعادلش برابر $-A$ است.

حواستون باشه! وقتی جسم در انتهای پاره‌خط در طرف منفی قرار دارد، دامنه، منفی نیست! دامنه همیشه مثبت است، بلکه x یا جابه‌جایی از وضع تعادل، منفی است: $x=-A$



۳ گفته بودیم که نقطهٔ تعادل، همیشه در وسط مسیری است که جسم روی آن، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم که فاصلهٔ دو انتهای مسیر از یکدیگر، ۲ برابر دامنه است (یا دامنه نصف پاره‌خط نوسان است). به عنوان نمونه، در شکل روبه‌رو که در چند صفحهٔ قبل دیده بودید، می‌توان فهمید که دامنهٔ نوسان انتهای آزاد خط‌کش، برابر $4\,cm$ است.



۴ وقتی می‌گوییم در حرکت هماهنگ ساده یک چرخه طی می‌شود، یعنی نوسانگر از هرجا که هست، دو بار طول پاره‌خط نوسان را می‌پیماید و دوباره به همان وضعیت اولیه بازمی‌گردد. مثلاً در شکل‌های روبه‌رو، جسم، یک چرخه (یا یک نوسان کامل) را پیموده است.

۵ در دو انتهای پاره‌خط نوسان (یعنی در مکان‌های $x=\pm A$) سرعت برابر صفر شده و نوسانگر تغییر جهت می‌دهد. برای همین به این نقطه‌ها، نقطه‌های **بازگشت حرکت** می‌گوییم.

۶ در حرکت هماهنگ ساده، در یک چرخه (یا یک نوسان)، مسافت پیموده‌شده، ۴ برابر دامنه است. درستی این موضوع را می‌توانید به راحتی، از روی پنج شکل روبه‌رو نتیجه بگیرید.

۷ نوسانگر با بیشینهٔ تندی از وضع تعادلش عبور می‌کند.

تست **کدام گزینه دربارهٔ حرکت هماهنگ ساده، درست است؟**

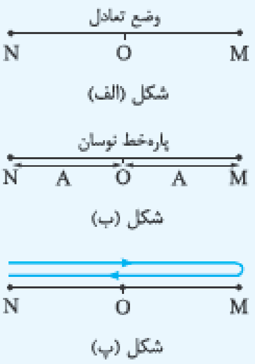
۱) در هنگام نوسان، جسم نوسانگر برای لحظه‌ای در نقطهٔ تعادلش می‌ایستد و تغییر جهت می‌دهد.

۲) دامنه برابر نصف بیشترین اندازهٔ جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل است.

۳) در یک چرخه، اندازهٔ جابه‌جایی جسم نوسان‌کننده، ۴ برابر دامنه است.

۴) در یک چرخه، نوسانگر دو بار از نقطهٔ تعادلش عبور می‌کند.

پاسخ **گزینهٔ ۴** گزینه‌ها را یکی‌یکی بررسی می‌کنیم:



۱ در هنگام نوسان، جسم نوسانگر با بیشینهٔ تندی از وضع تعادل یا همان مبدأ عبور می‌کند، ولی در انتهای پاره‌خط نوسان، برای لحظه‌ای می‌ایستد و تغییر جهت می‌دهد. **حواستون باشه!** نوسانگر در دو انتهای پاره‌خط در حال تعادل نیست! (یعنی در این نقطه‌ها نیروی خالص وارد بر آن، صفر نیست.)

۲ دامنهٔ (A) برابر نصف پاره‌خط نوسان و برابر بیشترین اندازهٔ جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل است. به شکل روبه‌رو نگاه کنید:

فاصلهٔ نقطهٔ تعادل تا دو انتهای پاره‌خط نوسان (یا بیشترین اندازهٔ جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل)، برابر دامنه است.

۳ در یک چرخه، جسم نوسان‌کننده دو بار طول پاره‌خط نوسان را می‌پیماید. یعنی در لحظهٔ نهایی، جسم همان جایی است که در لحظهٔ ابتدایی چرخه بوده است. پس اندازهٔ جابه‌جایی در مدت یک چرخه برابر صفر است. مثلاً در شکل روبه‌رو نقطهٔ N، نقطهٔ آغاز و پایان یک چرخه است. در واقع در یک چرخه، مسافت پیموده‌شده توسط جسم نوسان‌کننده، ۴ برابر دامنه است.

۴ یک بار دیگر شکل (پ) را ببینید. در یک چرخه، جسم دو بار از هر نقطهٔ دلخواه بر روی پاره‌خط (از جمله نقطهٔ تعادل) می‌گذرد.

تست **جسمی که در حال حرکت هماهنگ ساده با دامنهٔ $4\,cm$ است، در هر دقیقه، ۱۲۰ نوسان انجام می‌دهد. تندی متوسط آن در هر نوسان، چند متر بر ثانیه است؟**

۱) صفر ۲) ۰/۰۰۳ ۳) ۰/۳۲ ۴) ۰/۱۶

پاسخ **گزینهٔ ۳** ابتدا دورهٔ تناوب حرکت را به دست می‌آوریم: *(دقیقه رو باید به ثانیه تبدیل کنیم!)*

$$t=nT \Rightarrow 60=120\,T \Rightarrow T=0/5\,s$$

برای محاسبهٔ تندی متوسط، کافی است مسافت پیموده‌شده را بر مدت‌زمان، تقسیم کنیم. با استفاده از نکتهٔ ۶ خواهیم نوشت: *(این‌جا هم باید سانتی‌متر رو به متر تبدیل کنیم!)*

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{4A}{T}=\frac{4\times 0/04}{0/5}=0/32\,m/s$$

به نظرتون، اگه به جای تندی متوسط، از ما سرعت متوسط در یه دورهٔ تناوب رو می‌خواست، کدوم گزینه درست می‌شد؟!

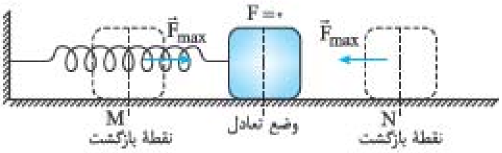
(جابه‌جایی در هر چرخه صفره و برای همین سرعت متوسط هم در هر چرخه صفر می‌باشد.)

بررسی کیفی شتاب و نیروی خالص در حرکت نوسانی ساده (مطالعهٔ نیمه‌آزاد)

در کتاب درسی حرفی از شتاب و نیروی خالص وارد بر نوسانگر نیست. اما با مفاهیمی که در حرکت‌شناسی و دینامیک یاد گرفتیم، به راحتی می‌توانیم وضعیت شتاب و نیروی خالص وارد بر نوسانگر را تحلیل کنیم. به نکته‌های زیر توجه کنید.

چندنکته ۱ نیروی خالص وارد بر نوسانگر در لحظهٔ عبور از وضع تعادل صفر است (*وضع تعادله دیگه!*) و شتاب هم به تبعیت از نیرو در این نقطه صفر است.

۲ در شکل روبه‌رو می‌بینید که در نقطه‌های بازگشت، فنر بیشترین فشردگی (نقطهٔ M) و بیشترین کشیدگی (نقطهٔ N) را دارد. پس نتیجه می‌گیریم در دو انتهای پاره‌خط نوسان (نقطه‌های بازگشت) نیروی خالص وارد بر نوسانگر بیشینه است. هم‌چنین طبق رابطهٔ $F = ma$، شتاب هم در این دو نقطه بیشینه است.



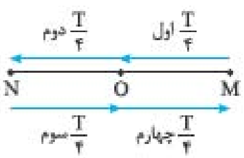
۳ علامت شتاب و نیرو همیشه مخالف علامت جابه‌جایی از وضع تعادل (یا همان بردار مکان) است. دلیلش هم واضح است، چون برای تداوم حرکت رفت و برگشتی، نیرو همواره باید بازگرداننده (به سمت مبدأ) باشد.

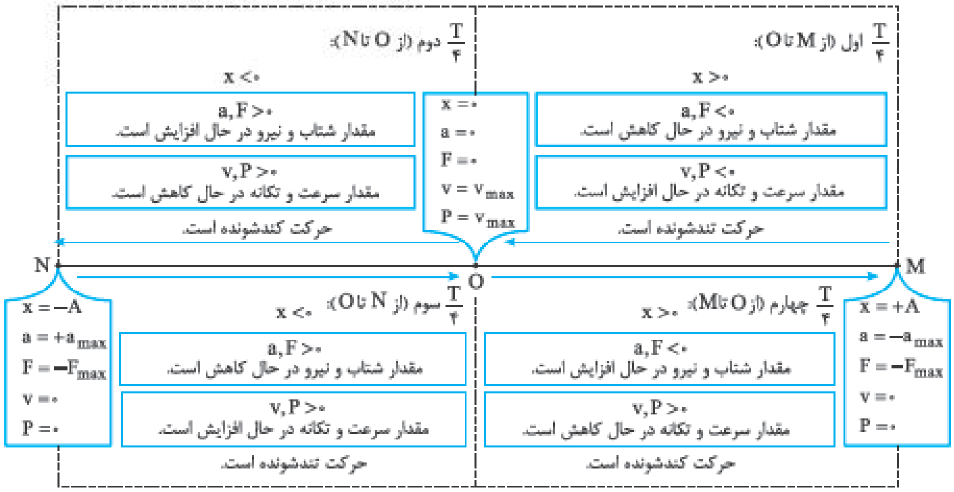
یعنی وقتی نوسانگر در حال حرکت در طرف مثبت است، نیرو باید به سمت منفی باشد و هرگاه نوسانگر در حال حرکت در طرف منفی است، نیرو باید به سمت مثبت باشد.

بررسی وضعیت و مقایسهٔ کمیت‌ها در یک نوسان کامل

الان چیز جدیدی نمی‌خوایم بگیم، فقط می‌خوایم کمیت‌ها رو کنار هم ببینیم و مقایسه کنیم.

مطابق شکل روبه‌رو یک دورهٔ تناوب نوسانگری را که از انتهای مسیر شروع به حرکت کرده است به چهارتا $\frac{T}{4}$ تقسیم می‌کنیم و بعد می‌بینیم که در هر $\frac{T}{4}$، مکان (جابه‌جایی از وضع تعادل)، سرعت، تکانه، شتاب و نیرو چه‌طور تغییر می‌کنند و در هر مرحله نوع حرکت نوسانگر چیست. همهٔ این‌ها را در شکل مقابل آورده‌ایم: (M و N نقطه‌های بازگشت و O وضع تعادل است.)





هر وقت نوسانگر در حال نزدیک‌شدن به مبدأ است، تندی‌اش در حال افزایش و نوع حرکتش تندشونده است (*معلومه دیگه چون در مبدأ، تندی بیشینه است و هر وقت نوسانگر به سمت مبدأ بیاد تندیش زیاد می‌شه.*) و هر وقت در حال دور شدن از مبدأ است، تندی‌اش در حال کاهش، حرکتش کندشونده است.

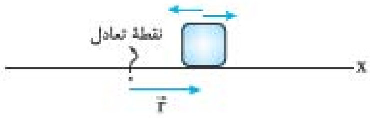
۸۲۵- گزینهٔ ۴ در هر حرکت هماهنگ ساده، متحرک روی یک پاره‌خط نوسان می‌کند. روی این پاره‌خط سه نقطهٔ خیلی مهم را باید بشناسید. یک نقطهٔ تعادل و دو نقطهٔ بازگشت. در این نقطه‌ها اتفاق‌های خاصی می‌افتد که در جدول مقابل نشان داده شده است. بنابراین در نقطهٔ تعادل تندی متحرک بیشینه و شتاب آن صفر است. (*سعی کنید جدول روبه‌رو رو ملکهٔ ذهن خودتون کنید.*)

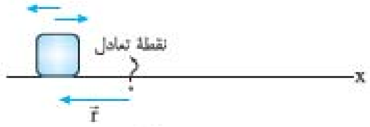
	نقطهٔ بازگشت	نقطهٔ تعادل	نقطهٔ بازگشت
فاصلهٔ متحرک تا نقطهٔ تعادل	بیشینه	صفر	بیشینه
تندی متحرک	صفر	بیشینه	صفر
اندازهٔ شتاب متحرک	بیشینه	صفر	بیشینه
اندازهٔ نیروی وارد بر متحرک	بیشینه	صفر	بیشینه

۸۲۶- گزینهٔ ۳ حتماً می‌دانید که در نقطهٔ تعادل تندی متحرک بیشینه است. پس کمیت‌های وابسته به تندی (یعنی تکانه و انرژی جنبشی) نیز در این نقطه بیشینه‌اند.

در نقطهٔ تعادل (*همین‌طور که از اسمش معلومه*) نوسانگر در وضع تعادل است، پس در این نقطه نیروی خالص وارد بر آن صفر است.

۸۲۷- گزینهٔ ۳ به شکل‌های روبه‌رو نگاه کنید. وقتی حرکت هماهنگ ساده حول مبدأ مختصات اتفاق می‌افتد، در لحظه‌هایی که متحرک سمت راست نقطهٔ تعادل قرار دارد، بدون توجه به جهت حرکت آن، بردار مکان به طرف راست است و در لحظه‌هایی که متحرک سمت چپ نقطهٔ تعادل قرار دارد، بدون توجه به جهت حرکتش، بردار مکان به طرف چپ است.





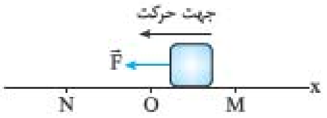
پس جهت بردار مکان در لحظه‌ای عوض می‌شود که متحرک از نقطهٔ تعادل حرکت کند. حتماً می‌دانید که در نقطهٔ تعادل، تندی متحرک به بیشترین مقدار ممکن می‌رسد.

حواستون باشه! *جهت بردار مکان رو با جهت حرکت اشتباه نگیرید!*

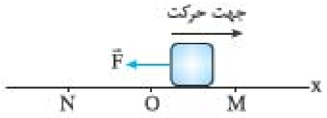
۸۲۸- گزینهٔ ۲ **گام اول**: حتماً تا این‌جای کار، این جمله ملکهٔ ذهنتان شده که در حرکت هماهنگ ساده حول مبدأ مکان، علامت مکان و نیرو، همیشه مخالف هم است.

در این تست چون نیروی وارد بر نوسانگر منفی است، حتماً مکان آن مثبت است.

گام دوم: جهت نیروی وارد بر نوسانگر، هیچ ارتباط ویژه‌ای با جهت سرعت آن ندارد. در این تست مکان جسم مثبت است ولی با توجه به شکل‌های مقابل، علامت سرعت آن می‌تواند مثبت یا منفی باشد.



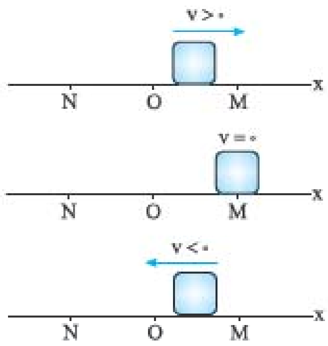
$x>0, F<0, v<0$



$x>0, F<0, v>0$

۸۲۹- گزینهٔ ۴ در شکل‌های مقابل، نشان داده‌ایم که وقتی سرعت نوسانگر مثبت است، به طرف راست و وقتی سرعت نوسانگر منفی است به طرف چپ در حال حرکت است.

بنابراین در لحظه‌ای که سرعت متحرک از مثبت به منفی تغییر علامت می‌دهد، متحرک در نقطهٔ M قرار دارد. M نقطهٔ بازگشت در قسمت مثبت محور xهاست. پس در این نقطه اندازهٔ شتاب بیشینه و علامت آن هم منفی است.



۸۳۰- گزینهٔ ۴ سؤال ساده‌ای است. چون می‌دانیم که نکتهٔ زیر را خیلی خوب یاد گرفته‌اید.

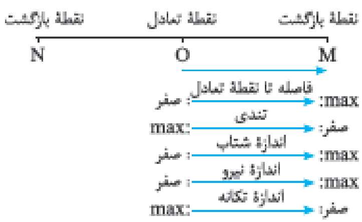
در حرکت هماهنگ ساده حول مبدأ مختصات:
- همواره جهت بردارهای نیرو و شتاب یکی است.
- همواره بردارهای شتاب (و نیرو) و مکان در خلاف جهت هم هستند.

۸۳۱- گزینهٔ ۳ یادتان باشد، در حرکت روی خط راست در لحظه‌ای که جهت یک بردار (بردارهای شتاب، نیرو، مکان، سرعت، ...) عوض می‌شود، اندازهٔ آن حتماً برابر صفر است. عوض‌شدن جهت بردارها فقط در نقطه‌های بازگشت و تعادل اتفاق می‌افتد. چیزهایی که باید بدانید را در جدول زیر جمع‌بندی کرده‌ایم.

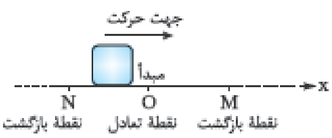
نقطه	جهت کدام بردار عوض می‌شود؟ (یا کدام بردار صفر می‌شود؟)	کدام بردارها، بیشترین اندازهٔ ممکنشان را دارند؟
نقطهٔ تعادل	بردار مکان ـ بردار شتاب ـ بردار نیرو	بردار سرعت ـ بردار تکانه
نقطهٔ بازگشت	بردار سرعت ـ بردار تکانه	بردار مکان ـ بردار شتاب ـ بردار نیرو

بنابراین در لحظه‌ای که جهت بردار سرعت عوض می‌شود (نقطهٔ بازگشت) شتاب بیشترین مقدار ممکن را دارد.

۸۳۲- گزینهٔ ۳ چگونگی تغییر همهٔ کمیت‌هایی که باید بدانید، وقتی نوسانگر از نقطهٔ تعادل به سمت نقطهٔ بازگشت حرکت می‌کند، در شکل مقابل مشخص شده است. *(اگه نقطه‌هایی که هر کمیت صفر یا max می‌شه رو بلد باشید، پیدا کردن روند تغییرات، کار آسونیه! مثلاً تندی از max به صفر می‌رسه، پس در حال کاهشه!)*



۸۳۳- گزینهٔ ۱ بردار شتاب در جهت مثبت محور x است، پس بردار مکان باید در خلاف جهت مثبت محور x باشد. پس می‌توانیم موقعیت نوسانگر را در این لحظه به شکل مقابل مشخص کنیم:



حالا درستی یا نادرستی تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

(۱) نادرست؛ همان‌طور که می‌بینید، متحرک در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل است.

(۲) درست؛ متحرک در قسمت منفی‌های محور x قرار دارد.

(۳) درست؛ متحرک، پس از مدتی قرار است به نقطهٔ تعادل برسد و تندی‌اش بیشینه شود، پس حرکتش تندشونده است.

(۴) درست؛ چون فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ تعادل در حال کاهش است، اندازهٔ شتاب آن هم کم می‌شود.

۸۳۴- گزینهٔ ۴ درستی یا نادرستی هر گزینه را بررسی می‌کنیم:

(۱) درست؛ تندی نوسانگر هنگام عبور از نقطهٔ تعادل، بیشینه است.

(۲) درست؛ حرف خاصی برای گفتن نیست.

(۳) درست؛ اصلاً معنی نقطهٔ تعادل، یعنی جایی که برایند نیروهای وارد بر جسم، صفر است.

(۴) نادرست؛ امیدواریم دقت کرده باشید که در این گزینه دربارهٔ «آهنگ تغییر سرعت» صحبت شده است، نه خودِ «سرعت». آهنگ تغییر سرعت یعنی شتاب! وقتی اندازهٔ نیروی وارد بر نوسانگر بیشینه است، واضح است که اندازهٔ شتاب (یا همان آهنگ تغییر سرعت) هم باید بیشینه باشد (طبق رابطهٔ $F = ma$).

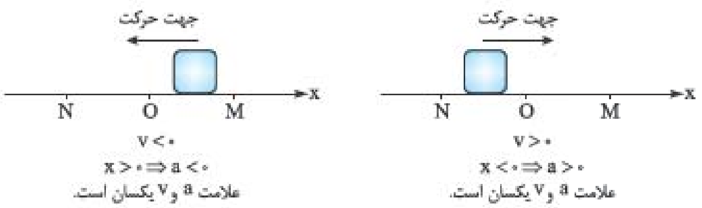
۸۳۵- گزینهٔ ۴ درستی یا نادرستی تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

(۱) درست؛ مطمئنیم در درستی این گزینه شکی ندارید!

(۲) درست؛ ابتدا سعی کنیم معنی این جمله را بهتر درک کنیم. معنی عبارت (۲) این است: هر وقت تندی نوسانگر در حال زیادشدن است، اندازهٔ شتابش کم می‌شود و بالعکس. این جمله درست است.

وقتی تندی نوسانگر در حال افزایش است، یعنی نوسانگر در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل است. می‌دانیم با نزدیک‌شدن نوسانگر به نقطهٔ تعادل، اندازهٔ شتاب نوسانگر کم می‌شود (برعکس این مطلب هم برقرار است).

(۳) درست؛ برای هر دو حالتی که جسم به نقطهٔ تعادل نزدیک می‌شود، علامت سرعت و شتاب، یکسان است.



حواستون باشه! وقتی نوسانگر در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل است، حرکتش تندشونده است. پس علامت a و v باید یکسان باشد.

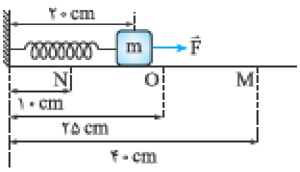
(۴) نادرست؛ وقتی نوسانگر به نقطهٔ بازگشت نزدیک‌تر می‌شود یعنی در حال دورشدن از نقطهٔ تعادل است. می‌دانیم با افزایش فاصله تا نقطهٔ تعادل، اندازهٔ شتاب جسم زیاد می‌شود.

۸۳۶- گزینهٔ ۴ می‌دانیم اندازهٔ نیروی وارد بر نوسانگر با فاصلهٔ آن از نقطهٔ تعادل نسبت مستقیم دارد. در حرکت نوسانگر از نقطهٔ M تا N فاصله‌اش از نقطهٔ تعادل، ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. پس اندازهٔ نیروی وارد بر آن هم ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۸۳۷- گزینهٔ ۲ **گام اول:** اندازهٔ نیرویی که به نوسانگر وارد می‌شود، در حال کاهش است، پس نوسانگر باید در حال نزدیک‌ترشدن به نقطهٔ تعادل (یعنی نقطهٔ O) باشد، پس نوسانگر به طرف راست در حال حرکت است. یعنی جهت بردار سرعت و در نتیجه بردار تکانهٔ جسم به سمت راست است.

گام دوم: چون جسم در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل است، اندازهٔ سرعت و در نتیجه اندازهٔ تکانهٔ آن در حال افزایش است.

۸۳۸- گزینهٔ ۳ **گام اول:** طول عادی فنر (یعنی در حالتی که نه کشیده است، نه فشرده) را به دست می‌آوریم. برای این کار کافی است میانگین حداکثر و حداقل طول فنر را محاسبه کنیم:



$$\text{طول عادی فنر} = \frac{\text{حداقل طول فنر} + \text{حداکثر طول فنر}}{۲} = \frac{۴۰+۱۰}{۲} = ۲۵\,\text{cm}$$

بنابراین در لحظه‌ای که طول فنر برابر $۲۰\,\text{cm}$ است، جسم متصل به آن در موقعیتی به شکل بالا است. در این حالت می‌دانیم فنر کمی فشرده است ولی جهت حرکت جسم مشخص نیست؛ بنابراین جهت سرعت جسم می‌تواند به سمت راست یا چپ باشد، ولی جهت برایند نیروی وارد بر آن به طرف راست است.

۸۳۹- گزینهٔ ۳ **گام اول:** نقطهٔ O نقطهٔ تعادل نوسان است و نوسان با دامنهٔ A حول این نقطه اتفاق می‌افتد. پس (۲) و (۴) نمی‌توانند درست باشند.

گام دوم: می‌دانیم تندی متحرک با نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل بیشتر می‌شود. پس در حوالی نقطهٔ تعادل، در بازه‌های زمانی متوالی و یکسان، جابه‌جایی نوسانگر بیشتر می‌شود. این اتفاق در (۳) افتاده است.

۸۴۰- گزینهٔ ۴ بررسی (۱) و (۲): هر دو (۱) و (۲) نادرست هستند. برای اثبات نادرستی هر گزینه می‌توان به یک مثال اشاره کرد. مثلاً از شروع حرکت (از نقطهٔ بازگشت)، اندازهٔ جابه‌جایی نوسانگر در بازه‌های زمانی متوالی $\frac{T}{۲}$ یکسان و دو برابر دامنه است. اما در بازه‌های زمانی $\frac{T}{۶}$ متوالی جابه‌جایی‌های نوسانگر یکسان نیست، زیرا تندی آن در نقاط نزدیک نقطهٔ تعادل زیاد و در نزدیکی‌های نقطهٔ بازگشت، کم‌تر است.

بررسی (۳): در دو عبور متوالی نوسانگر از مبدأ، سرعت تغییر جهت می‌دهد (مثلاً اگر بار اول سرعت نوسانگر $-v_{max}$ باشد در برگشت به وضع تعادل $+v_{max}$ است). پس تغییرات سرعت (Δv) و شتاب متوسط صفر نیست؛ زیرا:

$$\Delta v = v_{max} - (-v_{max}) = ۲v_{max} \Rightarrow \overline{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲v_{max}}{\frac{T}{۲}} = \frac{۴v_{max}}{T}$$

(۴) درست است؛ زیرا در نقطه‌های بازگشت سرعت برابر صفر است؛ پس تغییرات سرعت و در نتیجه شتاب متوسط هم صفر می‌شود.

۸۴۱- گزینهٔ ۴ بین لحظهٔ دلخواه $t = t_1$ و لحظهٔ $t = t_1 + T$ یک نوسان کامل انجام می‌شود. در هر نوسان کامل، نوسانگر ۲ بار از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، پس جهت بردار شتاب و بردار مکان دو بار عوض می‌شود. هم‌چنین در هر نوسان کامل، نوسانگر ۲ بار از نقطهٔ بازگشت عبور می‌کند (از هر نقطهٔ بازگشت یک بار)، بنابراین جهت بردار سرعت هم ۲ بار عوض می‌شود.

حواستون باشه! *یادتون هست دیگه! جهت بردار مکان و شتاب تو نقطهٔ تعادل عوض می‌شه، جهت بردار سرعت تو نقطهٔ بازگشت.*

۸۴۲- گزینهٔ ۲ فرض می‌کنیم پس از t ثانیه نوسانگری که سریع‌تر نوسان می‌کند (یعنی نوسانگر A، چون دورهٔ تناوب کم‌تری دارد)، یک نوسان کامل بیشتر از دیگری انجام دهد. سعی می‌کنیم t را حساب کنیم. برای این کار از فرمول $T=\frac{t}{n}$ استفاده می‌کنیم. یعنی:

$$T=\frac{t}{n} \Rightarrow n=\frac{t}{T}\begin{cases} \text{نوسانگر } A: n_A=\frac{t}{۱/۸} \\ \text{نوسانگر } B: n_B=\frac{t}{۲/۴} \end{cases} \xrightarrow{n_A-n_B=۱} \frac{t}{۱/۸}-\frac{t}{۲/۴}=۱ \xrightarrow{\text{طرفین را در ۷/۲ ضرب می‌کنیم.}} ۴t-۳t=۷/۲ \Rightarrow t=۷/۲\,s$$

۸۴۳- گزینهٔ ۲ ابتدا شکل مناسبی از مسیر نوسانگر در بازهٔ زمانی مطرح‌شده را رسم می‌کنیم. در این بازهٔ زمانی:

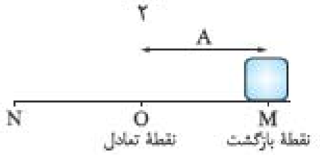
۱ مسافت طی‌شده توسط نوسانگر دو برابر دامنهٔ نوسان است. پس: $d=۲A$

۲ مدت‌زمان این اتفاق برابر با نصف دورهٔ تناوب است. پس: $\Delta t=\frac{T}{۲}$

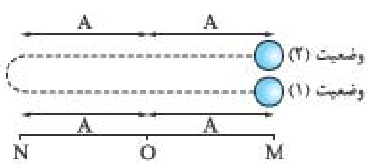
حالا با استفاده از فرمول تندی متوسط، خواستهٔ تست را حساب می‌کنیم.

$$s_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{۲A}{\frac{T}{۲}}=۴\frac{A}{T} \xrightarrow{\frac{۱}{T}=f} s_{av}=۴Af$$

۸۴۴- گزینهٔ ۳ **گام اول:** طبق شکل روبه‌رو بیشترین فاصلهٔ نوسانگر از نقطهٔ تعادل برابر دامنهٔ نوسان (A) است. این فاصله وقتی ایجاد می‌شود که نوسانگر در نقطهٔ بازگشت است.



گام دوم: با توجه به شکل روبه‌رو هم، مسافتی که نوسانگر در هر دوره (یعنی در هر نوسان کامل) طی می‌کند، ۴ برابر دامنهٔ نوسان است. $l=۴A$



گام سوم: حال خواستهٔ مسئله برابر است با: $\frac{۴A}{A}=۴$

۸۴۵- گزینهٔ ۲ **گام اول:** جملهٔ اول صورت تست، یعنی این‌که دامنهٔ نوسان‌ها برابر $۸\,cm$ است؛ پس $A=۸\,cm$.

گام دوم: سعی می‌کنیم تعداد نوسان‌ها را در مدت $۵\,s$ مشخص کنیم. برای این کار ابتدا مسافت طی‌شده در هر نوسان را به دست می‌آوریم:

$$\text{مسافت طی‌شده در هر نوسان}=۴A=۴\times۸=۳۲\,cm$$

حالا کل مسافت طی‌شده را بر مسافت طی‌شده در هر نوسان تقسیم می‌کنیم تا تعداد نوسان به دست بیاید:

$$\text{تعداد نوسان‌ها}=\frac{\text{کل مسافت طی‌شده (cm)}}{\text{مسافت طی‌شده در هر نوسان (cm)}}=\frac{۱۶۰۰}{۳۲}=۵۰$$

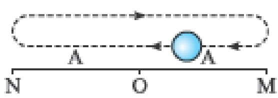
یعنی در مدت ۵ ثانیه، ۵۰ نوسان انجام شده است.

گام سوم: حالا خیلی ساده می‌توانیم بسامد نوسان‌ها را به دست بیاوریم:

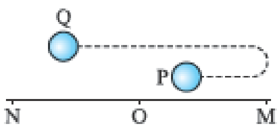
$$f=\frac{n}{t}=\frac{۵۰}{۵}=۱۰\,Hz$$

۸۴۶- گزینهٔ ۳ تک‌تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

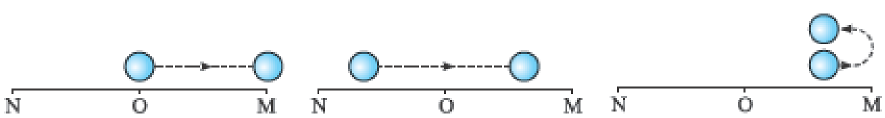
۱ درست؛ کافی است به شکل روبه‌رو نگاه کنید. $\Delta t=T \Rightarrow l=۴A$



۲ درست؛ به شکل روبه‌رو توجه کنید. در این شکل چون فاصلهٔ QN با PM برابر است، طول مسیر (خط‌چین) باید با فاصلهٔ نقاط M تا N برابر باشد؛ یعنی مسافت طی‌شده دو برابر دامنه است. $\Delta t=\frac{T}{۲} \Rightarrow l=۲A$



۳ نادرست، در هر ربع دوره مسافت طی‌شده احتمالاً متفاوت است، زیرا در نقاط مختلف مسیر تندی نوسانگر متفاوت است.



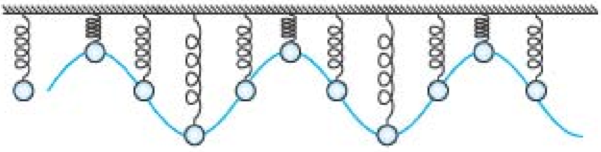
برای این‌که موضوع را بهتر درک کنید چند نمونه با بازه‌های زمانی $\frac{T}{۴}$ برایتان رسم کرده‌ایم. در این بازه‌های زمانی یکسان، مسافت طی‌شده توسط نوسانگر متفاوت است.

حواستون باشه! در هر بازهٔ زمانی $\Delta t=T$، نوسانگر هر نقطه از مسیر را دقیقاً دو بار طی می‌کند و در هر بازهٔ زمانی $\Delta t=\frac{T}{۲}$، نوسانگر هر نقطه از مسیر را دقیقاً یک بار طی می‌کند (بدون توجه به این‌که نقطهٔ شروع حرکت کجا باشد). اما در بازهٔ زمانی $\Delta t=\frac{T}{۴}$ نوسانگر از بعضی نقطه‌ها عبور می‌کند و از برخی نه! بنابراین با توجه به این‌که نقطهٔ شروع و پایان حرکت کجاست، مسافت طی‌شده توسط نوسانگر مقادیر متفاوتی می‌تواند داشته باشد.

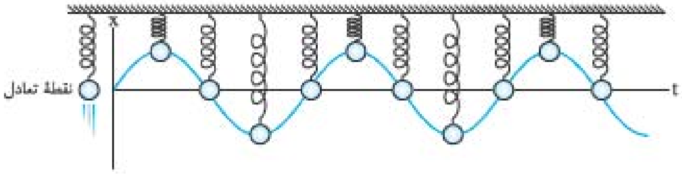
۴ درست؛ به عبارت «ممکن است» دقت کنید. درستی ۱ و ۲ نشان می‌دهد در برخی بازه‌های زمانی مساوی و متوالی (مثل بازه‌های T ثانیه‌ای) ممکن است مسافت طی‌شده توسط نوسانگر یکسان باشد.

(درس ۳)

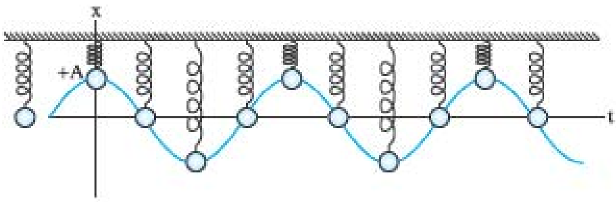
معادله و نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده



در شکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان جسمی را می‌بینید که به یک فنر متصل است و حرکت هماهنگ ساده دارد. می‌خواهیم برای این نمودار، یک معادلهٔ ریاضی بنویسیم. برای این منظور، پیش از هر چیز، به یک دستگاه مختصات x برحسب t نیاز داریم.



اگر همان‌گونه که در شکل مقابل می‌بینید، لحظهٔ صفر (مبدأ زمان) را لحظه‌ای بگیریم که جسم در حال عبور از نقطهٔ تعادل است و به طرف بالا حرکت می‌کند، نمودار را می‌توان با یک رابطهٔ سینوسی، توصیف کرد.



اما اگر همانند شکل مقابل، لحظهٔ صفر را لحظه‌ای بگیریم که جسم در دورترین فاصله از نقطهٔ تعادل در طرف مثبت محور است، آن‌وقت می‌توان از یک رابطهٔ کسینوسی استفاده کرد.

معمولاً در کتاب‌های فیزیک، برای نوشتن معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده، از تابع کسینوسی استفاده می‌شود. این تابع را باید به صورت زیر، به خاطر بسپارید:

معادله حرکت هماهنگ ساده: $\boxed{x = A\cos(\omega t)}$

ω یک حرف یونانی است که اُمگا خوانده می‌شود و اگر کمی صبر کنید، در مورد آن، توضیح خواهیم داد!

چندنکته

۱) کل عبارت ωt جلوی کسینوس قرار دارد و چنان‌که در درس ریاضی دیده‌اید، به آن، شناسهٔ تابع کسینوس می‌گوییم.

۲) وقتی معادلهٔ یک حرکت هماهنگ ساده را به صورت یک تابع کسینوسی می‌نویسیم، یعنی فرض کرده‌ایم که در لحظهٔ صفر، جسم در دورترین فاصله از نقطهٔ تعادل و در قسمت مثبت محور، بوده است.

۳) شناسهٔ تابع کسینوس، باید همیشه برحسب رادیان باشد. اگر زاویه‌ای برحسب درجه بیان شده باشد، کافی است مقدار آن را در $\frac{\pi}{180}$ ضرب کنیم تا به رادیان تبدیل شود؛ مثلاً زاویهٔ 5°، برابر $\frac{5\pi}{180}\,\text{rad}$ است.

۴) جسمی که حرکت هماهنگ ساده دارد، در لحظهٔ t در هر مکانی باشد، پس از یک دورهٔ تناوب (یعنی در لحظهٔ $t+T$)، دوباره در همان مکان است؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$x = A\cos\omega t = A\cos\omega(t+T) \Rightarrow \cos\omega t = \cos(\omega t + \omega T)$$

حتماً از درس ریاضی، به خاطر دارید که افزودن 2π به شناسهٔ کسینوس، تأثیری بر مقدار آن ندارد:

$$\cos\alpha = \cos(\alpha + 2\pi)$$

پس باید عبارت ωT برابر با 2π باشد و به این ترتیب، می‌توان فرمولی برای محاسبهٔ ω یافت:

$$\omega T = 2\pi \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$

می‌توان در رابطهٔ بالا، به جای $\frac{1}{T}$، بسامد (یعنی f) را گذاشت:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \times \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{\omega = 2\pi f}$$

ω چیست؟

اکنون آماده‌ایم تا نامی بر روی ω بگذاریم. از آن‌جایی که به f بسامد می‌گوییم، حالا که طبق فرمول بالا، آن را در زاویهٔ 2π ضرب می‌کنیم، نام بسامد زاویه‌ای برازندهٔ آن است! با استفاده از رابطهٔ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ یکای بسامد زاویه‌ای را نیز می‌فهمیم: $\frac{\text{رادیان}}{\text{ثانیه}}$ با نماد rad/s

تست جسمی روی یک پاره‌خط ۲۰سانتی‌متری، در حال حرکت هماهنگ ساده با بسامد ۲ Hz است. اگر این جسم در مبدأ زمان، در دورترین فاصله از نقطهٔ تعادل در قسمت مثبت محور x باشد، جابه‌جایی آن از نقطهٔ تعادلش در لحظهٔ $t = \frac{1}{24}\,\text{s}$، چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۱۰ ۳) $5\sqrt{3}$ ۴) ۴

پاسخ گزینهٔ ۳ ابتدا باید معادلهٔ حرکت را بنویسیم. برای این منظور، باید کمیت‌های A و ω را در رابطهٔ $x = A\cos\omega t$ به دست آوریم. گفته بودیم که دامنه (یعنی A)، نصف طول کل مسیر است:

$$A = \frac{20\,\text{cm}}{2} = 10\,\text{cm}$$

(چون جواب را برحسب سانتی‌متر می‌خواهیم، نیازی به تبدیل یکا نیست). بسامد زاویه‌ای را هم می‌توان به صورت زیر، محاسبه کرد:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 2 = 4\pi \;\; \text{rad}/\text{s}$$

به این ترتیب، معادلهٔ این حرکت، به صورت $x = 10\cos 4\pi t$ در اختیار ما است! هر لحظهٔ دلخواهی را که در این معادله بگذاریم، جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل (یعنی همان x) به دست می‌آید:

$$t = \frac{1}{24}\,s \Rightarrow x = 10\cos(4\pi \times \frac{1}{24}) = 10\cos\frac{\pi}{6} = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}\ cm$$

تست در یک بندر، جزرومد سبب می‌شود تا سطح آب اقیانوس، با حرکت هماهنگ ساده، بالا و پایین برود. فاصلهٔ بالاترین و پایین‌ترین وضعیت سطح آب را d می‌نامیم. اگر دورهٔ تناوب این حرکت، ۱۲ ساعت باشد، حداقل چند ساعت طول می‌کشد تا سطح آب از بالاترین وضعیت، به اندازهٔ $\frac{d}{4}$ پایین بیاید؟

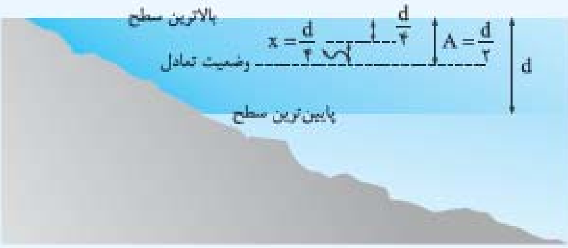
۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۱/۵

پاسخ گزینهٔ ۱ حتماً قبول دارید که دامنهٔ این حرکت، برابر $\frac{d}{2}$ است. بیایید معادلهٔ این حرکت را به صورت پارامتری بنویسیم:

$$x = A\cos\omega t = \frac{d}{2}\cos\omega t$$

وقتی سطح آب از بالاترین وضعیت، به اندازهٔ $\frac{d}{4}$ پایین بیاید، چنان‌که در شکل زیر می‌بینید، مکان (یا همان جابه‌جایی از وضعیت تعادل)، برابر $\frac{d}{2} - \frac{d}{4} = \frac{d}{4}$ خواهد بود:

$$x = \frac{d}{2}\cos\omega t = \frac{d}{4} \Rightarrow \cos\omega t = \frac{1}{2}$$



حالا باید به این فکر کنیم که کسینوس چه زاویه‌ای، برابر $\frac{1}{2}$ است. واقعیت این است که این معادله، بیش از یک پاسخ مثبت دارد! (چون زمان، مثبت است، شناسهٔ کسینوس هم باید مثبت باشد. برای همین، فقط جواب‌های مثبت، مورد توجه‌اند.) چنان‌که در درس‌های ریاضی خود دیده‌اید، پاسخ‌های این معادله را می‌توان به صورت کلی $2n\pi \pm \frac{\pi}{3}$ نوشت (n می‌تواند هر عدد صحیح مثبتی باشد).

از آن‌جایی که در صورت تست، حداقل زمان لازم را خواسته است، باید کوچک‌ترین پاسخ، یعنی $\frac{\pi}{3}$ را در نظر بگیریم:

$$\omega t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{2\pi}{T}t = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t = \frac{T}{6} = \frac{12}{6} = 2h$$

بد نیست موضوع زیر را به خاطر کاربرد زیادی که در تست‌های این فصل دارد، به صورت زیر به خاطر بسپارید:

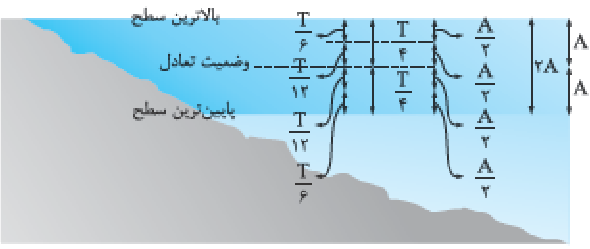
برای این‌که در حرکت هماهنگ ساده، جسم از یک انتهای مسیر، به وسط دامنه برود، حداقل به مدت‌زمانی برابر $t = \frac{T}{6}$ نیاز دارد. (T دورهٔ تناوب است.)

در این‌جا، خواهشی از شما دارم! لطفاً در همین تست، حداقل مدت‌زمان حرکت از بالاترین وضعیت تا وضعیت تعادل را هم محاسبه کنید و با استفاده از آن و پاسخ تستی که در بالا حل کردیم، ببینید چه‌قدر طول می‌کشد تا سطح آب، از وسط دامنه، به وضعیت تعادل برسد. *(لطفاً چشم‌هاتونو درویش کنین و قبل از این‌که ادامهٔ توضیحات منو بخونین، خودتون محاسبات لازم رو انجام بدین!)* مطمئنم پاسخ‌های شما به دو پرسش بالا، عبارت‌های زیر را تأیید می‌کند:

برای این‌که در حرکت هماهنگ ساده، جسم از یک انتهای مسیر، به وضعیت تعادل برسد، حداقل به مدت‌زمانی برابر $\frac{T}{4}$ نیاز دارد.

برای این‌که در حرکت هماهنگ ساده، جسم از نیمهٔ دامنه، به وضعیت تعادل برسد، حداقل به مدت‌زمانی برابر $\frac{T}{12}$ نیاز دارد.

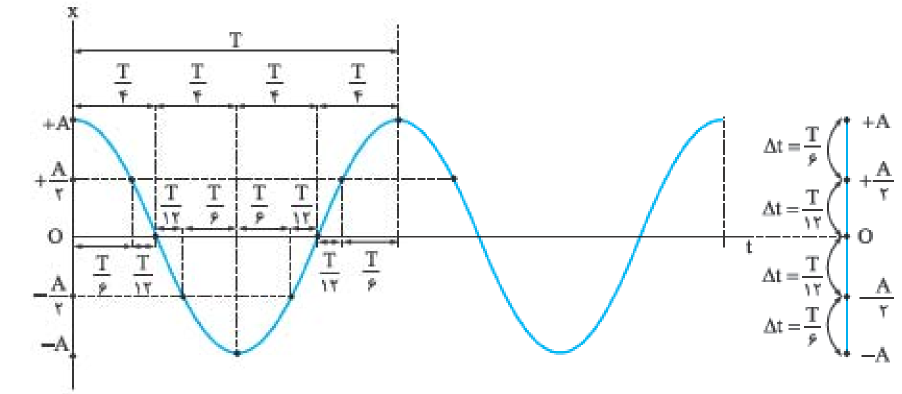
همهٔ دستاوردهای بالا را در شکل روبه‌رو می‌بینید. موضوع جالبی که در این‌جا وجود دارد، این است که زمان لازم برای پیمودن دو مسافت مساوی، هر یک به اندازهٔ $\frac{A}{2}$، با هم مساوی نیست! این موضوع، بیانگر این واقعیت است که حرکت هماهنگ ساده، حرکتی یکنواخت نیست و به همین دلیل، مسافت پیموده‌شده، متناسب با مدت‌زمان نیست.



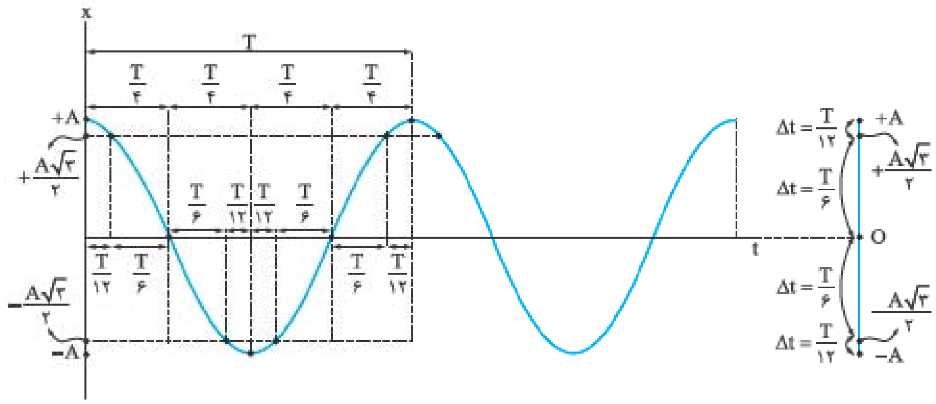
مطابقت مکان و زمان در نمودار مکان ـ زمان حرکت نوسانی ساده

اکنون باید نگاه دقیق‌تری به نمودار مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده بیندازیم. در شکل‌های صفحهٔ بعد، به بازه‌های زمانی نوشته‌شده دقت کنید. این‌ها، بازه‌های زمانی خاص و معروفی هستند که اغلب داوطلبین کنکور، آن‌ها را در حافظهٔ خود دارند!

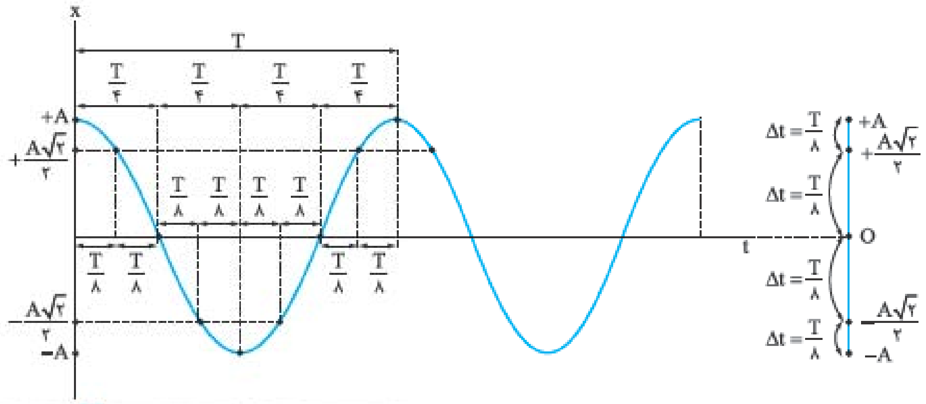
الف) حدفاصل $\pm\frac{A}{۲}$ تا مبدأ یا انتهای مسیر:



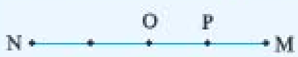
ب) حدفاصل $\pm\frac{A\sqrt{۳}}{۲}$ تا مبدأ یا انتهای مسیر:



پ) حدفاصل $\pm\frac{A\sqrt{۲}}{۲}$ تا مبدأ یا انتهای مسیر:



تست نوسانگری بر روی پاره‌خط NM (شکل روبه‌رو) حرکت نوسانی ساده انجام می‌دهد. بزرگی سرعت متوسط نوسانگر وقتی مستقیماً از M به P می‌رود، چند برابر بزرگی سرعت متوسط آن، وقتی مستقیماً از P به O می‌رود، است؟ (نقطهٔ P، وسط OM است.)

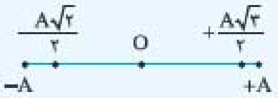


۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

پاسخ گزینهٔ۲ زمان حرکت از انتهای پاره‌خط (نقطهٔ M) تا مکان $\frac{A}{۲}$ (نقطهٔ P) برابر $\frac{T}{۶}$ و زمان حرکت از مکان $\frac{A}{۲}$ (نقطهٔ P) تا مبدأ برابر $\frac{T}{۱۲}$ است، پس داریم:

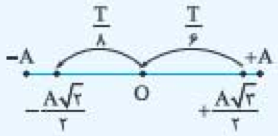
$$\frac{v_{av_{MP}}}{v_{av_{PO}}}=\frac{\frac{\overline{PM}}{\frac{T}{۶}}}{\frac{\overline{OP}}{\frac{T}{۱۲}}}\xrightarrow{\overline{PM}=\overline{OP}=\frac{A}{۲}}\frac{v_{av_{MP}}}{v_{av_{PO}}}=\frac{۱}{۲}$$

تست نوسانگری بر روی پاره‌خط شکل روبه‌رو در حال حرکت نوسانی ساده است. بزرگی سرعت متوسط نوسانگر وقتی مستقیماً از مکان $\frac{+A\sqrt{3}}{2}$ به مکان $\frac{-A\sqrt{2}}{2}$ می‌رود، چند برابر $\frac{A}{T}$ است؟ (A دامنه و T دورهٔ نوسان است.)



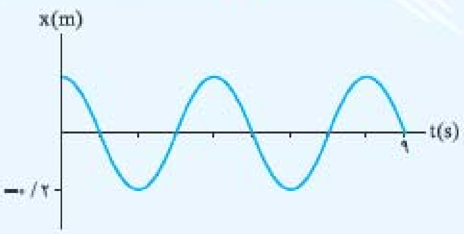
۱) $\frac{12}{7}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ۲) $\frac{12}{7}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ ۳) $\frac{7}{48}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ۴) $\frac{7}{48}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

پاسخ گزینهٔ ۲ در شکل روبه‌رو زمان حرکت نوسانگر را برای جابه‌جایی‌هایی که در این‌جا داریم، مشخص کرده‌ایم. پس داریم:



$$|v_{av}|=\frac{|\Delta x|}{\Delta t}=\frac{\left|-\frac{A\sqrt{2}}{2}-\frac{A\sqrt{3}}{2}\right|}{\frac{T}{6}+\frac{T}{8}}=\frac{\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})}{2}A}{\frac{7}{24}T}=\frac{12}{7}(\sqrt{2}+\sqrt{3})\frac{A}{T}$$

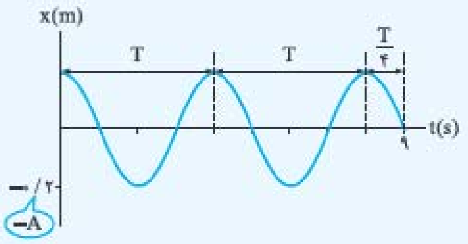
تست نمودار جابه‌جایی ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، به شکل مقابل است. معادلهٔ حرکت این نوسانگر در SI کدام است؟



۱) $x=-0/2\cos\frac{\pi}{2}t$ ۲) $x=-0/4\cos\frac{\pi}{4}t$

۳) $x=0/2\cos\frac{\pi}{2}t$ ۴) $x=0/4\cos\frac{\pi}{4}t$

پاسخ گزینهٔ ۳ چیزهایی که برای پاسخ به این تست، مورد نیاز هستند، در شکل مقابل، نشان داده شده‌اند. برای نوشتن معادلهٔ حرکت، طبق معمول، باید دو کمیت A و ω در معادلهٔ $x=A\cos\omega t$ را بیابیم، ابتدا به کمک لحظهٔ $9\,s$، دورهٔ تناوب و بسامد زاویه‌ای را تعیین می‌کنیم:



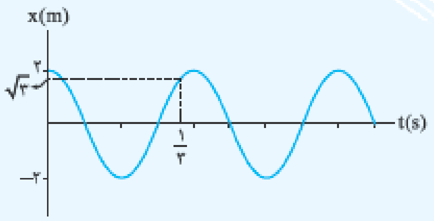
$$T+T+\frac{T}{4}=9 \Rightarrow \frac{9T}{4}=9 \Rightarrow T=4\,s$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}\,rad/s$$

فقط باید مواظب یک حقّهٔ قدیمی طراحان تست‌های نوسان باشید! دامنهٔ نوسان، $-0/2\,m$ نیست! همان‌گونه که قبلاً هم گفته بودم، دامنه، هیچ‌گاه منفی نمی‌شود. در این‌جا، $-0/2\,m$ برابر با $-A$ است؛ یعنی $A=0/2\,m$.

به این ترتیب، معادلهٔ حرکت، به صورت $x=0/2\cos\frac{\pi}{2}t$ نوشته می‌شود.

تست نمودار مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای، به شکل مقابل است. معادلهٔ حرکت این نوسانگر در SI کدام است؟

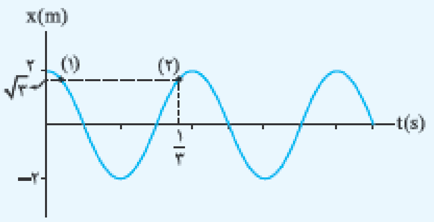


۱) $x=2\cos\frac{11\pi}{2}t$ ۲) $x=2\cos\frac{\pi}{2}t$

۳) $x=2\cos\frac{13\pi}{2}t$ ۴) $x=2\cos\frac{\pi}{2}t$

پاسخ گزینهٔ ۱ **روش اول:** با نگاهی به بیشینهٔ نمودار داده‌شده، می‌فهمیم که دامنهٔ حرکت، $2\,m$ بوده است. تفاوت مهم این تست با تست قبل، در این است که مقدار عددیِ بازهٔ زمانی معروفی (مثل T یا $\frac{T}{4}$) در نمودار، داده نشده است و همین، کار ما را کمی مشکل می‌کند. از روی نمودار، می‌بینید که در لحظهٔ $\frac{1}{3}\,s$، جابه‌جایی از نقطهٔ تعادل، $\sqrt{3}\,m$ است و با استفاده از معادلهٔ حرکت، می‌توان نوشت:

$$x=A\cos\omega t \Rightarrow \sqrt{3}=2\cos(\omega\times\frac{1}{3}) \Rightarrow \cos\frac{\omega}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$



نکتهٔ مهم معادله‌هایی مثل معادلهٔ بالا، بیش از یک جواب دارند! همهٔ جواب‌های این معادله را می‌توان با رابطه‌ای کلی به صورت $2n\pi\pm\frac{\pi}{6}$ مشخص کرد که در آن، n می‌تواند برابر هر عدد صحیح مثبتی باشد. البته چون زمان مثبت است، با جواب‌های مثبت این معادله کار داریم. اگر n را برابر صفر بگذاریم، اولین جواب این معادلـه، برابر به $\frac{\pi}{6}$ دست می‌آید. به ازای $n=1$، دو جواب به صورت‌های $\frac{11\pi}{6}=2\pi-\frac{\pi}{6}$ و $\frac{13\pi}{6}=2\pi+\frac{\pi}{6}$ خواهیم داشت. به ترتیب از کوچک به بزرگ، دومین جواب، برابر $\frac{11\pi}{6}$ و سومین جواب، برابر $\frac{13\pi}{6}$ می‌شود. به همین ترتیب، می‌توان جواب‌های دیگر را هم نوشت.

باید توی حل معادلهٔ کسینوسی، قیلی حرفه‌ای بشین و بتونین به سرعت، جواب‌هاشو از کوچیک به بزرگ، بنویسین! همان‌گونه که در شکل صفحهٔ قبل می‌بینید، لحظهٔ $\frac{1}{3}$ s، دومین باری است که جابه‌جایی نوسانگر، برابر $\sqrt{3}$ m شده است؛ از این‌رو، باید از دومین جواب معادله استفاده کنیم:

$$\cos\frac{\omega}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\omega}{3}=\frac{11\pi}{6} \Rightarrow \omega=\frac{11\pi}{2}\ rad/s$$

به این ترتیب، معادلهٔ نوسان، آماده است:

$$x=A\cos\omega t \Rightarrow x=2\cos\frac{11\pi}{2}t$$

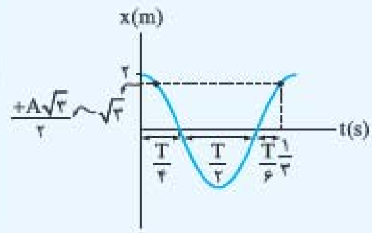
روش دوم: به کمک تقسیمات زمانی مربوط به مکان‌ها که در نکتهٔ قبل گفتیم می‌توانیم دورهٔ نوسان را حساب کنیم. با توجه به شکل روبه‌رو داریم:

$$\frac{T}{4}+\frac{T}{2}+\frac{T}{6}=\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{11T}{12}=\frac{1}{3} \Rightarrow T=\frac{4}{11}s$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{\frac{4}{11}}=\frac{11\pi}{2}\ rad/s$$

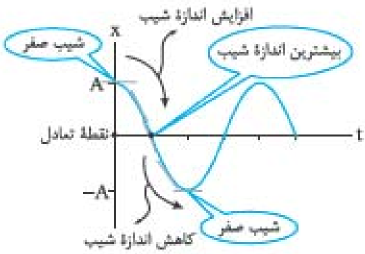
دامنه هم که 2m است؛ پس داریم:

$$x=A\cos(\omega t)=2\cos(\frac{11\pi}{2}t)$$



بررسی تغییرات سرعت نوسانگر در حرکت نوسانی ساده

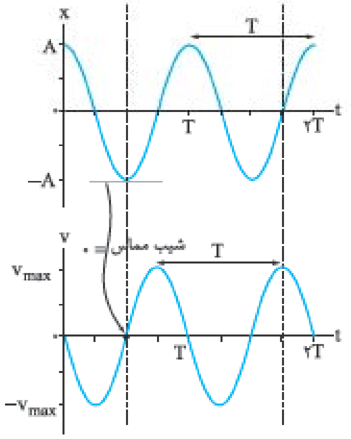
بیایید به عنوان آخرین کار در این درس‌نامه، کمی در مورد سرعت نوسانگر نیز صحبت کنیم. در شکل مقابل، ما در بازه‌ای که نوسانگر، از یک سر مسیر $(x=+A)$ به سر دیگر $(x=-A)$ می‌رود، چند مماس بر نمودار رسم کرده‌ایم. قدرمطلق شیب این مماس‌ها، دیدی از تندی نوسانگر به ما می‌دهد. می‌بینید که تندی نوسانگر، از صفر، ابتدا افزایش می‌یابد و پس از عبور نوسانگر از نقطهٔ تعادل، کاهش می‌یابد و به صفر می‌رسد. نتایج حاصل از این خطوط مماس را در قالب چند نکته، بیان می‌کنیم که باید آن‌ها را خوب به خاطر بسپارید:



چندنکته ① تندی نوسانگر در دو انتهای مسیر (یعنی مکان‌های $x=\pm A$)، برابر صفر است. در حقیقت، نوسانگر در دو انتهای مسیر، لحظه‌ای می‌ایستد و سپس، جهت حرکت خود را تغییر می‌دهد. پیش از این هم گفتیم که به همین دلیل، به دو انتهای مسیر، نقطه‌های بازگشت حرکت می‌گوییم.

② تندی نوسانگر در لحظه‌ای که نوسانگر به نقطهٔ تعادل می‌رسد، بیشینه است. این تندی بیشینه را با نماد v_{max} نشان می‌دهیم. *(گفته بودیم که اسم نقطهٔ تعادل، یه خرده گول‌زننده است! آدم فکر می‌کنه توو این نقطه، نوسانگر ساکنه؛ در حالی که اتفاقاً، داره با بیشترین تندی ازش می‌گذره!)*

③ هر وقت نوسانگر در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل است، چون تندی‌اش در حال افزایش است، حرکتش تندشونده و هر وقت در حال دورشدن از نقطهٔ تعادل است، حرکتش کندشونده است. در شکل مقابل، ما نمودار سرعت ـ زمان را درست در زیر نمودار جابه‌جایی ـ زمان، رسم کرده‌ایم. با استفاده از شیب مماس بر نمودار بالایی، می‌توانید سرعت‌هایی را که نمودار پایینی نشان می‌دهد، از نظر علامت، تأیید کنید.



تست معادلهٔ حرکت نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI، به صورت $x=0/1\cos 10\pi t$، در بازهٔ زمانی صفر تا $t=\frac{1}{12}s$، چند ثانیه حرکت این نوسانگر، کندشونده بوده است؟

۱) $\frac{1}{15}$ ۲) $\frac{1}{20}$ ۳) $\frac{1}{30}$ ۴) $\frac{1}{40}$

پاسخ گزینهٔ ۳ اگر معادلهٔ حرکت داده‌شده را با فرم کلی معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده مقایسه کنیم، بسامد زاویه‌ای و دامنه، مشخص می‌گردد:

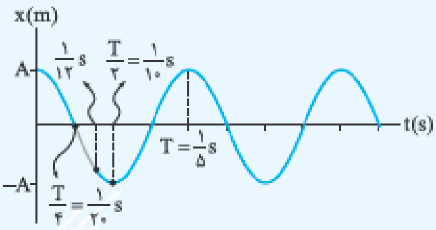
$$\begin{array}{l} x=\boxed{A}\cos\boxed{\omega}\,t \\ x=\boxed{0/1}\cos\boxed{10\pi}\,t \end{array} \Rightarrow \begin{cases} A=0/1\ m \\ \omega=10\pi\ rad/s \end{cases}$$

از روی بسامد زاویه‌ای، می‌توان دورهٔ تناوب را به دست آورد:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=10\pi \Rightarrow T=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}s$$

حالا بد نیست به سراغ نمودار مکان ـ زمان برویم. در شکل مقابل، به زمان‌های نوشته‌شده، خوب دقت کنید! لحظهٔ $t=\frac{1}{12}s$ باید جایی بین دو لحظهٔ $\frac{1}{20}s$ و $\frac{1}{10}s$ باشد. گفته بودیم در بازه‌ای که نوسانگر از نقطهٔ تعادل دور شود، حرکتش کندشونده است. این بازه را در شکل، می‌بینید مدت‌زمان این بازه، برابر است با:

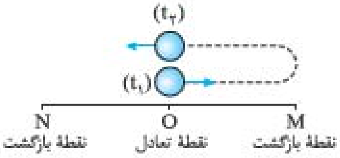
$$\Delta t=\frac{1}{12}-\frac{1}{20}=\frac{5-3}{60}=\frac{1}{30}s$$



۸۴۷- گزینهٔ ۱ **روش اول:** در هر نوسان کامل، نوسانگر دو بار از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند. پس دورهٔ تناوب نوسانگر باید برابر $۲\times ۰/۴ = ۰/۸\,s$ باشد.

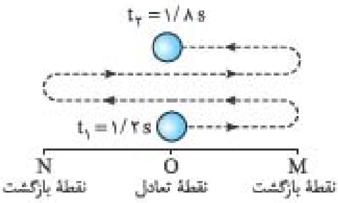
پس:
$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\frac{۸}{۱۰}} = \frac{۵\pi}{۲}\ rad/s$$

روش دوم: مطابق شکل روبه‌رو، فاصلهٔ زمانی در عبور متوالی از نقطهٔ تعادل برابر $\frac{T}{۲}$ است (T: دورهٔ تناوب). پس:



$$t_۲ - t_۱ = \frac{T}{۲} \Rightarrow ۰/۴ = \frac{T}{۲} \Rightarrow T = ۰/۸\,s$$
$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\frac{۸}{۱۰}} = \frac{۵\pi}{۲}\ rad/s$$

۸۴۸- گزینهٔ ۲ مسیری را که نوسانگر در این بازهٔ زمانی طی کرده است، در شکل روبه‌رو می‌بینید. برای این شکل می‌توان نوشت:



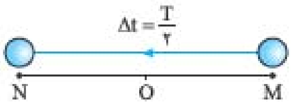
$$\Delta t = \Delta t_{O\to M} + \Delta t_{M\to N} + \Delta t_{N\to M} + \Delta t_{M\to O}$$

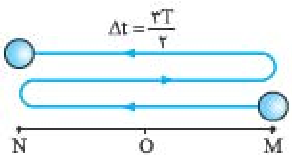
که:
$$\Delta t = \frac{T}{۴} + \frac{T}{۲} + \frac{T}{۲} + \frac{T}{۴} = \frac{۳T}{۲}$$

بنابراین:
$$\Delta t = t_۲ - t_۱ \Rightarrow \frac{۳T}{۲} = ۱/۸ - ۱/۲ = ۰/۶ \Rightarrow T = ۰/۴\,s$$

حالا به سراغ محاسبهٔ بسامد زاویه‌ای می‌رویم:
$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\frac{۴}{۱۰}} = ۵\pi\ rad/s$$

۸۴۹- گزینهٔ ۳ مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از یک نقطهٔ بازگشت برای اولین بار به نقطهٔ بازگشت دیگر برسد، برابر $\frac{T}{۲}$ است.





مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از یک نقطهٔ بازگشت برای دومین بار به نقطهٔ بازگشت دیگر برسد، برابر $۳\frac{T}{۲}$ است.

به همین ترتیب مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از یک نقطهٔ بازگشت برای nاُمین بار به نقطهٔ بازگشت دیگر برسد، برابر $(۲n-۱)\frac{T}{۲}$ است.

پس:
$$\Delta t = (۲n-۱)\frac{T}{۲} \Rightarrow ۶ = (۲n-۱)\frac{T}{۲} \Rightarrow T = \frac{۱۲}{۲n-۱}$$

حالا به سراغ بسامد زاویه‌ای می‌رویم:
$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\frac{۱۲}{۲n-۱}} = (۲n-۱)\frac{\pi}{۶}$$

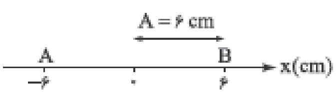
مقادیر (۱) و (۲) و (۴) در رابطهٔ بالا صدق می‌کند اما مقدار (۳) خیر. بررسی (۳): $(۲n-۱)\frac{\pi}{۶} = \pi \Rightarrow ۲n-۱ = ۶ \Rightarrow n = ۳/۵$ غیرممکن!

۸۵۰- گزینهٔ ۴ معادلهٔ داده‌شده را با فرم کلی معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده، یعنی $x = A\cos(\omega t)$ مقایسه کنید. ضریب t همان ω است، پس $\omega = \pi$. حالا خیلی ساده داریم:
$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۲\,s$$

۸۵۱- گزینهٔ ۴ **گام اول:** بسامد زاویهٔ (ω) را حساب می‌کنیم:
$$\omega = ۲\pi f = ۲\pi \times ۱۰ = ۲۰\pi\ rad/s$$

گام دوم: شکل کلی معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به شکل $x = A\cos(\omega t)$ است. کافی است مقدار A و ω را در این رابطه جای‌گذاری کنیم.
$$A = ۶\,cm = ۰/۰۶\,m$$
$$x = A\cos(\omega t) = ۰/۰۶\cos(۲۰\pi t)$$

۸۵۲- گزینهٔ ۲ **گام اول:** با توجه به شکل داده‌شده دامنهٔ نوسان برابر ۶ cm است، پس:



گام دوم: نوسانگر فاصلهٔ نقاط A تا B را در مدت ۰/۲ ثانیه طی کرده است. حتماً می‌دانید که این فاصله توسط نوسانگر در مدت زمان $\frac{T}{۲}$ طی می‌شود. پس:
$$\frac{T}{۲} = ۰/۲ \Rightarrow T = ۰/۴\,s$$

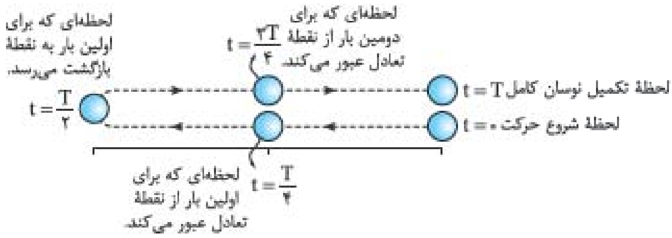
گام سوم: با به دست آوردن بسامد زاویه‌ای (ω) معادلهٔ مکان ـ زمان را خیلی راحت تعیین می‌کنیم:
$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\frac{۴}{۱۰}} = ۵\pi\ rad/s$$
$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow[\omega = ۵\pi\ rad/s]{A = ۰/۰۶\,m} x = ۰/۰۶\cos(۵\pi t)$$

۸۵۳- گزینهٔ ۱ **گام اول:** طول پاره‌خط نوسان ۴۰ cm است، پس:
$$\text{طول پاره‌خط نوسان} = ۲A \Rightarrow ۴۰ = ۲A \Rightarrow A = ۲۰\,cm = ۰/۲\,m$$

گام دوم: در این مرحله بسامد زاویه‌ای را مشخص می‌کنیم. در هر نوسان، دو بار مسیر نوسان طی می‌شود. پس ۳۰۰ بار طی‌شدن مسیر نوسان معادل ۱۵۰ نوسان کامل است. بنابراین در هر دقیقه ۱۵۰ نوسان انجام شده است.
$$f = \frac{n}{t} = \frac{۱۵۰}{۶۰} = \frac{۵}{۲}\,Hz \Rightarrow \omega = ۲\pi f = ۲\pi \times \frac{۵}{۲} = ۵\pi\ rad/s$$

گام سوم: با داشتن A و ω می‌توانیم معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر را مشخص کنیم:
$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow[\omega = ۵\pi\ rad/s]{A = ۰/۲\,m} x = ۰/۲\cos(۵\pi t)$$

۸۵۴- گزینهٔ ۲ در یک حرکت هماهنگ ساده که در لحظهٔ $t=0$ متحرک در نقطهٔ بازگشت (و در قسمت مثبت محور x) قرار دارد، بهتر است لحظه‌های عبور متحرک از نقطه‌های معروف تعادل و بازگشت را حفظ باشید (البته حفظ‌کردن این زمان‌ها کار خیلی ساده‌ای است). این لحظه‌های مهم را در شکل مقابل نشان داده‌ایم:



همان‌طور که در شکل بالا می‌بینید، در لحظهٔ $t=\frac{T}{2}$ متحرک برای اولین بار به نقطهٔ بازگشت می‌رسد. پس:

$$\omega=10\pi \xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}} \frac{2\pi}{T}=10\pi \Rightarrow T=0/2\,s \Rightarrow \frac{T}{2}=0/1\,s$$

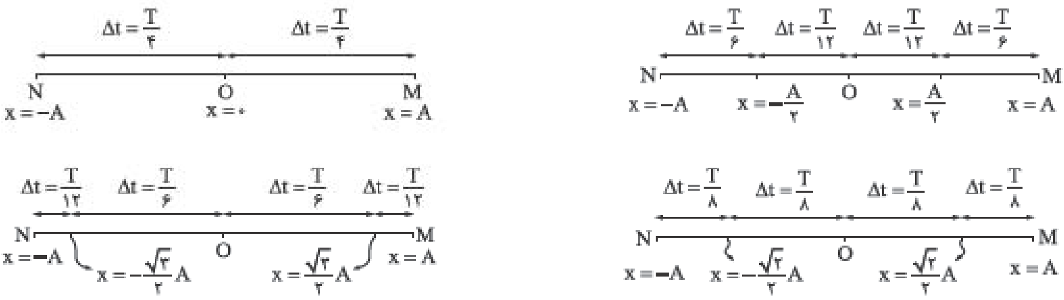
حواستون باشه! *درسته حرکت از نقطهٔ بازگشت شروع شده ولی شروع حرکت از نقطهٔ بازگشت با رسیدن به نقطهٔ بازگشت فرق داره. یعنی $t=0$ جواب مسئله نیست، چون در لحظهٔ $t=0$ به نقطهٔ بازگشت نرسیدیم!*

۸۵۵- گزینهٔ ۲ کافی است در معادلهٔ مکان ـ زمان به جای t قرار دهیم $\frac{T}{6}$. یعنی:

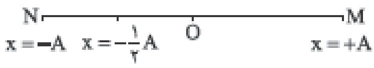
$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow[t=\frac{T}{6}]{\omega=\frac{2\pi}{T}} x=A\cos(\frac{2\pi}{T}\times\frac{T}{6})=A\cos\frac{\pi}{3}=\frac{A}{2}\Rightarrow\frac{x}{A}=\frac{1}{2}$$

دقت کنید که اندازهٔ x همان فاصلهٔ متحرک تا نقطهٔ تعادل است.

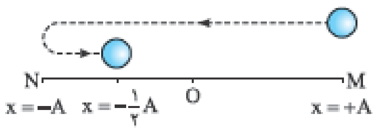
به بهانهٔ این سؤال بهتر است نقاط پرکاربرد زیر و زمان لازم برای جابه‌جایی این نقاط را برحسب دورهٔ تناوب (T) به خاطر داشته باشید. تقریباً می‌توانیم بگوییم تستی پیدا نمی‌کنید که نقاط و جابه‌جایی‌های مطرح‌شده در آن چیزی جز این‌ها باشد.



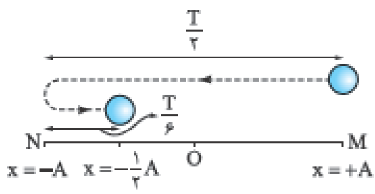
۸۵۶- گزینهٔ ۴ **روش اول:** **گام اول:** ابتدا شکل زیر را رسم کرده و نقطهٔ $x=-1/5\,cm$ را روی آن مشخص می‌کنیم. دقت کنید که چون دامنه برابر $3\,cm$ است $(A=0/03\,m=3\,cm)$، داریم: $x=-\frac{1}{2}A$.



گام دوم: حرکت نوسانگر از نقطهٔ $x=+A$ شروع می‌شود. برای این‌که برای دومین بار به نقطهٔ $x=-\frac{1}{2}A$ برسد، باید مسیری به شکل مقابل طی کند. در واقع یک بار در مسیر حرکت از M به N از نقطهٔ $x=-\frac{1}{2}A$ عبور می‌کند و در ادامه پس از تغییر جهت در نقطهٔ N برای بار دوم به نقطهٔ $x=-\frac{1}{2}A$ می‌رسد.



گام سوم: انتظار داریم مدت‌زمان جابه‌جایی‌های معروف را بلد باشید. یکی از آن‌ها به شکل مقابل در حل این تست به کمکمان می‌آید. مدت‌زمان لازم برای رسیدن از مکان $x=+A$ به مکان $x=-A$ برابر $\frac{T}{2}$ و مدت‌زمان لازم برای رسیدن از نقطهٔ $x=-A$ تا $x=-\frac{A}{2}$ برابر $\frac{T}{6}$ است. بنابراین:



$$t=\frac{T}{2}+\frac{T}{6}=\frac{4T}{6}=\frac{2T}{3}$$

گام چهارم: حالا ابتدا T را به دست می‌آوریم و سپس t دلخواهمان را!

$$\omega=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow 2/5\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{4}{5}s\Rightarrow t=\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}s$$

روش دوم: *با طعم مثلثات!* در این روش در معادلهٔ مکان ـ زمان قرار می‌دهیم $x=-1/5\,cm$ و با حل معادلهٔ مثلثاتی، t دلخواهمان را به دست می‌آوریم.

$$x=0/03\cos(2/5\pi t)\xrightarrow{x=-1/5\times10^{-2}\,m}-1/5\times10^{-2}=0/03\cos(2/5\pi t)\Rightarrow-\frac{1}{2}=\cos(2/5\pi t)$$

به دنبال لحظه‌ای هستیم که نوسانگر برای دومین بار از نقطهٔ $x=-1/5\,cm$ عبور می‌کند. پس دومین زاویه‌ای را پیدا می‌کنیم که کسینوس آن برابر $-\frac{1}{2}$ است. اولی زاویهٔ $\frac{2\pi}{3}$ و دومی زاویهٔ $\frac{4\pi}{3}$ است. پس:

$$2/5\pi t=\frac{4}{3}\pi\Rightarrow t=\frac{8}{15}s$$

۸۵۷- گزینهٔ ۳ حتماً می‌دانید که بعد از شروع حرکت، نوسانگر پس از هر مدت‌زمان $\frac{T}{2}$ یک تغییر جهت دارد. بنابراین ابتدا دورهٔ تناوب (T) و سپس لحظاتی که نوسانگر تغییر جهت می‌دهد را مشخص می‌کنیم.

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow 40\pi=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=\frac{1}{20}\,s \Rightarrow \text{لحظه‌های تغییرجهت}=n\frac{T}{2}=\frac{n}{40}=\frac{1}{40},\frac{2}{40},\frac{3}{40},\frac{4}{40},\dots \Rightarrow \frac{1}{120}<\frac{1}{40},\frac{2}{40},\frac{3}{40}<\frac{1}{12}$$

در بازهٔ $t=\frac{1}{120}\,s$ تا $t=\frac{1}{12}\,s$ سه‌تا از لحظه‌های بالا وجود دارند، پس در این بازهٔ زمانی نوسانگر سه بار تغییر جهت می‌دهد.

حواستون باشه! قسمت آخر مسئله را به این شکل نیز می‌توانیم حل کنیم:

$$\frac{1}{120}<\text{لحظه‌های تغییر جهت}<\frac{1}{12} \Rightarrow \frac{1}{120}<\frac{n}{40}<\frac{1}{12} \xrightarrow{\times 40} \frac{1}{3}<n<\frac{40}{12}$$

عددهای صحیحی که در رابطهٔ بالا صدق می‌کنند، عبارت‌اند از: $n=1,2,3$

۸۵۸- گزینهٔ ۲ **روش اول:** به اعداد مسئله دقت کنید. دامنه $0/2\,m$ و مسافت طی‌شده $1\,m$ است. مسافت طی‌شده مضرب صحیحی از دامنهٔ نوسان است. این یعنی با مسئلهٔ آسانی طرف هستیم. مسافت طی‌شده ۵ برابر دامنهٔ نوسان است. نوسانگر پس از شروع حرکت در هر $\frac{T}{4}$ ثانیه مسافتی به اندازهٔ دامنهٔ نوسان طی می‌کند. بنابراین زمان لازم برای طی مسافت $5A$ برابر است با ۵تا $\frac{T}{4}$. یعنی:

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=4\,s \Rightarrow \frac{T}{4}=1\,s$$

$$\text{زمان سپری‌شده برای طی مسافت ۵ متری}: t=5(\frac{T}{4})=5\times 1=5\,s$$

روش دوم: این روش، روش کلاسیکی برای حل تمام مسئله‌هایی است که در آن‌ها با مسافت طی‌شده سروکار داریم.

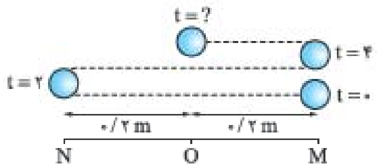
گام اول: محاسبهٔ دورهٔ تناوب:

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=4\,s$$

گام دوم: تعیین لحظه‌هایی که نوسانگر تغییر جهت داده است:

$$\text{لحظه‌های تغییر جهت}: t=n\times\frac{T}{2}=2n \quad (n\in N) \Rightarrow \text{لحظه‌های تغییر جهت}: t=2\,s, t=4\,s, t=6\,s,\dots$$

گام سوم: رسم مسیر حرکت تا جایی که مسافت طی‌شده توسط نوسانگر برابر ۱متر شود.



گام چهارم: پیداکردن لحظهٔ $t=?$

می‌دانیم در لحظهٔ $t=?$ متحرک در نقطهٔ تعادل قرار دارد. این را هم می‌دانیم که مدت‌زمان لازم برای رسیدن متحرک از نقطهٔ بازگشت در لحظهٔ $t=4\,s$ تا نقطهٔ تعادل در لحظهٔ $t=?$ برابر است با $\frac{T}{4}$، یعنی یک ثانیه. پس:

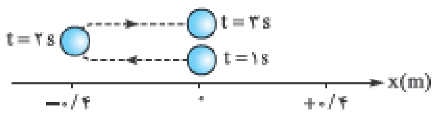
$$t=4+1=5\,s$$

۸۵۹- گزینهٔ ۳ **گام اول:** محاسبهٔ دورهٔ تناوب و در ادامه تعیین لحظه‌های تغییر جهت نوسانگر:

$$\omega=\frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega=\frac{\pi}{2}\,rad/s} \frac{\pi}{2}=\frac{2\pi}{T} \Rightarrow T=4\,s$$

$$\text{لحظه‌های تغییر جهت}: t=n(\frac{T}{2})=n(\frac{4}{2})=2n \quad (n\in N) \Rightarrow \text{لحظه‌های تغییر جهت}: t=2\,s, t=4\,s,\dots$$

گام دوم: رسم مسیر حرکت نوسانگر! برای این کار در بازهٔ $1\,s<t<3\,s$ باید لحظه‌هایی که نوسانگر تغییر جهت می‌دهد را مشخص کنیم. با توجه به لحظه‌های تغییر جهتی که در گام اول به دست آوردیم، متحرک فقط یک بار در لحظهٔ $t=2\,s$ تغییر جهت می‌دهد. بنابراین:



$$t_1=1\,s \Rightarrow x_1=0/4\cos(\frac{\pi}{2}\times 1)=0$$

$$t_2=2\,s \Rightarrow x_2=0/4\cos(\frac{\pi}{2}\times 2)=-0/4\,m$$

$$t_3=3\,s \Rightarrow x_3=0/4\cos(\frac{\pi}{2}\times 3)=0$$

یعنی در بازهٔ زمانی داده‌شده، نوسانگر $0/4\,m$ به طرف چپ و در ادامه $0/4\,m$ به طرف راست حرکت کرده است. پس: $d=0/4\,m+0/4\,m=0/8\,m$

۸۶۰- گزینهٔ ۳ **گام اول:** جملهٔ «جسم را به اندازهٔ $2\,cm$ به سمت پایین کشیده و رها می‌کنیم»، یعنی فاصلهٔ نقطهٔ بازگشت تا نقطهٔ تعادل که برابر با همان دامنهٔ نوسان (A) است، برابر $2\,cm$ است. پس: $A=2\,cm$.

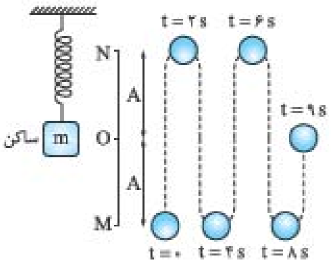
گام دوم: دورهٔ تناوب نوسان را به دست می‌آوریم:

$$T=\frac{1}{f}=\frac{1}{0/25}=4\,s$$

می‌دانیم بعد از شروع حرکت، در هر $\frac{T}{2}$ ثانیه جهت حرکت نوسانگر عوض می‌شود. پس در این تست بعد از شروع حرکت، در هر $\frac{T}{2}=2\,s$ متحرک تغییر جهت می‌دهد.

هم‌چنین پس از شروع حرکت، در هر ربع دوره $(\frac{T}{4})$ نوسانگر مسافتی به اندازهٔ دامنهٔ نوسان (A) طی می‌کند. پس در این تست، بعد از شروع حرکت، در هر $\frac{T}{4}=1\,s$ نوسانگر مسافتی به اندازهٔ دامنه، یعنی $2\,cm$ را طی می‌کند.

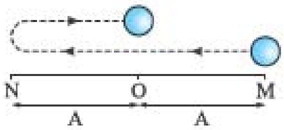
گام سوم: با توجه به گام‌های اول و دوم مسیر حرکت جسم را در ۹ ثانیهٔ اول حرکتش رسم می‌کنیم. همان‌طور که در شکل روبه‌رو می‌بینید از لحظهٔ $t = 0$ تا لحظهٔ $t = 9\ s$، نوسانگر دو نوسان کامل انجام داده و در ادامه مسافتی به اندازهٔ دامنهٔ نوسان طی کرده است. بنابراین:



$$d = 2(4A) + A = 9A = 18\ \text{cm}$$
$$|\Delta y| = A = 2\ \text{cm}$$

حواستون‌باشه! *می‌تونستیم آخری رو این‌جوری تموم کنیم. تو هر یک ثانیه نوسانگر مسافتی به اندازهٔ A را طی می‌کنه، پس تو ۹ ثانیه مسافتی به اندازهٔ ۹ تا A را طی می‌کنه.* پس:
$$d = 9\times 2\ \text{cm} = 18\ \text{cm}$$

۸۶۱- گزینهٔ۱ **گام اول:** مسیر حرکت نوسانگر را از لحظهٔ شروع حرکتش تا لحظه‌ای که برای دومین بار از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، رسم می‌کنیم. در این شکل:

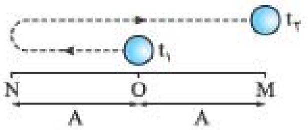


اولاً: مسافت طی‌شده توسط نوسانگر سه برابر دامنهٔ نوسان است. پس:
$$d = 3A \Rightarrow 15 = 3A \Rightarrow A = 5\ \text{cm} = 0/05\ \text{m}$$

ثانیاً: انتظار داریم بدانید لحظه‌ای که متحرک برای دومین بار از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، معادل $t = \frac{3T}{4}$ است. *(این‌طوری یاد بگیرین، بعد از شروع حرکت، تو هر $\frac{T}{4}$ ثانیه مسافتی به اندازهٔ A طی می‌شه، پس برای طی ۳ تا A، ۳ تا $\frac{T}{4}$ زمان لازمه).* بنابراین:
$$t = \frac{3T}{4} = 0/06 \Rightarrow T = 0/08\ \text{s}$$

گام دوم: با داشتن دورهٔ تناوب (T) به راحتی بسامد زاویه‌ای (ω) را حساب می‌کنیم.
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{8}{100}} = 25\pi\ \text{rad/s}$$

۸۶۲- گزینهٔ۳ **گام اول:** با محاسبهٔ دورهٔ تناوب و با توجه به لحظه‌های t_1 و t_2، مسیر حرکت نوسانگر را در این بازهٔ زمانی رسم می‌کنیم.

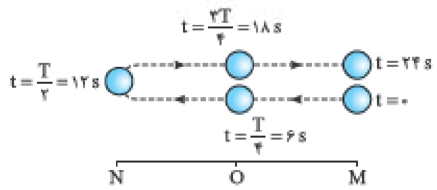


$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{50}\ \text{s}$$
$$t_1 = \frac{1}{200}\ \text{s} \xrightarrow{T=\frac{1}{50}\text{s}} t_1 = \frac{T}{4}\ ,\quad t_2 = \frac{1}{50}\ \text{s} \xrightarrow{T=\frac{1}{50}\text{s}} t_2 = T$$

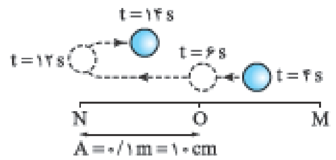
گام دوم: با توجه به شکل بالا داریم:
$$\begin{cases} \text{مسافت}: d = A+A+A = 3A \\ \text{اندازهٔ جابه‌جایی}: |\Delta x| = A \end{cases} \Rightarrow \frac{d}{\Delta x} = \frac{3A}{A} = 3$$

۸۶۳- گزینهٔ۴ **گام اول:** باید مسیر حرکت نوسانگر را در بازهٔ زمانی $t_1 = 4\ s$ تا $t_2 = 14\ s$ مشخص کنیم. به شکل مقابل عمل می‌کنیم. ابتدا دورهٔ تناوب را حساب می‌کنیم:
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega=\frac{\pi}{12}\text{rad/s}} \frac{\pi}{12} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 24\ \text{s}$$

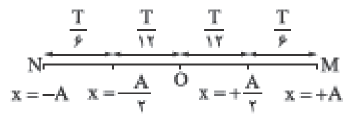
حالا لحظه‌های ویژهٔ حرکت را در شکل مقابل مشخص می‌کنیم:



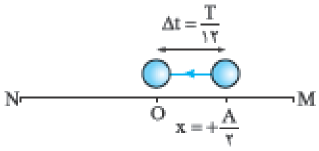
با مقایسهٔ لحظه‌های $t_1 = 4\ s$ و $t_2 = 14\ s$ در شکل بالا می‌توانیم مسیر تقریبی متحرک در این بازهٔ زمانی را به شکل مقابل در نظر بگیریم. در مسیر مشخص‌شده، واضح است که حداکثر فاصلهٔ نوسانگر از نقطهٔ تعادل برابر با دامنهٔ نوسان، یعنی $0/1\ \text{m} = 10\ \text{cm}$ است.



۸۶۴- گزینهٔ۱ همین‌که در تستی $x = \frac{A}{2}$ را دیدید، بلافاصله شکل روبه‌رو را بکشید.

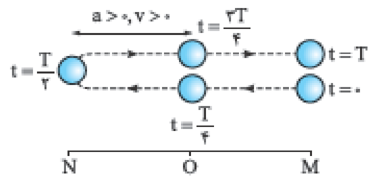


در این تست قرار است نوسانگر از مکان $x = +\frac{A}{2}$ به مکان $x = 0$ برود. حداقل زمان لازم برای این جابه‌جایی، وقتی است که نوسانگر به طور مستقیم بین دو نقطه جابه‌جا شود. یعنی به شکل مقابل:
می‌دانیم زمان لازم برای این جابه‌جایی برابر $\frac{1}{12}$ دورهٔ تناوب نوسان است. پس ۱ درست است.



۸۶۵- گزینهٔ۳ **گام اول:** ابتدا دورهٔ تناوب نوسان‌ها را محاسبه می‌کنیم:
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 4\ \text{s}$$

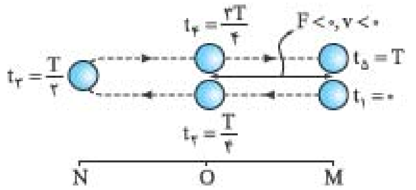
گام دوم: در قسمت مشخص‌شده در شکل مقابل، بردارهای شتاب و سرعت نوسانگر در جهت مثبت محور x است. این قسمت در بازهٔ زمانی $t_1 = \frac{T}{2}$ تا $t_2 = 3\frac{T}{4}$ قرار دارد.



بنابراین:
$$t_1 = \frac{T}{2} = \frac{4}{2} = 2\ \text{s}\ ,\quad t_2 = 3\frac{T}{4} = 3\times\frac{4}{4} = 3\ \text{s}$$

یعنی در بازهٔ زمانی $2\ s < t < 3\ s$ بردارهای سرعت و شتاب نوسانگر در جهت مثبت محور x است.

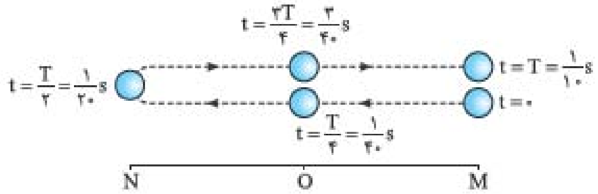
۸۶۶- گزینهٔ ۱ **گام اول:** مسیر حرکت نوسانگر را در یک نوسان کامل مشخص کرده و لحظه‌های عبور متحرک از نقطهٔ تعادل و نقطهٔ بازگشت را برحسب دورهٔ تناوب (T) مشخص می‌کنیم. در شکل روبه‌رو، وقتی نوسانگر از نقطهٔ M به سمت نقطهٔ O حرکت می‌کند، علامت F و v منفی است. این قسمت از مسیر حرکت در بازهٔ زمانی $t_1=0$ تا $t_2=\frac{T}{4}$ طی می‌شود. در میان گزینه‌ها فقط لحظهٔ $t=\frac{T}{5}$ در این بازهٔ زمانی قرار دارد. پس ۱ درست است.



۸۶۷- گزینهٔ ۳ **گام اول:** دورهٔ تناوب نوسان‌ها را به دست می‌آوریم:

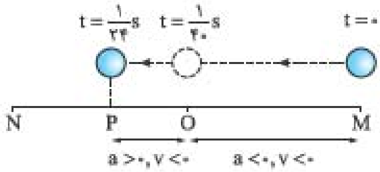
$$\omega=\frac{2\pi}{T}\xrightarrow{\omega=20\pi\,rad/s}20\pi=\frac{2\pi}{T}\Rightarrow T=\frac{1}{10}s$$

گام دوم: مسیر نوسان را رسم کرده و لحظات عبور نوسانگر از نقطه‌های بازگشت و تعادل را روی آن مشخص می‌کنیم:



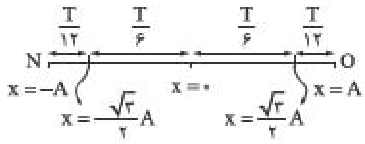
حالا لحظهٔ $t=\frac{1}{24}$ ثانیه را به طور حدودی در شکل مقابل مشخص می‌کنیم.

می‌دانیم $\frac{1}{20}>\frac{1}{24}>\frac{1}{40}$ بنابراین در لحظهٔ $t=\frac{1}{24}s$ نوسانگر بین دو نقطهٔ O و N قرار دارد و به سمت نقطهٔ N در حرکت است. بنابراین مسیر حرکت نوسانگر در بازهٔ زمانی $0<t<\frac{1}{24}s$ به شکل مقابل است:



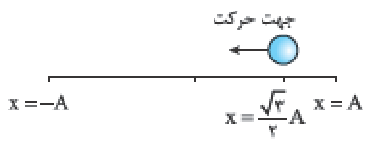
در شکل مقابل در قسمت M به O شتاب و سرعت نوسانگر هر دو منفی هستند ولی در قسمت O به P شتاب نوسانگر مثبت و سرعت آن منفی است. بنابراین خواستهٔ مسئله بازهٔ زمانی مسیر O به P یعنی از $t=\frac{1}{40}s$ تا $t=\frac{1}{24}s$ است. این بازهٔ زمانی برابر است با: $\frac{1}{24}-\frac{1}{40}=\frac{1}{60}s$

۸۶۸- گزینهٔ ۱ **روش اول:** قرار مهمی که در ابتدای فصل با هم گذاشتیم را یادتان هست؟ قرار شد زمان طی‌شدن بعضی جابه‌جایی‌های معروف را بر حسب دورهٔ تناوب حفظ باشید. در این تست که با مکان $x=\frac{\sqrt{3}}{2}A$ سروکار داریم، بلافاصله باید شکل روبه‌رو را رسم کنیم:

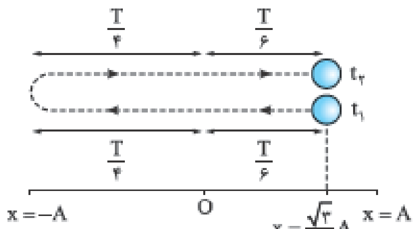


حالا به سراغ حل تست می‌رویم:

گام اول: در لحظهٔ t_1 نوسانگر در مکان $x=\frac{\sqrt{3}}{2}A$ قرار دارد و به سمت نقطهٔ تعادل در حال حرکت است. یعنی در موقعیت نشان داده شده در شکل مقابل قرار دارد:



گام دوم: در لحظهٔ $t_2=t_1+1$ متحرک دوباره به همان مکان رسیده است. پس باید مسیری به شکل مقابل طی کرده باشد. در این مسیر، زمان لازم برای طی‌کردن تکه‌های مختلف مسیر برحسب دورهٔ تناوب (T) نشان داده شده است. در این شکل داریم:



$$\Delta t=t_2-t_1=\frac{T}{6}+\frac{T}{4}+\frac{T}{4}+\frac{T}{6}\Rightarrow 1=\frac{5T}{6}\Rightarrow T=1/2\,s$$

روش دوم: *با طعم مثلثات!*

گام اول: فرض می‌کنیم t_1 اولین لحظه‌ای است که نوسانگر از مکان $x=\frac{\sqrt{3}}{2}A$ عبور می‌کند. بنابراین:

$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow[t=t_1]{x=\frac{\sqrt{3}}{2}A}\frac{\sqrt{3}}{2}A=A\cos(\omega t_1)\Rightarrow\cos(\omega t_1)=\frac{\sqrt{3}}{2}\xrightarrow{\text{اولین مرتبه}}\omega t_1=\frac{\pi}{6}$$

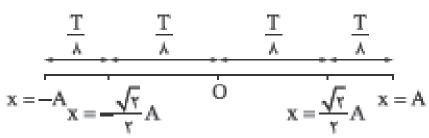
گام دوم: لحظهٔ $t_2=t_1+1$ دومین لحظهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ $x=\frac{\sqrt{3}}{2}A$ است. پس:

$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow[x=\frac{\sqrt{3}}{2}A]{t=t_1+1}\frac{\sqrt{3}}{2}A=A\cos(\omega(t_1+1))\Rightarrow\cos(\omega t_1+\omega)=\frac{\sqrt{3}}{2}\xrightarrow{\text{دومین مرتبه}}\omega t_1+\omega=\frac{11\pi}{6}$$

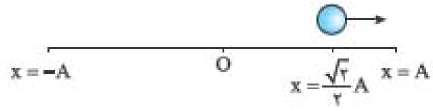
گام سوم: با استفاده از نتیجهٔ گام‌های اول و دوم داریم:

$$\begin{cases}\omega t_1=\frac{\pi}{6}\\ \omega t_1+\omega=\frac{11\pi}{6}\end{cases}\Rightarrow\omega=\frac{11\pi}{6}-\frac{\pi}{6}=\frac{10\pi}{6}\Rightarrow\frac{2\pi}{T}=\frac{10\pi}{6}\Rightarrow T=1/2\,s$$

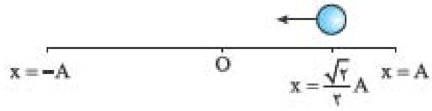
۸۶۹- گزینهٔ ۴ **روش اول:** سروکار داشتن با موقعیت $x=\frac{\sqrt{2}}{2}A$، یعنی این‌که برای حل مسئله، شکل روبه‌رو قرار است به دردمان بخورد:



گام اول: متحرک در لحظه‌ای در مکان $x=\frac{\sqrt{2}}{2}A$ قرار دارد، اما جهت حرکت آن مشخص نیست. پس برای آن دو موقعیت زیر را می‌توانیم در نظر بگیریم:

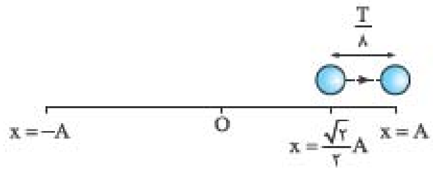


«حالت دوم»

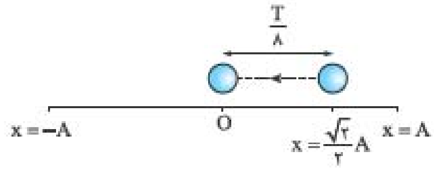


«حالت اول»

گام دوم: بعد از گذشت زمانی به اندازهٔ $\frac{T}{8}$ و با توجه به شکل بالا، متحرک مسیرهایی به شکل زیر را طی می‌کند:



«حالت دوم»



«حالت اول»

همان‌طور که می‌بینید برای مکان نوسانگر بعد از گذشت زمانی به اندازهٔ $\frac{T}{8}$ دو حالت وجود دارد: حالت اول: $x=0$، حالت دوم: $x=+A$.

روش دوم: *با علم مثلثات!* در معادلهٔ $x=A\cos(\omega t)$ به جای x قرار می‌دهیم $\frac{\sqrt{2}}{2}A$ و لحظه‌هایی که نوسانگر در اولین نوسان خود از این نقطه عبور می‌کند را برحسب دورهٔ تناوب (T) نوسان، تعیین می‌کنیم:

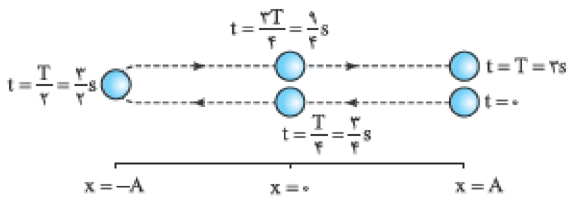
$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow[\omega=\frac{2\pi}{T}]{x=\frac{\sqrt{2}}{2}A}\frac{\sqrt{2}}{2}A=A\cos(\frac{2\pi}{T}t_1)\Rightarrow\cos(\frac{2\pi}{T}t_1)=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\xrightarrow[\text{به زبان ریاضی در دور اول دایرهٔ مثلثاتی این معادله دو جواب دارد.}]{\text{در نوسان اول دو حالت وجود دارد}}\begin{cases}\frac{2\pi}{T}t_1=\frac{\pi}{4}\Rightarrow t_1=\frac{1}{8}T\\ \frac{2\pi}{T}t_1=\frac{7\pi}{4}\Rightarrow t_1=\frac{7}{8}T\end{cases}$$

حالا باید موقعیت نوسانگر را در $\frac{T}{8}$ ثانیهٔ بعد تعیین کنیم.

$$t_2=t_1+\frac{T}{8}\Rightarrow\begin{cases}t_2=\frac{1}{8}T+\frac{1}{8}T=\frac{1}{4}T\\ t_2=\frac{7}{8}T+\frac{1}{8}T=T\end{cases}\xrightarrow{x=A\cos(\frac{2\pi}{T}t)}\begin{cases}x=0\\ x=+A\end{cases}$$

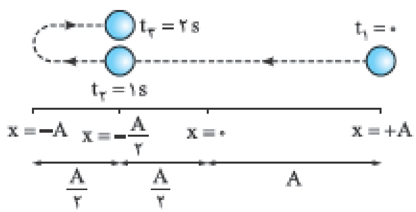
۸۷۰- گزینهٔ ۴ **گام اول:** ثانیهٔ اول حرکت یعنی از لحظهٔ $t_1=0$ تا $t_2=1\,s$ و ثانیهٔ دوم یعنی از لحظهٔ $t_2=1\,s$ تا لحظهٔ $t_3=2\,s$، باید سعی کنیم موقعیت نوسانگر را در این لحظه‌ها مشخص کنیم. برای این کار ابتدا زمان عبور نوسانگر از نقطه‌های بازگشت و تعادل را روی شکل مقابل مشخص کرده‌ایم.



گام دوم: مکان جسم را در لحظه‌های t_1 و t_2 و t_3 بر حسب دامنهٔ نوسان به دست می‌آوریم: $\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{3}\,rad/s$

$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{3}rad/s}x=A\cos(\frac{2\pi}{3}t)\begin{cases}t_1=0\Rightarrow x_1=A\\ t_2=1\,s\Rightarrow x_2=-\frac{A}{2}\\ t_3=2\,s\Rightarrow x_3=-\frac{A}{2}\end{cases}$$

گام سوم: با مقایسهٔ لحظه‌های t_1 و t_2 و t_3 با لحظه‌های مشخص‌شده در شکل بالا، می‌توان مسیر حرکت نوسانگر در بازهٔ زمانی t_1 تا t_3 را به شکل مقابل مشخص کرد.



حالا می‌توانیم تندی متوسط نوسانگر در این بازه‌ها را به دست بیاوریم:

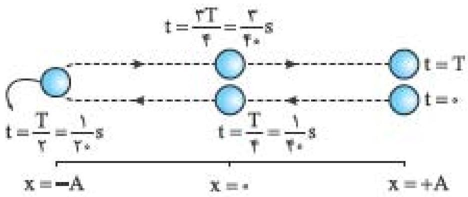
ثانیهٔ اول: $d_1=A+\frac{A}{2}=\frac{3A}{2}\Rightarrow s_{av(1)}=\frac{d_1}{\Delta t}=\frac{\frac{3A}{2}}{1}=\frac{3}{2}A\,m/s$

ثانیهٔ دوم: $d_2=\frac{A}{2}+\frac{A}{2}=A\Rightarrow s_{av(2)}=\frac{d_2}{\Delta t}=\frac{A}{1}=A\,m/s$

$$\frac{s_{av(2)}}{s_{av(1)}}=\frac{A}{\frac{3}{2}A}=\frac{2}{3}$$

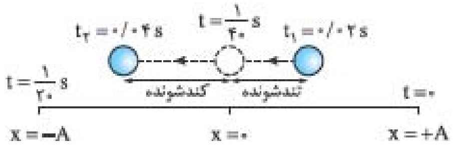
۸۷۱- گزینهٔ ۳ **گام اول:** مثل حل بیشتر تست‌های این بخش اولین کاری که باید بکنیم این است که زمان عبور از نقطه‌های بازگشت و تعادل را تعیین کرده و آن‌ها را روی مسیر نوسان مشخص کنیم.

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \xrightarrow{\omega = ۲۰\pi\ rad/s} ۲۰\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{۱}{۱۰}\,s$$



گام دوم: دورهٔ تناوب حرکت $\frac{۱}{۱۰}$ ثانیه است، یعنی بعد از هر $۰/۱\,s$ حرکت تکرار می‌شود. بنابراین موقعیت جسم در هر لحظه‌ای مثل t با موقعیت آن در لحظهٔ $t+۰/۱$ دقیقاً یکسان است؛ همین‌طور با موقعیت جسم در لحظه‌های $t+۰/۲$، $t+۰/۳$ و ... . به عبارتی می‌توانیم بگوییم موقعیت جسم در لحظهٔ $t_۱ = ۰/۳۲\,s$ با موقعیت آن در لحظهٔ $t = ۰/۰۲\,s$ و موقعیت جسم در لحظهٔ $t_۲ = ۰/۳۴\,s$ با موقعیت آن در لحظهٔ $t = ۰/۰۴\,s$ دقیقاً مشابه است (در واقع از هر کدام از $t_۱$ و $t_۲$ به اندازهٔ ۳ برابر دورهٔ تناوب کم کرده‌ایم). بنابراین به جای تعیین نوع حرکت در بازهٔ زمانی $۰/۳۲\,s < t < ۰/۳۴\,s$، نوع حرکت نوسانگر را در بازهٔ $۰/۰۲\,s < t < ۰/۰۴\,s$ مشخص می‌کنیم.

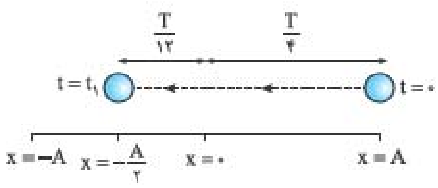
گام سوم: با مقایسهٔ لحظه‌های $t_۱ = \frac{۲}{۱۰۰}\,s$ و $t_۲ = \frac{۴}{۱۰۰}\,s$ با لحظه‌های عبور نوسانگر از نقطه‌های بازگشت و تعادل در شکل روبه‌رو، موقعیت جسم در این دو لحظه و مسیر حرکت آن در این بازهٔ زمانی را مشخص می‌کنیم. دقت کنید که $۰ < t_۱ = \frac{۲}{۱۰۰}s < \frac{۱}{۴۰}s$ و $\frac{۱}{۴۰}s < t_۲ = \frac{۴}{۱۰۰}s < \frac{۱}{۲۰}s$ است؛ بنابراین داریم:



در شکل بالا، نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰/۰۲\,s$ تا $t_۲ = ۰/۰۴\,s$ ابتدا در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل و سپس در حال دورشدن از نقطهٔ تعادل است. بنابراین حرکت آن تا رسیدن به نقطهٔ تعادل تندشونده و بعد از آن کندشونده است.

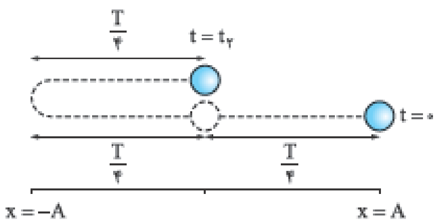
۸۷۲- گزینهٔ ۴ **گام اول:** در شکل مقابل، لحظه‌ای که متحرک برای اولین بار از مکان $x = -\frac{A}{۲}$ عبور می‌کند، نشان داده شده است:

$$t_۱ = \frac{T}{۴} + \frac{T}{۱۲} = \frac{T}{۳}$$



گام دوم: دومین باری که متحرک از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند، در موقعیت زیر قرار دارد.

$$t_۲ = \frac{T}{۴} + \frac{T}{۴} + \frac{T}{۴} = \frac{۳T}{۴}$$



گام سوم: حالا کسر $\frac{t_۲}{t_۱}$ را حساب می‌کنیم.

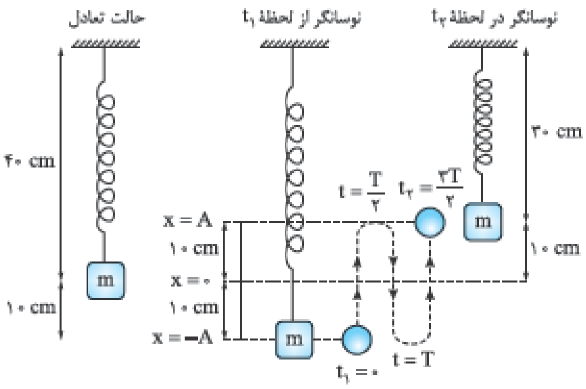
$$\frac{t_۲}{t_۱} = \frac{\frac{۳T}{۴}}{\frac{T}{۳}} = \frac{۹}{۴}$$

۸۷۳- گزینهٔ ۱ **گام اول:** ابتدا دورهٔ تناوب نوسان‌ها را به دست می‌آوریم:

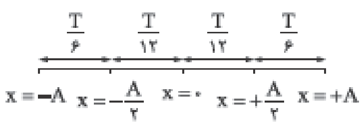
$$T = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۲} = ۰/۵\,s$$

گام دوم: در لحظهٔ $t_۱ = ۰$ نوسانگر در پایین‌ترین نقطهٔ ممکن قرار دارد و باید موقعیت آن را در لحظهٔ $t_۲ = ۰/۷۵\,s$ تعیین کنیم. با مقایسهٔ مقادیر T و $t_۲$ به این نتیجه می‌رسیم که $t_۲ = ۱/۵\,T$. یعنی در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ نوسانگر، $۱/۵$ نوسان انجام می‌دهد، بنابراین مسیری به شکل مقابل باید داشته باشد. پس در لحظهٔ $t_۲$ نوسانگر در بالاترین نقطهٔ ممکن قرار دارد که در این وضعیت طول فنر از طول آن در حالت تعادل به اندازهٔ دامنهٔ نوسان کم‌تر است. به عبارتی:

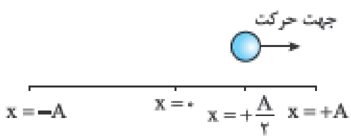
$$t_۲ \text{ طول فنر در لحظهٔ } = \text{ طول فنر در حالت تعادل} - \text{ دامنه } = ۴۰ - ۱۰ = ۳۰\,cm$$



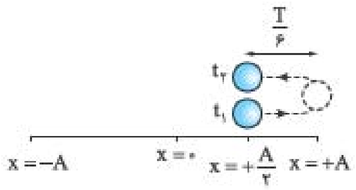
۸۷۴- گزینهٔ ۱ با دیدن عبارت $x = +\frac{A}{۲}$ بلافاصله یاد شکل مقابل می‌افتیم:



گام اول: در لحظهٔ $t_۱$ متحرک در مکان $x = +\frac{A}{۲}$ قرار دارد و در حال دورشدن از نقطهٔ تعادل است. پس موقعیت آن به شکل مقابل است:



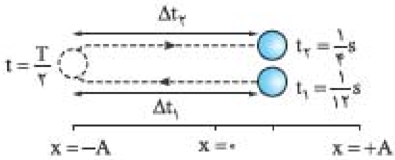
گام دوم: در لحظهٔ $t_2 = t_1 + 1$ متحرک دوباره به مکان $x = +\frac{A}{2}$ رسیده است. برای این‌که این اتفاق بیفتد، نوسانگر مسیر زیر را باید طی کند:



همان‌طور که در شکل می‌بینید، بازهٔ زمانی لازم برای طی این مسیر عبارت است از:

$$\Delta t = \frac{T}{6}+\frac{T}{6} \xrightarrow{\Delta t = t_2 - t_1 = 1s} 1 = \frac{T}{3} \Rightarrow T = 3\,s$$

۸۷۵- گزینهٔ ۳ **گام اول:** متحرک در لحظه‌های $t_1 = \frac{1}{12}s$ و $t_2 = \frac{1}{4}s$ برای بار اول و دوم از یک نقطهٔ مشخص عبور کرده است. پس می‌توانیم موقعیت نوسانگر را در این لحظه و همچنین مسیری که بین این دو لحظه طی کرده است را به شکل مقابل نشان دهیم.



گام دوم: می‌دانیم اولین تغییر جهت نوسانگر در لحظهٔ $t = \frac{T}{2}$ اتفاق می‌افتد. با توجه به تقارن حرکت حول لحظهٔ $t = \frac{T}{2}$ می‌توانیم بگوییم:

$$\Delta t_1 = \Delta t_2 \Rightarrow \frac{T}{2} - \frac{1}{12} = \frac{1}{4} - \frac{T}{2} \Rightarrow T = \frac{1}{3}\,s$$

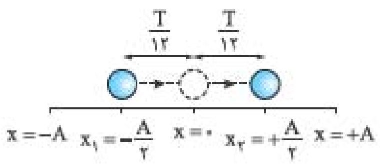
حواستون‌باشه! به طور کلی اگر متحرک برای بار اول و دوم در لحظهٔ t_1 و t_2 از نقطهٔ مشخصی عبور کند، داریم:

وسط بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 = لحظهٔ اولین تغییر جهت $\Rightarrow \frac{t_1+t_2}{2} = \frac{T}{2} \Rightarrow T = t_1 + t_2$

گام سوم: با داشتن دورهٔ تناوب (T) محاسبهٔ تعداد نوسان‌های نوسانگر در هر دقیقه کار سختی نیست:

$$T = \frac{t}{n} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{60}{n} \Rightarrow n = 180$$

۸۷۶- گزینهٔ ۲ **گام اول:** همیشه در حل تست‌های این قسمت به اولین چیزی که باید دقت کنیم، رابطهٔ بین x و A است. در این تست $A = 10\,cm$، $x_1 = -5\,cm$ و $x_2 = 5\,cm$ است. بنابراین داریم: $x_1 = -\frac{A}{2}$ و $x_2 = +\frac{A}{2}$. نوسانگر فاصلهٔ بین این دو نقطه را بدون تغییر جهت طی کرده است. بنابراین مسیر حرکت آن به شکل مقابل است:



گام دوم: در شکل بالا برای محاسبهٔ سرعت متوسط باید سعی کنیم جابه‌جایی (Δx) و زمان انجام جابه‌جایی (Δt) را مشخص کنیم. این کار خیلی ساده است:

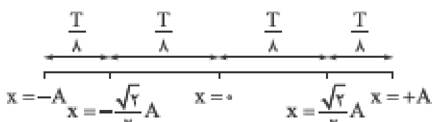
$$\Delta t = \frac{T}{12}+\frac{T}{12} = \frac{T}{6} = \frac{0/12}{6} = 0/02\,s$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 0/05 - (-0/05) = 0/1\,m$$

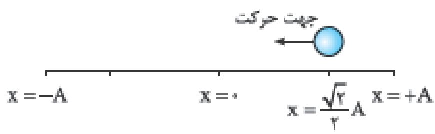
حالا به سراغ فرمول سرعت متوسط می‌رویم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0/1}{0/02} = 5\,m/s$$

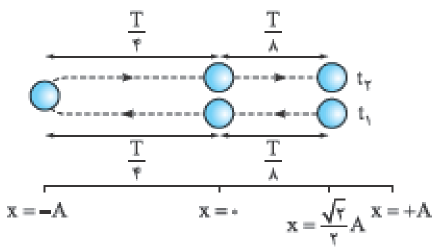
۸۷۷- گزینهٔ ۳ مطمئن هستیم که با دیدن تساوی $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$ بلافاصله شکل مقابل را برای خودتان تجسم کردید!



گام اول: در لحظهٔ t_1 نوسانگر در مکان $x = \frac{\sqrt{2}}{2}A$ قرار دارد و حرکتش تندشونده است. پس در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل است، بنابراین می‌توانیم موقعیت نوسانگر را در این لحظه به شکل مقابل نشان دهیم:



گام دوم: در لحظهٔ $t_2 = t_1 + 0/1$ نوسانگر باز هم در این نقطه قرار دارد. چون ما می‌خواهیم حداکثر مقدار ممکن برای دورهٔ تناوب (T) را حساب کنیم، باید فرض کنیم در لحظهٔ t_2 (پس از t_1) متحرک برای اولین بار به این نقطه رسیده است (چرا ؟!). بنابراین مسیر حرکتی نوسانگر بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 باید به شکل مقابل باشد:



در این شکل بازهٔ زمانی حرکت نوسانگر برحسب دورهٔ تناوب (T) به شکل مقابل محاسبه می‌شود:

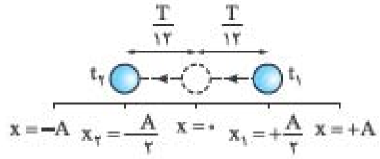
$$\Delta t = 2(\frac{T}{8}+\frac{T}{4}) = \frac{3T}{4}$$

که این مقدار برابر $0/1\,s$ است. پس:

$$3\frac{T}{4} = 0/1 \Rightarrow T = \frac{4}{30}s = \frac{2}{15}s$$

۸۷۸- گزینهٔ ۳ برای محاسبهٔ سرعت متوسط متحرک باید به سراغ فرمول $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ برویم. چون می‌خواهیم بیشترین مقدار سرعت متوسط را پیدا کنیم، باید در کسر $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ تا حد ممکن Δx مقداری بزرگ و Δt مقداری کوچک داشته باشد. چون مکان‌های اولیه و ثانویهٔ نوسانگر مشخص است، Δx مقدار معینی دارد.

پس باید Δt تا حد ممکن کوچک باشد. Δt وقتی کوچک‌ترین مقدار ممکن را دارد که نوسانگر به طور مستقیم و بدون تغییر جهت از مکان $x_1=+\frac{A}{2}$ به مکان $x_2=-\frac{A}{2}$ برسد، بنابراین مسیری که باید توسط آن طی شود، به شکل مقابل است:



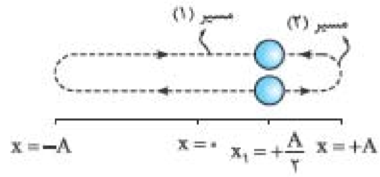
در این جابه‌جایی داریم:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (-\frac{A}{2})-(\frac{A}{2}) = -A \quad,\quad \Delta t=\frac{T}{12}+\frac{T}{12}=\frac{T}{6}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-A}{\frac{T}{6}}=-\frac{6A}{T} \Rightarrow |v_{av}|=\frac{6A}{T}$$

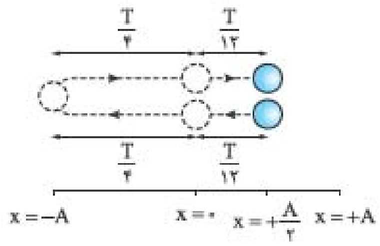
۸۷۹- گزینهٔ ۳ **گام اول:** برای محاسبهٔ تندی متوسط متحرک باید از فرمول روبه‌رو استفاده کنیم: $\text{تندی متوسط}=\frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\text{زمان طی مسافت}}\ ,\ s_{av}=\frac{d}{\Delta t}$

برای این‌که تندی متوسط حداکثر شود، باید زمان طی مسافت، کم‌ترین مقدار ممکن را داشته باشد. کم‌ترین زمان ممکن در این تست وقتی ایجاد می‌شود که در لحظهٔ عبور متحرک از نقطهٔ $x=+\frac{A}{2}$، دو عبور متوالی باشد. برای این‌که متحرک برای دو دفعهٔ متوالی در نقطهٔ $x=+\frac{A}{2}$ عبور کند، دو مسیر روبه‌رو ممکن است. در هر مسیر باید تندی متوسط را حساب کنیم.



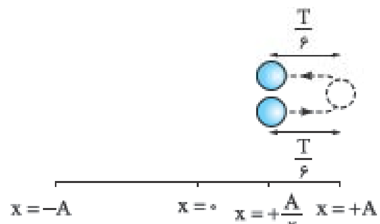
گام دوم: در مسیر (۱) ابتدا مسافت طی‌شده را برحسب دامنه و زمان سپری‌شده را برحسب دوره تعیین کرده و سپس تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} d=2(\frac{A}{2}+A)=3A \\ \Delta t=2(\frac{T}{12}+\frac{T}{4})=\frac{2T}{3} \end{cases} \Rightarrow s_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{3A}{\frac{2T}{3}}=\frac{9}{2}\frac{A}{T}$$



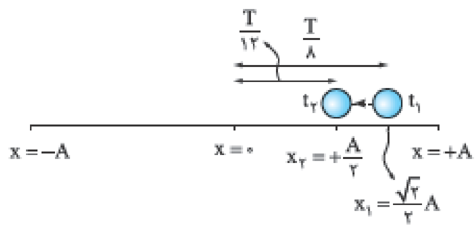
گام سوم: حالا به همین ترتیب، تندی متوسط نوسانگر را در مسیر (۲) حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} d=2(\frac{A}{2})=A \\ \Delta t=2(\frac{T}{6})=\frac{T}{3} \end{cases} \Rightarrow s_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{A}{\frac{T}{3}}=3\frac{A}{T}$$



گام چهارم: با مقایسهٔ تندی متوسط متحرک در مسیرهای (۱) و (۲) به این نتیجه می‌رسیم که حداکثر مقدار تندی متوسط نوسانگر در این شرایط برابر است با: $s_{av,max}=\frac{9A}{2T}$

۸۸۰- گزینهٔ ۴ **گام اول:** می‌دانیم سرعت متوسط از فرمول $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ به دست می‌آید. در این تست Δx مقدار مشخصی دارد. پس برای این‌که v_{av} بیشترین مقدار را داشته باشد، باید Δt تا حد ممکن کوچک باشد. کم‌ترین مقدار Δt برای این‌که نوسانگر از مکان $x_1=\frac{A}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}A$ به مکان $x_2=\frac{A}{2}$ برسد، وقتی ایجاد می‌شود که نوسانگر بدون تغییر جهت و به طور مستقیم این مسیر را طی می‌کند. یعنی مسیری به شکل مقابل:



گام دوم: در مسیر شکل بالا، ابتدا Δx و Δt و سپس v_{av} را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{A}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}A=(1-\sqrt{2})\frac{A}{2}$$

$$\Delta t=\frac{T}{8}-\frac{T}{12}=\frac{T}{24}$$

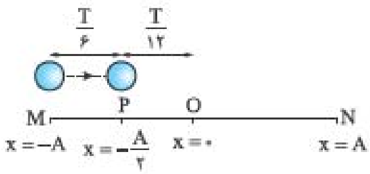
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{(1-\sqrt{2})\frac{A}{2}}{\frac{T}{24}}=12(1-\sqrt{2})\frac{A}{T} \Rightarrow |v_{av}|=12(\sqrt{2}-1)\frac{A}{T}$$

حواستون باشه! در روش بالا برای محاسبهٔ Δt از زمان‌های لازم برای جابه‌جایی‌های معروف استفاده کرده‌ایم. می‌توانیم به روش دیگری هم Δt را محاسبه کنیم. ببینید:

$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow{\omega=\frac{2\pi}{T}}\begin{cases} \text{لحظهٔ } t_1:\ x_1=\frac{\sqrt{2}}{2}A \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}A=A\cos(\frac{2\pi}{T}t_1)\xrightarrow{\text{برای اولین بار}} t_1=\frac{T}{8} \\ \text{لحظهٔ } t_2:\ x_2=\frac{A}{2} \Rightarrow \frac{A}{2}=A\cos(\frac{2\pi}{T}t_2)\xrightarrow{\text{برای اولین بار}} t_2=\frac{T}{6} \end{cases}$$

$$\Delta t=t_2-t_1=\frac{T}{6}-\frac{T}{8}=\frac{T}{24}$$

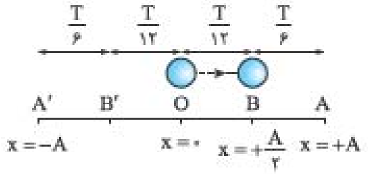
۸۸۱- گزینهٔ ۳ *یه سؤال خیلی ساده!* اگر زمان لازم برای جابه‌جایی‌های پرکاربرد و معروف را حفظ باشید، خیلی سریع به جواب مسئله می‌رسیم. برای توضیحات مسئله، شکلی رسم می‌کنیم:



مکان نقطهٔ P برابر $x=-\frac{A}{۲}$ است. پس می‌دانیم که زمان لازم برای رسیدن متحرک از نقطهٔ M $(x=-A)$ به نقطهٔ P $(x=-\frac{A}{۲})$ برابر است با $\frac{T}{۶}$. بنابراین:

$$\frac{T}{۶}=۰/۲ \Rightarrow T=۱/۲\,s$$

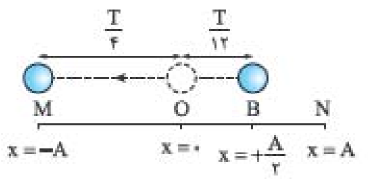
۸۸۲- گزینهٔ ۱ با توجه به داده‌های مسئله نتیجه می‌گیریم که متحرک مسیر مقابل را طی کرده است:



زمان لازم برای طی این مسیر برابر است با $\frac{T}{۱۲}$. بنابراین:

$$\frac{T}{۱۲}=\frac{۱}{۳۰۰} \Rightarrow T=\frac{۱۲}{۳۰۰}=\frac{۱}{۲۵}s \Rightarrow f=\frac{۱}{T}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲۵}}=۲۵\,Hz$$

۸۸۳- گزینهٔ ۱ **گام اول:** مسیری را که نوسانگر از نقطهٔ B طی کرده است تا به نقطهٔ M برسد، در شکل مقابل مشخص می‌کنیم. چون B وسط پاره‌خط ON است، مکان نقطهٔ B در شکل $x=\frac{A}{۲}$ است.



با توجه به زمان لازم برای طی‌شدن جابه‌جایی‌های معروف می‌توانیم بگوییم: $\Delta t_{BM}=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۴}=\frac{T}{۳}$

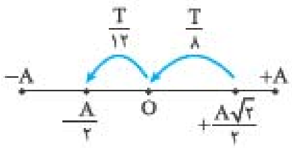
می‌دانیم Δt_{BM} برابر است با $\frac{۱}{۳۰}s$. بنابراین:

$$\frac{T}{۳}=\frac{۱}{۳۰} \Rightarrow T=\frac{۱}{۱۰}s$$

گام دوم: حالا بسامد زاویه‌ای را به دست می‌آوریم:

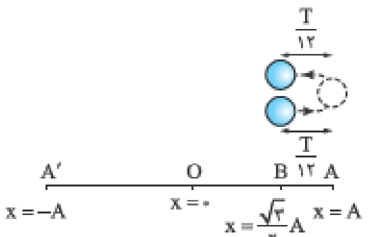
$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۱۰}}=۲۰\pi\,rad/s$$

۸۸۴- گزینهٔ ۱ **گام اول:** در شکل روبه‌رو زمان جابه‌جایی از $+\frac{A\sqrt{۲}}{۲}$ تا مبدأ و مبدأ تا $-\frac{A}{۲}$ را مشخص کرده‌ایم. پس با توجه به رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ داریم:



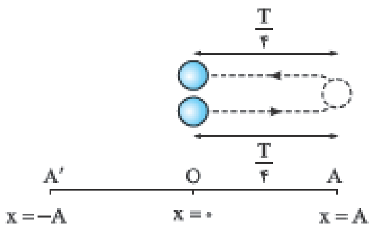
$$\frac{|v_{av_۱}|}{|v_{av_۲}|}=\frac{\frac{|۰-\frac{A\sqrt{۲}}{۲}|}{\frac{T}{۸}}}{\frac{|-\frac{A}{۲}-۰|}{\frac{T}{۱۲}}}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$$

۸۸۵- گزینهٔ ۴ **گام اول:** کوتاه‌ترین فاصلهٔ زمانی بین دو مرتبهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ B وقتی است که نوسانگر مسیر مقابل را طی می‌کند. با توجه به زمان لازم برای طی جابه‌جایی‌های معروف داریم:



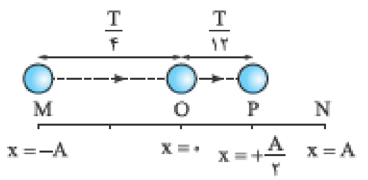
$$۰/۱۲=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۱۲} \Rightarrow ۰/۱۲=\frac{T}{۶} \Rightarrow T=۰/۷۲\,s$$

گام دوم: حل مسئله را ادامه می‌دهیم. کوتاه‌ترین فاصلهٔ زمانی بین دو مرتبهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ O، با طی مسیر مقابل اتفاق می‌افتد. زمان لازم برای طی این مسیر برابر است با:



$$\Delta t_{O\ \text{تا}\ O}=\frac{T}{۴}+\frac{T}{۴}=\frac{T}{۲}=\frac{۰/۷۲}{۲}=۰/۳۶\,s$$

۸۸۶- گزینهٔ ۳ با توجه به این‌که نقطهٔ P وسط پاره‌خط ON است، می‌توانیم اتفاقاتی که در مسئله افتاده است را در شکل مقابل خلاصه کنیم:



$$\begin{cases}\Delta t_{MO}=\frac{T}{۴}\\ \Delta t_{OP}=\frac{T}{۱۲}\end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta t_{MO}}{\Delta t_{OP}}=۳ \Rightarrow \frac{۱/۲}{\Delta t_{OP}}=۳ \Rightarrow \Delta t_{OP}=۰/۴\,s$$

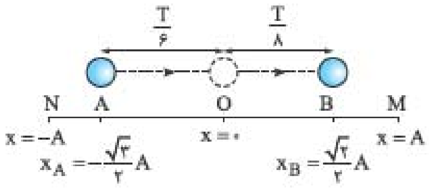
۸۸۷- گزینهٔ ۱ **گام اول:** با توجه به این‌که داریم $A=۲\,cm$، می‌توانیم بگوییم:

$$x_B=\sqrt{۲}\,cm \Rightarrow x_B=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$$

$$x_A=-\sqrt{۳}\,cm \Rightarrow x_A=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$$

گام دوم: با استفاده از نتیجهٔ گام اول مسیری که نوسانگر برای طی فاصلهٔ نقطهٔ A تا نقطهٔ B داشته را در شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم. دقت کنید که با توجه به زمان لازم برای انجام جابه‌جایی‌های معروف داریم:

$$\Delta t_{AB} = \Delta t_{AO} + \Delta t_{OB} = \frac{T}{۶} + \frac{T}{۸} = \frac{۷T}{۲۴}$$

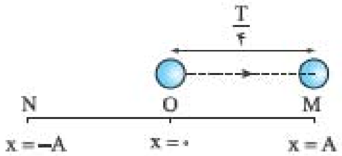


طبق گفتهٔ تست داریم:

$$\Delta t_{AB} = ۰/۷\,s \Rightarrow \frac{۷T}{۲۴} = ۰/۷ \Rightarrow T = ۲/۴\,s$$

گام سوم: حداقل زمان لازم برای این‌که متحرک از نقطهٔ تعادل به نقطهٔ بازگشت برسد، همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید برابر است با $\frac{T}{۴}$. بنابراین:

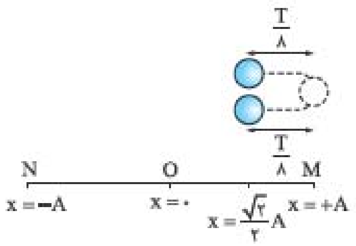
$$\Delta t_{OM} = \frac{T}{۴} = \frac{۲/۴}{۴} = ۰/۶\,s$$



۸۸۸- گزینهٔ ۳ **گام اول:** می‌خواهیم کم‌ترین مسافتی را که نوسانگر در بازهٔ زمانی دلخواه $\frac{T}{۴}$ ثانیه‌ای طی می‌کند به دست آوریم. برای این‌که نوسانگر در یک بازهٔ زمانی معین مسافت کم‌تری طی کند، باید در نقاطی از مسیرش حرکت کند که تندی‌اش در آن نقاط کم‌تر است. می‌دانیم تندی نوسانگر در حوالی نقطهٔ تعادل زیاد و در حوالی نقطهٔ بازگشت کم است. بنابراین برای این‌که نوسانگر، مسافت کم‌تری را طی کند، باید حول و حوش نقطهٔ بازگشت حرکت کند. از آن‌جایی که در نقطهٔ بازگشت تندی نوسانگر برابر صفر است، کم‌ترین مسافت طی‌شده توسط آن، در شرایطی ایجاد می‌شود که، نصف بازهٔ زمانی را قبل از نقطهٔ بازگشت و نصف دیگر بازهٔ زمانی را بعد از نقطهٔ بازگشت طی کرده باشد. در این تست چون کل بازهٔ زمانی برابر $\frac{T}{۴}$ است، لحظهٔ شروع طی مسافت کمینه توسط نوسانگر، $\frac{T}{۸}$ ثانیه قبل از نقطهٔ بازگشت و لحظهٔ پایان طی این مسافت، $\frac{T}{۸}$ ثانیه بعد از نقطهٔ بازگشت است.

این مسیر را در شکل مقابل نشان داده‌ایم:

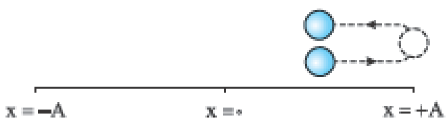
با توجه به زمان‌های لازم برای طی جابه‌جایی‌های معروف، می‌دانیم نوسانگر در مدت‌زمان $\frac{T}{۸}$ ثانیه بعد از نقطهٔ بازگشت، به مکان $x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ می‌رسد. بنابراین همان‌طور که در شکل مشخص کرده‌ایم، نوسانگر در ابتدا و انتهای این بازهٔ زمانی در مکان $x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ قرار دارد.



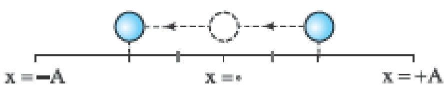
گام دوم: با توجه به شکل بالا، محاسبهٔ مسافت طی‌شده توسط نوسانگر برحسب دامنه، کار سختی نیست:

$$d = ۲(A - \frac{\sqrt{۲}}{۲}A) = (۲ - \sqrt{۲})A \xrightarrow{\sqrt{۲}=۱/۴} d = ۰/۶\,A$$

تکنیک محاسبهٔ «حداکثر یا حداقل مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در یک بازهٔ زمانی معین» و موارد مشابه موضوعی است که در تست‌های زیادی قرار است ببینید. از حل این مسئله نتیجه می‌گیریم:



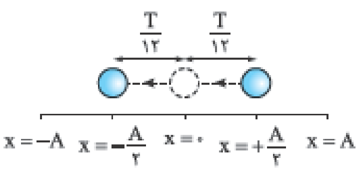
(۱) هر وقت در مسئله‌ای صحبت از «حداقل مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی معین»، «حداقل تندی متوسط در بازهٔ زمانی معین»، «حداکثر زمان برای طی مسافت معین» و موارد مشابه شد، باید به سراغ نقاطی بروید که تندی متحرک کم‌ترین مقادیر ممکن را دارد. یعنی همیشه در این مسائل نصف بازهٔ زمانی قبل از نقطهٔ بازگشت و نصف دیگر آن، بعد از نقطهٔ بازگشت است. یادتان باشد در این مسئله‌ها نوسانگر در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی، حتماً در یک نقطه قرار دارد.



(۲) هر وقت در مسئله‌ای صحبت از «بیشترین مسافت طی‌شده در یک بازهٔ زمانی معین»، «بیشترین جابه‌جایی ممکن در یک بازهٔ زمانی معین»، «بیشترین اندازهٔ سرعت متوسط یا بیشترین تندی متوسط در بازهٔ زمانی معین»، «کم‌ترین زمان لازم برای یک جابه‌جایی معین یا طی مسافت معین» و موارد مشابه شد، باید به سراغ نقاطی بروید که تندی نوسانگر در آن‌جا بیشترین مقدار ممکن را دارد. در این مسئله‌ها، نصف بازهٔ زمانی باید قبل از نقطهٔ تعادل و نصف دیگر آن باید بعد از نقطهٔ تعادل باشد. یادتان باشد در این مسئله‌ها در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی، نوسانگر در فاصله‌های برابر از نقطهٔ تعادل و در دو طرف آن است.

۸۸۹- گزینهٔ ۱ **گام اول:** برای این‌که مسافت طی‌شده توسط یک نوسانگر در یک بازهٔ زمانی معین، بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد، باید مسیری را طی کند که در آن تندی زیادی داشته باشد. می‌دانیم در نزدیکی‌های نقطهٔ تعادل، تندی متحرک بیشترین مقادیر را دارد، پس برای این‌که در این بازهٔ زمانی مسافت طی‌شده بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد، نوسانگر باید حول و حوش نقطهٔ تعادل باشد. بهترین حالت ممکن، زمانی است که نوسانگر نیمهٔ اول بازهٔ زمانی (یعنی $\frac{T}{۱۲}$ ثانیه) را قبل از نقطهٔ تعادل و نیمهٔ دوم (یعنی $\frac{T}{۱۲}$ ثانیهٔ دوم) را بعد از نقطهٔ تعادل سپری کند.

مسیر نوسانگر در این شرایط به شکل مقابل است:

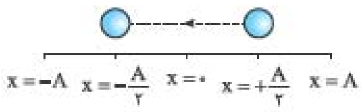


می‌دانیم در فاصلهٔ $\frac{T}{۱۲}$ ثانیه‌ای منتهی به نقطهٔ تعادل جابه‌جایی نوسانگر برابر $\frac{A}{۲}$ است (نقاط معروف و پرکاربرد را که یادتان هست).

گام دوم: در این مرحله کافی است مسافت طی‌شده در مسیر شکل بالا را مشخص کنیم:

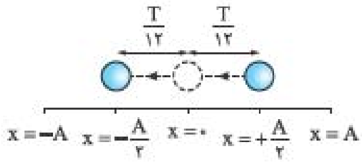
$$d = \frac{A}{۲} + \frac{A}{۲} = A$$

۸۹۰- گزینهٔ ۳ **گام اول:** ابتدا کم‌ترین زمان لازم برای طی مسافتی برابر با یک دامنه را به دست می‌آوریم. برای این کار باید به سراغ نقاطی برویم که تندی نوسانگر زیاد است؛ یعنی حول و حوش نقطهٔ تعادل.



کم‌ترین زمان، مربوط به وضعیتی است که نوسانگر از فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$ در یک سمت نقطهٔ تعادل به فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$، در سمت دیگر نقطهٔ تعادل برود. به این شکل:

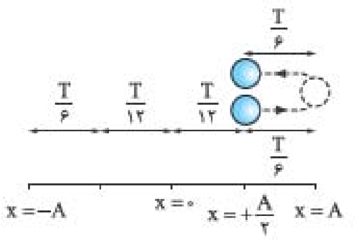
با استفاده از زمان لازم برای جابه‌جایی‌های معروف و پرکاربرد می‌توانیم شکل بالا را به شکل مقابل تبدیل کنیم:



بنابراین زمان لازم برای طی مسیر بالا برابر است با:

$$\Delta t_{min} = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۱۲} = \frac{T}{۶}$$

گام دوم: برای محاسبهٔ بیشترین زمان لازم برای طی مسافتی به اندازهٔ یک دامنه، باید به سراغ حول‌وحوش نقطهٔ بازگشت که در آن‌جا تندی نوسانگر کمینه است، برویم. همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، بیشترین زمان لازم برای طی این مسافت مسیری است که در آن نوسانگر از فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$، از نقطهٔ بازگشت به نقطهٔ بازگشت برسد و دوباره به مکان قبلی‌اش برگردد، مثل شکل مقابل. در این شکل، مدت‌زمان بازه‌های نوشته‌شده با توجه به شکلی که در مورد نقاط پرکاربرد حتماً بلدید نوشته شده است:

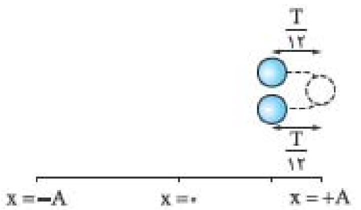


$$\Delta t_{max} = \frac{T}{۶} + \frac{T}{۶} = \frac{T}{۳}$$

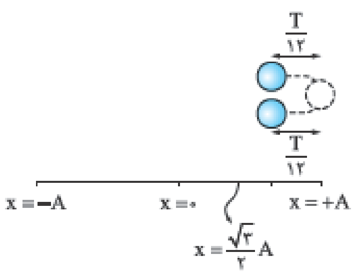
گام سوم: بنا بر گام‌های اول و دوم داریم:

$$\frac{\Delta t_{min}}{\Delta t_{max}} = \frac{\frac{T}{۶}}{\frac{T}{۳}} = \frac{۱}{۲}$$

۸۹۱- گزینهٔ ۴ **گام اول:** کم‌ترین تندی متوسط مربوط به مسیری است که حول‌وحوش نقطهٔ بازگشت طی شود. به طور دقیق‌تر، مربوط به بازه‌ای است که به اندازهٔ نصف بازهٔ زمانی (یعنی $\frac{T}{۱۲}$) قبل از نقطهٔ بازگشت و به اندازهٔ نصف بازهٔ زمانی (یعنی $\frac{T}{۱۲}$ بعدی) بعد از نقطهٔ بازگشت باشد. این مسیر در شکل مقابل نشان داده شده است:



با توجه به زمان لازم برای جابه‌جایی‌های پرکاربرد که با هم قرار گذاشتیم، آن‌ها را حفظ کنید. در مدت $\frac{T}{۱۲}$ بعد از لحظهٔ رسیدن به نقطهٔ بازگشت، نوسانگر از نقطهٔ $x = A$ به نقطهٔ $x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ می‌رسد. پس شکل بالا به صورت مقابل تکمیل می‌شود:



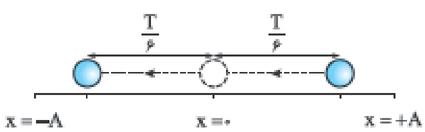
گام دوم: حالا در مسیر بالا، مسافت طی‌شده را مشخص می‌کنیم.

$$d = ۲(A - \frac{\sqrt{۳}}{۲}A) = (۲ - \sqrt{۳})A$$

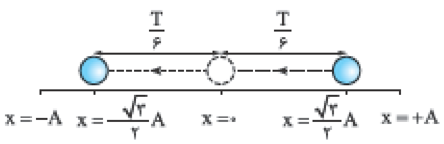
و در پایان تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{(۲-\sqrt{۳})A}{\frac{T}{۶}} = ۶(۲-\sqrt{۳})\frac{A}{T}$$

۸۹۲- گزینهٔ ۴ **گام اول:** حتماً در حل مسئله‌های این مدلی به تسلط کافی رسیده‌اید. صحبت از بیشترین اندازهٔ سرعت متوسط است، پس باید به سراغ حول‌وحوش نقطهٔ تعادل برویم. بازهٔ زمانی $\frac{T}{۳}$ ثانیه‌ای را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. مدت زمان هر قسمت می‌شود $\frac{T}{۶}$، پس باید از $\frac{T}{۶}$ ثانیه قبل از نقطهٔ تعادل به $\frac{T}{۶}$ ثانیه بعد از نقطهٔ تعادل برویم. به شکل مقابل:



گام دوم: می‌دانیم در مدت‌زمان $\frac{T}{۶}$ از نقطهٔ $x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ به نقطهٔ تعادل می‌رسیم. *(نقاط پرکاربرد را مفقید؟)* پس تکمیل‌شدهٔ شکل بالا را رسم می‌کنیم:



گام سوم: در مسیر روبه‌رو، برای محاسبهٔ سرعت متوسط، Δx و Δt را مشخص می‌کنیم:

$$\Delta x = (-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A) - (+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A) = -\sqrt{۳}A \quad , \quad \Delta t = \frac{T}{۳}$$

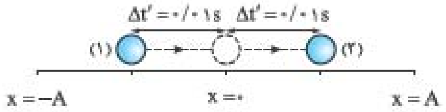
و به سراغ اندازهٔ سرعت متوسط می‌رویم:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{\sqrt{۳}A}{\frac{T}{۳}} = ۳\sqrt{۳}\frac{A}{T}$$

می‌دانیم اگر طول پاره‌خط نوسان d باشد، داریم $d = ۲A$. از طرفی طبق رابطهٔ $f = \frac{۱}{T}$، داریم:

$$|v_{av}| = ۳\sqrt{۳}\frac{A}{T} \xrightarrow[f=\frac{۱}{T}]{A=\frac{d}{۲}} |v_{av}| = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}df$$

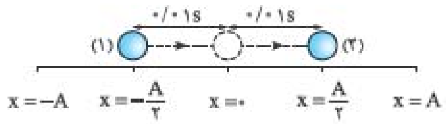
-۸۹۳ گزینهٔ ۳ **گام اول:** برای محاسبهٔ بیشترین سرعت متوسط نوسانگر در یک بازهٔ زمانی معین، این بازهٔ زمانی باید به طور متقارن در اطراف نقطهٔ تعادل باشد، چرا که تندی نوسانگر در این منطقه بیشتر از جاهای دیگر است. بنابراین این بازهٔ ۰/۰۲ ثانیه‌ای را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. ۰/۰۱ اول را قبل از رسیدن به نقطهٔ تعادل و ۰/۰۱ بعدی را بعد از رسیدن به نقطهٔ تعادل در نظر می‌گیریم. به شکل مقابل:



گام دوم: دورهٔ تناوب نوسان‌ها را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \xrightarrow{\omega=\frac{۵۰\pi}{۳}rad/s} \frac{۵۰\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۰/۱۲\,s$$

گام سوم: $\Delta t' = ۰/۰۱\,s$ و $T = ۰/۱۲\,s$ است. بنابراین داریم $\Delta t' = \frac{T}{۱۲}$. می‌دانیم در بازه‌ای به اندازهٔ $\frac{T}{۱۲}$ ثانیه قبل و بعد از نقطهٔ تعادل، جابه‌جایی نوسانگر برابر است با $\frac{A}{۲}$ (باز هم از نقاط پرکاربرد استفاده کردیم). پس شکل بالا به صورت شکل مقابل تغییر می‌کند:



حالا باید برای مسیر بالا، سرعت متوسط را حساب کنیم:

$$\Delta x = (\frac{A}{۲}) - (-\frac{A}{۲}) \Rightarrow A = ۰/۰۶\,m \;,\; \Delta t = ۰/۰۲\,s$$

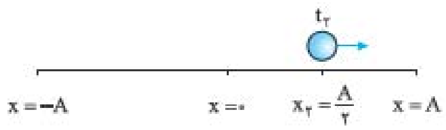
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰/۰۶}{۰/۰۲} = ۳\,m/s$$

-۸۹۴ گزینهٔ ۱ **گام اول:** با توجه به داده‌های مسئله، موقعیت متحرک را در لحظهٔ $t_۱$ به شکل مقابل مشخص می‌کنیم:

$$\vec{r}_۱ = -۰/۲\vec{i} \Rightarrow x_۱ = -۰/۲\,m \xrightarrow{A=۴۰\,cm=۰/۴\,m} x_۱ = -\frac{A}{۲}$$

در لحظهٔ $t_۱$ حرکت متحرک تندشونده است، پس باید در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل باشد.

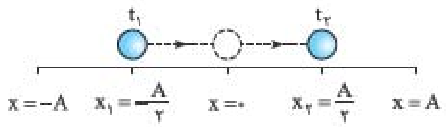
گام دوم: حالا مثل گام اول، موقعیت جسم را در لحظهٔ $t_۲$ مشخص می‌کنیم:



$$\vec{r}_۲ = ۰/۲\vec{i} \Rightarrow x_۲ = ۰/۲\,m \xrightarrow{A=۴۰\,cm=۰/۴\,m} x_۲ = \frac{A}{۲}$$

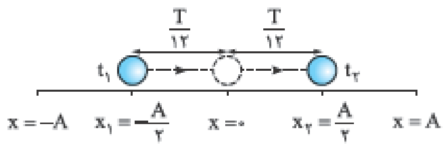
در لحظهٔ $t_۲$، چون حرکت متحرک کندشونده است، در حال دورشدن از نقطهٔ تعادل است.

گام سوم: می‌خواهیم کم‌ترین بسامد ممکن را برای این متحرک حساب کنیم. برای این‌که بسامد، کمینه شود، باید دورهٔ تناوب آن بیشینه باشد. دورهٔ تناوب این متحرک وقتی بیشینه است که بدون تغییر جهت و به طور مستقیم، از موقعیتش در لحظهٔ $t_۱$ به موقعیتش در لحظهٔ $t_۲$ برسد. یعنی در مسیری به شکل مقابل:



گام چهارم: می‌دانیم مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا نوسانگر از نقطهٔ تعادل برای اولین بار به فاصلهٔ $\frac{A}{۲}$ از نقطهٔ تعادل برسد، برابر است با $\frac{T}{۱۲}$.

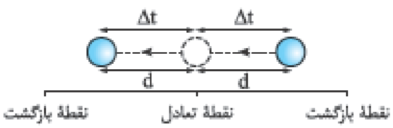
بنابراین شکل گام سوم به شکل مقابل تبدیل می‌شود:

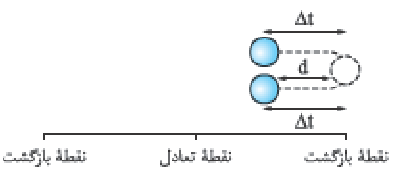


در این شکل می‌توانیم بگوییم:

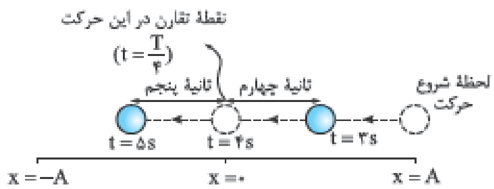
$$\Delta t = ۲(\frac{T}{۱۲}) \Rightarrow t_۲ - t_۱ = \frac{T}{۶} \Rightarrow ۰/۱ = \frac{T}{۶} \Rightarrow T = ۰/۶\,s \xrightarrow{f=\frac{۱}{T}} f = \frac{۱}{۰/۶} = \frac{۵}{۳}\,Hz$$

-۸۹۵ گزینهٔ ۱ در حرکت هماهنگ ساده، حرکت متحرک حول نقطه‌های بازگشت و تعادل دارای تقارن است. یعنی مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در بازه‌های زمانی یکسان که در فاصلهٔ یکسانی از نقطه‌های بازگشت یا تعادل هستند، برابر است. مثلاً مسافت طی‌شده توسط متحرک در یک ثانیهٔ آخر رسیدن به نقطهٔ تعادل با مسافت طی‌شده توسط متحرک در یک ثانیه بعد از رسیدن به نقطهٔ تعادل، برابر است. یا مسافت طی‌شدهٔ متحرک در ۱/۵ ثانیه قبل از رسیدن به نقطهٔ بازگشت با مسافت طی‌شده توسط آن در ۱/۵ ثانیه بعد از نقطهٔ بازگشت، یکسان است. سعی کردیم این موضوع را در شکل‌های مقابل نشان دهیم: این تست را هم می‌خواهیم با استفاده از همین تقارن حل کنیم.





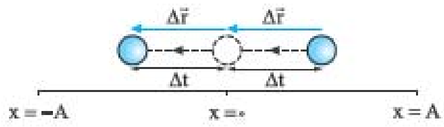
مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در ثانیه‌های چهارم و پنجم حرکت برابرند، یعنی حرکت نوسانگر در بازهٔ $t = ۳\,s$ تا $t = ۴\,s$ متقارن با حرکت نوسانگر در بازهٔ $t = ۴\,s$ تا $t = ۵\,s$ است. بنابراین لحظهٔ پایان بازهٔ زمانی اول (یا همان لحظهٔ شروع بازهٔ زمانی دوم) که برابر با $t = ۴\,s$ است، باید لحظهٔ قرارگرفتن متحرک در نقطهٔ تعادل یا بازگشت باشد. چون می‌خواهیم دورهٔ تناوب بیشینه باشد، باید لحظهٔ $t = ۴\,s$ را اولین حضور نوسانگر در نقطهٔ تعادل یا بازگشت، پس از شروع حرکتش، در نظر بگیریم. چون حرکت نوسانگر از نقطهٔ بازگشت شروع شده است، اولین نقطهٔ متقارنی که تجربه می‌کند، نقطهٔ تعادل در لحظهٔ $t = ۴\,s$ است. به شکل مقابل نگاه کنید، همان‌طور که در شکل مقابل می‌بینید، این اتفاق بر حسب دورهٔ تناوب در لحظهٔ $t = \frac{T}{۴}$ می‌افتد. بنابراین داریم:



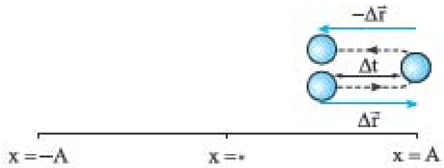
$$\frac{T}{۴} = ۴ \Rightarrow T = ۱۶\,s$$

بنابراین ۱ درست است.

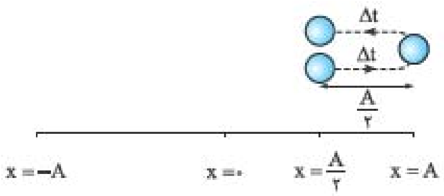
۸۹۶- گزینهٔ ۳ **گام اول:** ابتدا جملهٔ اول صورت تست را بررسی می‌کنیم. در دو بازهٔ زمانی به اندازهٔ Δt بردارهای جابه‌جایی قرینهٔ هم هستند. صحبت از برابربودن جابه‌جایی نوسانگر و به نوعی متقارن‌بودن حرکت است. پس باید از نقطه‌های بازگشت و تعادل کمک بگیریم. زیرا می‌دانیم حرکت نوسانگر حول این نقاط، متقارن است. اما تقارن حول نقطهٔ بازگشت با تقارن حول نقطهٔ تعادل، یک تفاوت مهم دارد. به شکل‌های مقابل دقت کنید:



همان‌طور که در شکل‌های مقابل می‌بینید، در بازه‌های زمانی یکسان حول نقطهٔ تعادل، جابه‌جایی‌ها هم‌اندازه و هم‌علامت است، اما در بازه‌های زمانی یکسان حول نقطهٔ بازگشت، جابه‌جایی‌ها هم‌اندازه‌اند ولی با علامت‌های مختلف، به عبارتی قرینهٔ هم هستند.

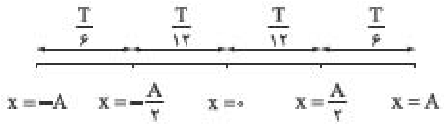


گام دوم: با توجه به گام اول نتیجه می‌گیریم در این تست با تقارن اطراف نقطهٔ بازگشت سروکار داریم. چون جابه‌جایی‌ها، هم‌اندازه و قرینهٔ هم هستند (شکل مقابل) و چون مسافت طی‌شده توسط متحرک در جمع این دو بازهٔ زمانی برابر A است، مسافت طی‌شده در هر بازهٔ زمانی برابر است با $\frac{A}{۲}$. پس مسیر زیر را می‌توانیم برای حرکت متحرک در مجموع این دو بازهٔ زمانی در نظر بگیریم:

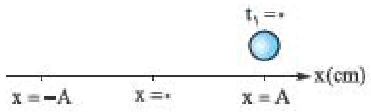


گام سوم: با توجه به شکل مقابل (که قرار شد آن را حفظ باشید) و مقایسهٔ آن با شکل گام دوم، داریم:

$$\Delta t=\frac{T}{۶}$$

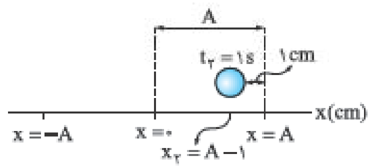


۸۹۷- گزینهٔ ۱ **گام اول:** برای حل تست می‌خواهیم از معادلهٔ مکان ـ زمان استفاده کنیم. طبق معادلهٔ $x=A\cos(\omega t)$ نوسانگر در لحظهٔ $t_۱=۰$ در مکان $x=A$ قرار دارد. به شکل مقابل:



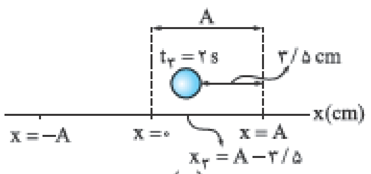
(الف)

گام دوم: نوسانگر در ثانیهٔ اول ۱ cm جابه‌جا شده است. ثانیهٔ اول یعنی $t_۱=۰$ تا $t_۲=۱s$. بنابراین نوسانگر از موقعیتی که در شکل گام اول دارد ۱ cm به طرف چپ جابه‌جا می‌شود. بنابراین برای لحظهٔ $t_۲=۱s$ نوسانگر در موقعیت شکل مقابل قرار دارد.



(ب)

گام سوم: جابه‌جایی نوسانگر در ثانیهٔ دوم ۲/۵ cm است. بنابراین از لحظهٔ $t_۱=۰$ تا لحظهٔ $t_۳=۲s$ نوسانگر $۲/۵+۱=۳/۵\,cm$ به طرف چپ جابه‌جا شده است. بنابراین موقعیت نوسانگر در لحظهٔ $t_۳=۲s$ به شکل مقابل است.



(پ)

گام چهارم: در معادلهٔ مکان ـ زمان لحظه‌های $t_۲$ و $t_۳$ را در نظر می‌گیریم.

$$x=A\cos(\omega t)\xrightarrow{\text{x و A برحسب سانتی‌متر}}\begin{cases}\text{شکل (ب)}\quad \xrightarrow[x_۲=A-۱]{t_۲=۱s} A-۱=A\cos(\omega)\Rightarrow \cos(\omega)=\dfrac{A-۱}{A}\\ \text{شکل (پ)}\quad \xrightarrow[x_۳=A-۳/۵]{t_۳=۲s} A-۳/۵=A\cos(\omega\times ۲)\Rightarrow \cos(۲\omega)=\dfrac{A-۳/۵}{A}\end{cases}$$

گام پنجم: حالا می‌توانیم دامنهٔ نوسان‌ها (A) را حساب کنیم. برای این کار دست به دامن مثلثات می‌شویم. $\cos(\omega)$ و $\cos(۲\omega)$ را برحسب A می‌دانیم. حضور $\cos(\omega)$ و $\cos(۲\omega)$ ما را راهنمایی می‌کند تا به سراغ فرمول مثلثاتی $\cos(۲\theta)=۲\cos^۲(\theta)-۱$ برویم. بنابراین:

$$\cos(۲\omega)=۲\cos^۲(\omega)-۱\xrightarrow[\cos(۲\omega)=\frac{A-۳/۵}{A}]{\cos(\omega)=\frac{A-۱}{A}}\frac{A-۳/۵}{A}=۲(\frac{A-۱}{A})^۲-۱\Rightarrow\frac{A-۳/۵}{A}=\frac{۲A^۲+۲-۴A}{A^۲}-۱$$

$$\Rightarrow\frac{A-۳/۵}{A}=\frac{۲A^۲+۲-۴A-A^۲}{A^۲}\Rightarrow A^۲-۳/۵A=A^۲-۴A+۲\Rightarrow ۰/۵A=۲\Rightarrow A=۴\,cm$$

۸۹۸- گزینهٔ ۳ **گام اول:** بسامد زاویه‌ای نوسانگرهای A و B را حساب می‌کنیم:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow\begin{cases}\omega_A=\dfrac{۲\pi}{۳}\,rad/s\\ \omega_B=\dfrac{۲\pi}{۶}=\dfrac{\pi}{۳}\,rad/s\end{cases}$$

گام دوم: دامنهٔ نوسان‌های هر دو نوسانگر را A در نظر گرفته و معادلهٔ حرکت هر یک را می‌نویسیم:

$$x=A\cos(\omega t)\Rightarrow\begin{cases}x_A=A\cos(\dfrac{۲\pi}{۳}t)\\ x_B=A\cos(\dfrac{\pi}{۳}t)\end{cases}$$

گام سوم: شرط این‌که دو متحرک به هم برسند، این است که $x_A = x_B$ باشد. پس:

$$x_A = x_B \Rightarrow A\cos(\frac{۲\pi}{۳}t) = A\cos(\frac{\pi}{۳}t) \Rightarrow \cos(\frac{۲\pi}{۳}t) = \cos(\frac{\pi}{۳}t)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{۲\pi}{۳}t = ۲n\pi + \frac{\pi}{۳}t \ ;\ (n = ۰,۱,۲,...) \Rightarrow t = ۶n \ ;\ (n = ۰,۱,۲,...) \Rightarrow t = ۰,۶,۱۲,... \\ \text{یا} \\ \frac{۲\pi}{۳}t = ۲n\pi - \frac{\pi}{۳}t \ ;\ (n = ۰,۱,۲,...) \Rightarrow t = ۲n \ ;\ (n = ۰,۱,۲,...) \Rightarrow t = ۰,۲,۴,... \end{cases}$$

لحظه‌هایی که به دست آوردیم، تمام لحظه‌هایی است که دو متحرک از یک نقطه عبور می‌کنند. بعد از شروع حرکت (یعنی لحظهٔ $t = ۰$) این اتفاق برای اولین بار در لحظهٔ $t = ۲\,s$ می‌افتد.

۸۹۹- گزینهٔ ۳ **روش اول:** **گام اول:** معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده به شکل $x = A\cos(\omega t)$ است. لحظه‌های t_1 و t_2 را در این معادله جای‌گذاری می‌کنیم.

$$x = A\cos(\omega t) \Rightarrow \begin{cases} t_1 \text{ لحظهٔ} : x_1 = A\cos(\omega t) \\ t_2 \text{ لحظهٔ} : x_2 = A\cos(۲\omega t) \end{cases}$$

گام دوم: فاصلهٔ متحرک از مبدأ برابر است با $|x|$، بنابراین می‌توانیم بگوییم:

$$\begin{cases} d = |A\cos(\omega t)| \\ d = |A\cos(۲\omega t)| \end{cases} \Rightarrow |\cos(\omega t)| = |\cos(۲\omega t)|$$

گام سوم: حالا باید سعی کنیم معادلهٔ مثلثاتی بالا را حل کنیم. دو حالت وجود دارد:

حالت اول: $\cos(\omega t) = \cos(۲\omega t) \Rightarrow \cos(\omega t) = ۲\cos^۲(\omega t) - ۱ \Rightarrow ۲\cos^۲(\omega t) - \cos(\omega t) - ۱ = ۰ \Rightarrow \cos(\omega t) = \frac{۱ \pm \sqrt{۹}}{۴} = ۱ \text{ یا } -\frac{۱}{۲}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos(\omega t) = ۱ \xrightarrow{\omega = \frac{۲\pi}{T}} \frac{۲\pi}{T} \times t = ۲n\pi \Rightarrow t = nT \ ;\ (n = ۰,۱,۲,...) \Rightarrow t_{min} = T \\ \cos(\omega t) = -\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\omega = \frac{۲\pi}{T}} \frac{۲\pi}{T} \times t = ۲n\pi \pm \frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow t = (n \pm \frac{۲}{۳})T \ ;\ (n = ۰,۱,۲,...) \Rightarrow t_{min} = \frac{T}{۳} \end{cases}$$

حالت دوم:

$$-\cos(\omega t) = \cos(۲\omega t) \Rightarrow -\cos\omega t = ۲\cos^۲(\omega t) - ۱ \Rightarrow ۲\cos^۲(\omega t) + \cos(\omega t) - ۱ = ۰ \Rightarrow \cos(\omega t) = \frac{-۱ \pm \sqrt{۹}}{۴} = -۱ \text{ یا } \frac{۱}{۲}$$

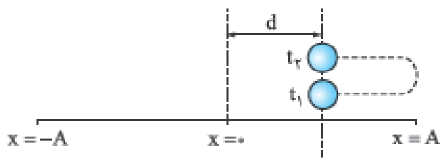
$$\Rightarrow \begin{cases} \cos(\omega t) = -۱ \xrightarrow{\omega = \frac{۲\pi}{T}} \frac{۲\pi}{T}t = (۲n - ۱)\pi \Rightarrow t = (۲n - ۱)\frac{T}{۲} \ ;\ (n = ۰,۱,۲,...) \Rightarrow t_{min} = \frac{T}{۲} \\ \cos(\omega t) = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\omega = \frac{۲\pi}{T}} \frac{۲\pi}{T}t = (۲n\pi) \pm \frac{\pi}{۳} \Rightarrow t = (n \pm \frac{۱}{۶})T \ ;\ (n = ۰,۱,۲,...) \Rightarrow t_{min} = \frac{T}{۶} \end{cases}$$

گام چهارم: با مقایسهٔ t_{min}های هر حالت نتیجه می‌گیریم که کم‌ترین مقدار ممکن برای t برابر است با $\frac{T}{۶}$.

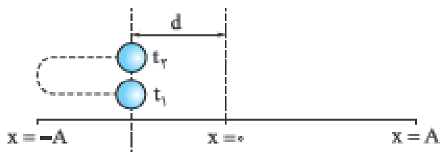
گام پنجم: حالا حساب می‌کنیم که d چند برابر دامنهٔ نوسان است. ببینید:

$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow{t_1 = t = \frac{T}{۶}} x = A\cos(\frac{۲\pi}{T} \times \frac{T}{۶}) = \frac{A}{۲} \xrightarrow{d = |x|} d = \frac{A}{۲}$$

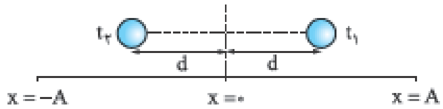
روش دوم: در روش اول، تست را با استفاده از ریاضی و مثلثات حل کردیم. خودمان هم می‌دانیم روش باحالی نیست. اصلاً به همین دلیل به شما، روش بهتری (همان استفاده از نقاط معروف) را توصیه می‌کنیم. در روش دوم، مسئله را با استفاده از مفهوم تقارن حرکت حول نقطهٔ تعادل، حل می‌کنیم. نوسانگر در لحظه‌های t_1 و t_2 در فاصله‌های برابری از نقطهٔ تعادل قرار دارد. دو حالت وجود دارد:



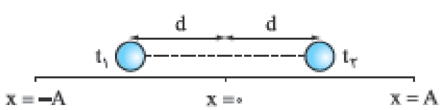
حالت اول: دو نقطه در یک سمت نقطهٔ تعادل باشند: در این شرایط با توجه به تقارن حرکت حول نقطهٔ بازگشت، نوسانگر در وسط بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 از نقطهٔ بازگشت عبور کرده است.



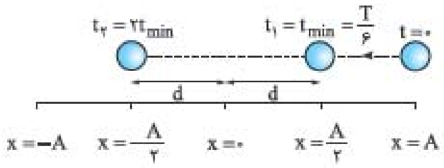
حالت دوم: دو نقطه در طرفین نقطهٔ تعادل باشند: در این شرایط با توجه به تقارن حرکت حول نقطهٔ تعادل، نوسانگر در وسط بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند.



بنابراین وسط بازهٔ زمانی t_1 یا t_2 یعنی لحظهٔ $t_M = \frac{t_1 + t_2}{۲}$، لحظهٔ عبور نوسانگر از نقطهٔ تعادل یا نقطهٔ بازگشت است. حتماً می‌دانید که نوسانگر در لحظه‌هایی برابر با $t = n\frac{T}{۴}$ از نقطهٔ تعادل یا بازگشت عبور می‌کند.

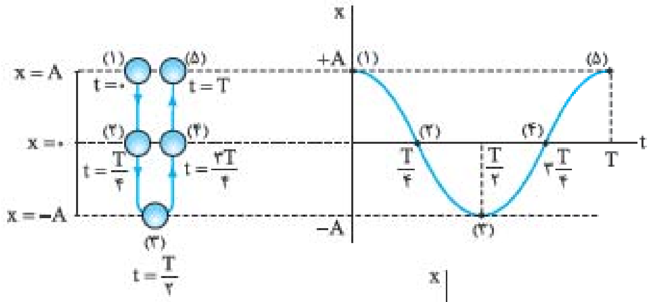


بنابراین: $\frac{t_۱+t_۲}{۲}=n\frac{T}{۴} \xrightarrow[t_۲=۲t]{t_۱=t} \frac{t+۲t}{۲}=n\frac{T}{۴} \Rightarrow t=n\frac{T}{۶}$



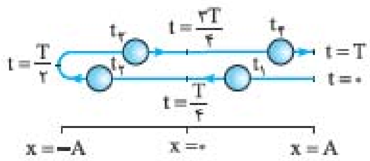
کم‌ترین مقدار t به ازای $n=۱$ به دست می‌آید، پس $t_{min}=\frac{T}{۶}$. می‌دانیم در این لحظه فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ تعادل برابر $\frac{A}{۲}$ است.

۹۰۰- گزینهٔ ۴ **گام اول:** ابتدا رابطهٔ بین حرکت متحرک در مسیر نوسان را با نمودار مکان ـ زمان آن بررسی می‌کنیم.

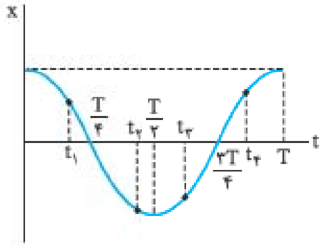


گام دوم: حالا موقعیت نوسانگر در لحظه‌های داده‌شده در نمودار را به طور تقریبی روی مسیر نوسان مشخص می‌کنیم. (شکل الف)

گام سوم: برای رسیدن به پاسخ این تست، در هر یک از لحظه‌های داده‌شده باید مشخص کنیم که نوسانگر در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل است یا در حال دورشدن از آن. جهت حرکت نوسانگر در این لحظه‌ها، که در شکل (ب) مشخص شده است، پاسخ این پرسش را به ما می‌دهد. بنابراین در هر لحظه داریم:



(الف)



(ب)

لحظهٔ $t_۱$: تندی متحرک در حال افزایش و اندازهٔ شتاب آن در حال کاهش است. ← نوسانگر در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل است

لحظهٔ $t_۲$: تندی متحرک در حال کاهش و اندازهٔ شتاب آن در حال افزایش است. ← نوسانگر در حال دورشدن از نقطهٔ تعادل است

لحظهٔ $t_۳$: تندی متحرک در حال افزایش و اندازهٔ شتاب آن در حال کاهش است. ← نوسانگر در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل است

لحظهٔ $t_۴$: تندی متحرک در حال کاهش و اندازهٔ شتاب آن در حال افزایش است. ← نوسانگر در حال دورشدن از نقطهٔ تعادل است

بنابراین ۱ درست است.

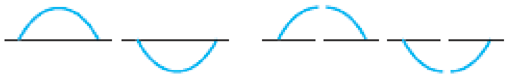
۹۰۱- گزینهٔ ۲ **گام اول:** لحظهٔ مشخص‌شده در نمودار معادل $۵\frac{T}{۴}$ است، بنابراین:

$$۵\frac{T}{۴}=۲/۵ \Rightarrow T=۲\,s$$

گام دوم: حالا به سراغ محاسبهٔ بسامد زاویه‌ای می‌رویم:

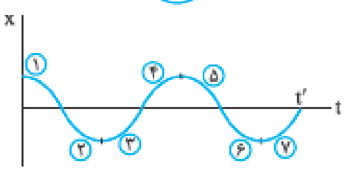
$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۲}=\pi\ rad/s$$

حواستون باشه! *تو نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده، زمان هر «نصفه تپلی» معادل $\frac{T}{۴}$ است.*



مثلاً تو نمودار روبه‌رو، تا لحظهٔ t'، ۷ تا نصفه تپلی داریم. پس:

$$t'=۷\frac{T}{۴}$$



۹۰۲- گزینهٔ ۴ **گام اول:** در نمودار داده‌شده، دامنه خیلی واضح است. فقط حواستان باشد، سانتی‌متر را به متر تبدیل کنید.

$$A=۱۰\ cm=۰/۱\ m$$

گام دوم: لحظهٔ مشخص‌شده روی نمودار معادل $\frac{۳T}{۴}$ است. *(تپلی‌ها یادتونه تو سؤال قبل؟ هر نصفه تپلی $\frac{T}{۴}$ ثانیه! تو این‌جا تا لحظهٔ* $t=۰/۶\,s$ *سه‌تا نصفه تپلی داریم، پس زمان سپری‌شده می‌شه سه‌تا $\frac{T}{۴}$)*، بنابراین:

$$۳\frac{T}{۴}=۰/۶ \Rightarrow T=\frac{۸}{۱۰}\,s \Rightarrow \omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{\frac{۸}{۱۰}}=\frac{۵\pi}{۲}\ rad/s$$

بنابراین معادله خیلی ساده به دست می‌آید.

$$x=A\cos(\omega t) \xrightarrow[\omega=\frac{۵\pi}{۲}\ rad/s]{A=۰/۱\,m} x=۰/۱\cos(\frac{۵\pi}{۲}t)$$

۹۰۳- گزینهٔ ۱ **گام اول:** طبق معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر، دامنهٔ نوسان برابر است با:

$$A=۰/۰۵\,m=۵\,cm$$

دقت کنید که یکای مکان در نمودار هر چهار گزینه سانتی‌متر است. پس ۳ و ۴ رد می‌شوند.

گام دوم: دورهٔ تناوب نوسان‌ها را به دست می‌آوریم. بسامد زاویه‌ای (ω) نوسانگر برابر $۱۰\pi\ rad/s$ است، پس:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T} \Rightarrow ۱۰\pi=\frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T=۰/۲\,s$$

حواستان باشد که لحظهٔ نشان داده شده در نمودار گزینه‌ها معادل $۵\frac{T}{۴}$ است *(نمودار ۵ تا نصفه تپلی داره، پس زمان سپری‌شده می‌شه ۵ تا $\frac{T}{۴}$)*؛ بنابراین:

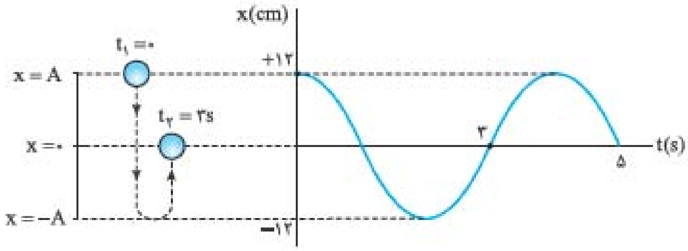
$$\frac{۵T}{۴}=\frac{۵\times ۰/۲}{۴}=۰/۲۵\,s$$

بنابراین، ۱ درست است.

۹۰۴- **گزینهٔ ۳** **گام اول:** دورهٔ تناوب نوسان را به دست می‌آوریم: لحظهٔ مشخص‌شده در نمودار معادل $۵\frac{T}{۴}$ است. $\Leftarrow ۵\frac{T}{۴} = ۵ \Rightarrow T = ۴\,s$

گام دوم: ۳ ثانیهٔ اول حرکت یعنی بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۳\,s$. لحظهٔ $t = ۳\,s$ معادل $t = ۳\frac{T}{۴}$ است (چون طبق گام اول T برابر ۴ ثانیه است) بنابراین لحظهٔ $t = ۳\,s$ در نمودار مکان ـ زمان نوسانگر به شکل زیر است.

حواستون باشه! *۵ ثانیه شده ۵ تا نصفه‌تیلی، پس هر نصفه‌تیلی میشه یک ثانیه و در نتیجه ۳ ثانیه میشه ۳ تا نصفه‌تیلی.*



برای این‌که مسئله را بهتر درک کنید، مسیر حرکت نوسانگر در سه ثانیهٔ اول را هم کنار نمودار رسم کرده‌ایم.

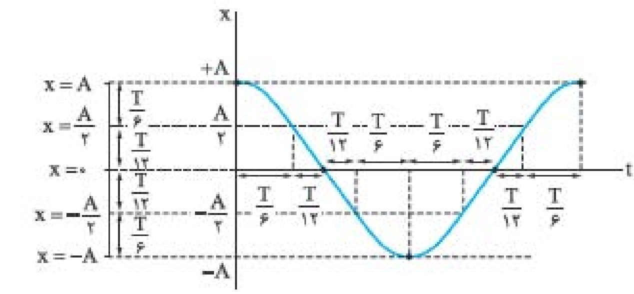
گام سوم: برای محاسبهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط در سه ثانیهٔ اول، ابتدا جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط نوسانگر را در این بازهٔ زمانی تعیین می‌کنیم:

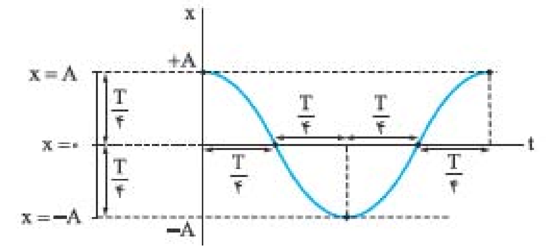
جابه‌جایی: $\Delta x = x_۲ - x_۱ = ۰ - ۱۲ = -۱۲\,cm$ ، مسافت: $d = ۳A = ۳ \times ۱۲ = ۳۶\,cm$

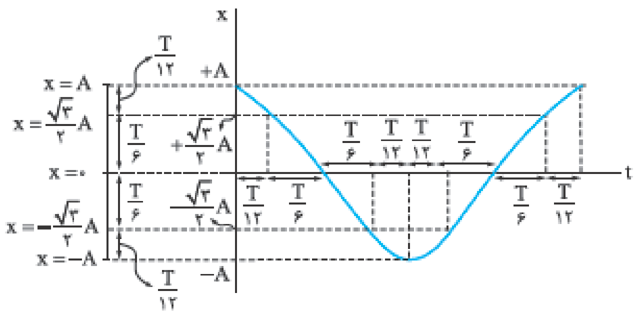
حالا به سراغ محاسبهٔ خواستهٔ مسئله می‌رویم:

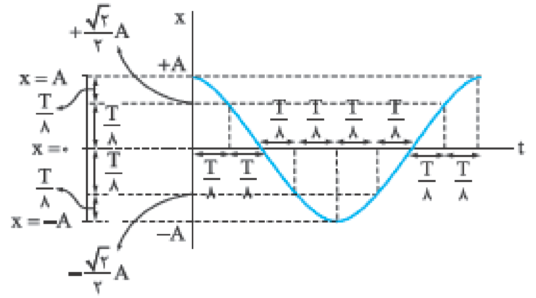
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۱۲}{۳} = -۴\,cm/s \quad , \quad s_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۳۶}{۳} = ۱۲\,cm/s$$

۹۰۵- **گزینهٔ ۱** پاسخ این تست را بهانه‌ای می‌کنیم تا یک نکتهٔ مهم را مرور کنیم. در ابتدای فصل، شکل‌هایی از مسیر نوسان برای حل مسئله‌ها معرفی کردیم و اسمش را گذاشتیم «شکل زمان‌های لازم برای طی جابه‌جایی‌های پرکاربرد برحسب دورهٔ تناوب» و از آن‌ها برای حل تعداد زیادی از تست‌ها استفاده کردیم. حالا می‌خواهیم ارتباط آن شکل‌ها را با نمودار مکان ـ زمان نوسانگر بررسی کنیم تا مسئله‌های نموداری را هم خیلی راحت حل کنیم. به شکل‌های زیر نگاه کنید:

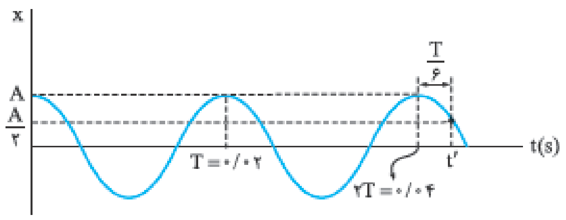








حالا به سراغ حل تست می‌رویم:



روش اول: در نمودار مقابل مشخص است که دورهٔ تناوب برابر $۰/۰۲\,s$ است. از لحظهٔ $t = ۰$ تا لحظهٔ $t = t'$ نوسانگر دو نوسان کامل انجام داده و در ادامه از مکان $x = A$ به مکان $x = \frac{A}{۲}$ رسیده است. می‌دانیم زمان لازم برای این‌که نوسانگر از مکان $x = A$ به مکان $x = \frac{A}{۲}$ برسد، زمانی به اندازهٔ $\frac{T}{۶}$ لازم است. بنابراین برای تعیین t' داریم:

$$t' = ۲T + \frac{T}{۶} = \frac{۱۳T}{۶} = \frac{۱۳ \times ۰/۰۲}{۶} = \frac{۲۶}{۶۰۰} = \frac{۱۳}{۳۰۰}\,s$$

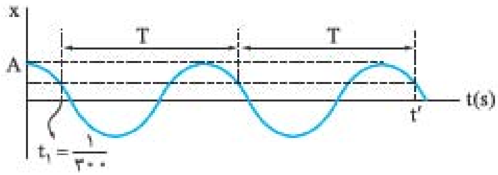
روش دوم: یک راه دیگر برای حل تست، استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان است. در این روش قرار است کمی با مثلثات سروکله بزنیم. ابتدا زمان لازم برای این‌که نوسانگر برای اولین بار به مکان $x = \frac{A}{۲}$ برسد را حساب می‌کنیم. برای این کار لازم است، معادلهٔ مکان ـ زمان را تعیین کنیم.

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \xrightarrow{T = ۰/۰۲\,s} \omega = \frac{۲\pi}{۰/۰۲} = ۱۰۰\pi\,rad/s$$

بنابراین:

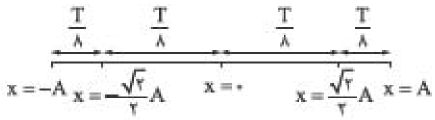
$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow{\omega = ۱۰۰\pi\,rad/s} x = A\cos(۱۰۰\pi t)$$

$$\begin{cases} t_۱ = ? \\ x = \frac{A}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{A}{۲} = A\cos(۱۰۰\pi t_۱) \Rightarrow \cos(۱۰۰\pi t_۱) = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{برای اولین مرتبه}} ۱۰۰\pi t_۱ = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۳۰۰}\,s$$

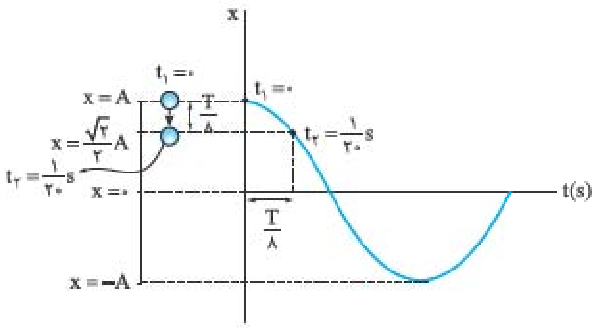


این لحظه، لحظهٔ اولین عبور نوسانگر از نقطهٔ $x=\frac{A}{۲}$ است. نوسانگر بعد از آن دو نوسان کامل هم انجام داده است (شکل مقابل را ببینید). پس:

$$t' = t_1 + ۲T = \frac{۱}{۳۰۰} + ۲(\frac{۲}{۱۰۰}) = \frac{۱}{۳۰۰}+\frac{۱}{۲۵} = \frac{۲۶}{۶۰۰}=\frac{۱۳}{۳۰۰}\,s$$



۹۰۶- گزینهٔ ۴ از نمودار نتیجه می‌گیریم، $A=۱\,cm$ و در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۲۰}\,s$ مکان جسم $x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\,cm$ است. دقت کنید که در این لحظه $x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ است. تا $x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ را دیدید، انتظار داریم یاد شکل مقابل بیفتید.



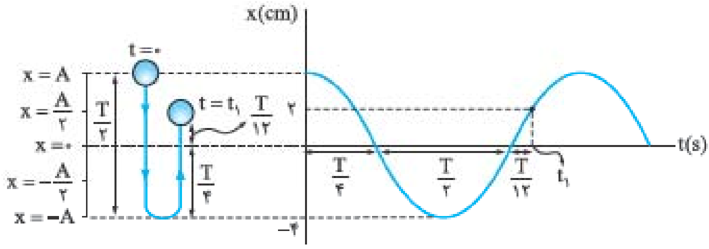
برای این‌که داستان را بهتر درک کنید، مسیر حرکت نوسانگر در بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=\frac{۱}{۲۰}\,s$ را کنار نمودار به شکل مقابل، رسم کرده‌ایم:

از شکل مقابل نتیجه می‌گیریم که باید $\frac{T}{۸}=\frac{۱}{۲۰}$ باشد. در واقع از این نکته استفاده کرده‌ایم که زمان لازم برای رسیدن متحرک از نقطهٔ $x=A$ به نقطهٔ $x=\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ برابر $\frac{T}{۸}$ است. بنابراین:

$$\frac{T}{۸}=\frac{۱}{۲۰} \Rightarrow T=\frac{۸}{۲۰}=۰/۴\,s$$

۹۰۷- گزینهٔ ۱ **گام اول:** نوسانگر در هر دقیقه ۴۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. پس دورهٔ تناوب آن به شکل زیر به دست می‌آید:

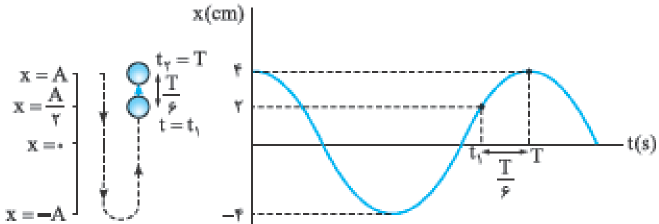
$$T=\frac{t}{n}=\frac{۶۰}{۴۰}=\frac{۳}{۲}\,s$$



گام دوم: **روش اول:** دامنهٔ حرکت برابر $A=۴\,cm$ و مکان آن در لحظهٔ t_1 برای دومین بار برابر $x=۲\,cm$ شده است. پس در این لحظه برای دومین بار داریم $x=\frac{A}{۲}$. با توجه به زمان جابه‌جایی‌های معروف (*که حتماً مطمئنیم آن‌ها را حفظید!*) می‌دانیم زمان لازم برای این‌که نوسانگر از مکان $x=۰$ به $x=\frac{A}{۲}$ برسد، $\frac{T}{۱۲}$ ثانیه طول می‌کشد. این موضوع را در شکل بالا، هم روی نمودار و هم روی مسیر نوسان نشان داده‌ایم. t_1 را به شکل مقابل حساب می‌کنیم:

$$t_1=\frac{T}{۴}+\frac{T}{۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{۱۰T}{۱۲}=\frac{۱۰}{۱۲}\times\frac{۳}{۲}=\frac{۵}{۴}\,s$$

روش دوم: در این روش روی دو لحظهٔ $t=t_1$ و $t=T$ تمرکز می‌کنیم. در این بازهٔ زمانی نوسانگر از نقطهٔ $x=۲\,cm=\frac{A}{۲}$ به نقطهٔ $x=A$ رسیده است. می‌دانیم این جابه‌جایی در مدت‌زمان $\frac{T}{۶}$ ثانیه‌ای طی می‌شود. (نقاط پرکاربرد را یادتان هست؟) این جابه‌جایی را هم روی نمودار و هم روی مسیر نوسان، به شکل مقابل نشان داده‌ایم. t_1 را هم به شکل زیر محاسبه می‌کنیم.



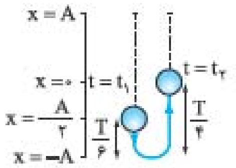
$$T-t_1=\frac{T}{۶} \Rightarrow \frac{۳}{۲}-t_1=\frac{۳}{۱۲} \Rightarrow t_1=\frac{۵}{۴}\,s$$

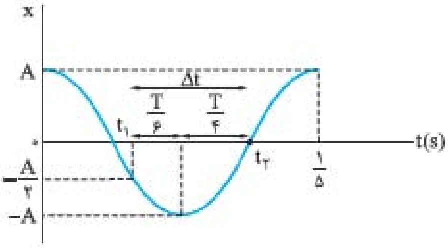
روش سوم: در این روش از مثلثات کمک می‌گیریم. با داشتن A و محاسبهٔ ω معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{cases}\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{\frac{۳}{۲}}=\frac{۴\pi}{۳}\,rad/s\\ A=۴\,cm=۰/۰۴\,m\end{cases} \Rightarrow x=A\cos(\omega t) \Rightarrow x=۰/۰۴\cos(\frac{۴\pi}{۳}t)$$

در لحظهٔ t_1 برای دومین مرتبه مکان نوسانگر برابر $x=۲\,cm$ شده است، بنابراین:

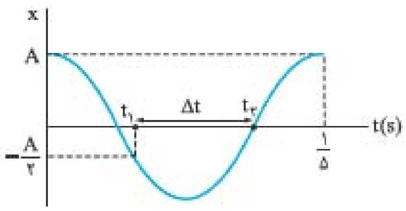
$$x=۰/۰۴\cos(\frac{۴\pi}{۳}t) \xrightarrow[t=t_1]{x=۰/۰۲\,m} ۰/۰۲=۰/۰۴\cos(\frac{۴\pi}{۳}t_1) \Rightarrow \cos(\frac{۴\pi}{۳}t_1)=\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{دومین مرتبه}} \frac{۴\pi}{۳}t_1=\frac{۵\pi}{۳} \Rightarrow t_1=\frac{۵}{۴}\,s$$





۹۰۸- **گزینهٔ ۳** **روش اول:** اولین چیزی که در نمودار توجه‌مان را جلب می‌کند این است: $T=\frac{۱}{۵}s$. حالا روی بازهٔ زمانی Δt تمرکز می‌کنیم. این بازه را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. در قسمت اول، نوسانگر از نقطهٔ $x=-\frac{A}{۲}$ به نقطهٔ $x=-A$ رسیده است و در قسمت دوم از نقطهٔ $x=-A$ به نقطهٔ $x=۰$. حتماً می‌دانید که اولین قسمت در زمان $\frac{T}{۶}$ و دومین قسمت در زمان $\frac{T}{۴}$ ثانیه طی می‌شود؛ بنابراین Δt حاصل‌جمع $\frac{T}{۶}$ و $\frac{T}{۴}$ است. پس کار تمام است. این توضیحات را هم روی نمودار و هم روی مسیر نوسان نشان داده‌ایم، شما هر کدام را دوست دارید، نگاه کنید.

$$\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۴}=\frac{۵T}{۱۲}=\frac{۵}{۱۲}\times\frac{۱}{۵}=\frac{۱}{۱۲}s$$



روش دوم: در این روش به سراغ معادلهٔ مکان ـ زمان یعنی $x=A\cos(\omega t)$ می‌رویم و کمی بازی مثلثاتی می‌کنیم. در نمودار مقابل در لحظهٔ $t_۱$ برای اولین بار مکان متحرک به $x=-\frac{A}{۲}$ رسیده است و در لحظهٔ $t_۲$ نوسانگر برای مرتبهٔ دوم از نقطهٔ تعادل عبور کرده است. ابتدا بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم و سپس به سراغ مکان، در این دو لحظه می‌رویم.

بنابراین:

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۵}}=۱۰\pi \Rightarrow x=A\cos(۱۰\pi t)$$

$$\begin{cases} t=t_۱ \\ x=-\frac{A}{۲}\text{(اولین مرتبه)} \end{cases} \Rightarrow -\frac{A}{۲}=A\cos(۱۰\pi t_۱) \Rightarrow \cos(۱۰\pi t_۱)=-\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{اولین مرتبه}} ۱۰\pi t_۱=\frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow t_۱=\frac{۱}{۱۵}s$$

$$\begin{cases} t=t_۲ \\ x=۰\text{(دومین مرتبه)} \end{cases} \Rightarrow ۰=A\cos(۱۰\pi t_۲) \Rightarrow \cos(۱۰\pi t_۲)=۰ \xrightarrow{\text{دومین مرتبه}} ۱۰\pi t_۲=\frac{۳\pi}{۲} \Rightarrow t_۲=\frac{۳}{۲۰}s$$

بنابراین:

$$\Delta t=t_۲-t_۱=\frac{۳}{۲۰}-\frac{۱}{۱۵}=\frac{۱}{۱۲}s$$

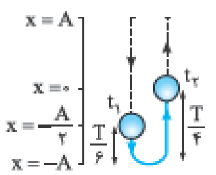
۹۰۹- **گزینهٔ ۳** **گام اول:** ابتدا دورهٔ تناوب حرکت را به دست می‌آوریم. برای این کار حرکت نوسانگر از لحظهٔ $t_۱=t+۱/۵$ تا $t_۲=t+۴$ را در نظر می‌گیریم. این بازهٔ زمانی را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم.

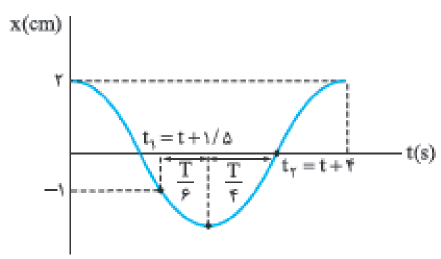
قسمت اول: متحرک از مکان $x=-۱cm$ به مکان $x=-۲cm$ می‌رسد. دقت کنید که دامنهٔ نوسان $۲cm$ است، پس در این قسمت نوسانگر از مکان $x=-\frac{A}{۲}$ به مکان $x=-A$ می‌رسد. با توجه به نقاط پرکاربرد، می‌دانیم این جابه‌جایی در بازهٔ زمانی به اندازهٔ $\frac{T}{۶}$ اتفاق می‌افتد.

قسمت دوم: متحرک از مکان $x=-۲cm$ به $x=۰$ می‌رسد، به عبارتی از $x=-A$ به $x=۰$. مطمئنیم شما می‌دانید که این جابه‌جایی در زمانی به اندازهٔ $\frac{T}{۴}$ رخ می‌دهد.

توضیحات بالا را هم در نمودار مکان ـ زمان و هم در مسیر حرکت نوسانگر به شکل مقابل، نشان داده‌ایم:

حالا با محاسبهٔ ساده زیر، T به دست می‌آید.





$$\Delta t=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۴} \Rightarrow t_۲-t_۱=\frac{۵T}{۱۲} \xrightarrow[t_۱=t+۱/۵]{t_۲=t+۴}$$

$$(t+۴)-(t+۱/۵)=\frac{۵T}{۱۲} \Rightarrow ۲/۵=\frac{۵T}{۱۲} \Rightarrow T=۶\,s$$

گام دوم: حالا مقدار t را مشخص می‌کنیم. کار ساده‌ای است، لحظهٔ $t_۲$ باید همان $\frac{۳T}{۴}$ باشد. بنابراین: $t_۲=\frac{۳T}{۴} \Rightarrow t+۴=\frac{۳(۶)}{۴} \Rightarrow t=۰/۵\,s$

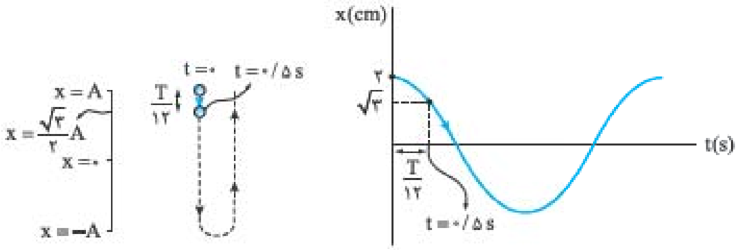
گام سوم: حالا باید مکان متحرک را در لحظهٔ $t=۰/۵\,s$ تعیین کنیم. این کار را به دو روش انجام می‌دهیم:

روش اول: لحظات $t=۰$ و $t=۰/۵\,s$ را در نظر می‌گیریم. بین این لحظات نوسانگر از مکان $x=A$ تا مکانی که می‌خواهیم به دستش بیاوریم جابه‌جا شده است. دقت کنید که $t=۰/۵\,s$ همان $t=\frac{T}{۱۲}$ است (چون $T=۶\,s$ است.)

می‌دانیم در مدت‌زمان $\frac{T}{۱۲}$ نوسانگری که در مکان $x=A$ قرار دارد به مکان $x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ می‌رسد. پس مکان متحرک در لحظهٔ $t=\frac{T}{۱۲}$ عبارت است از:

$x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A=\frac{\sqrt{۳}}{۲}\times۲=\sqrt{۳}\,cm$. توضیحاتی که دادیم را در نمودار مکان ـ زمان و مسیر نوسان در شکل صفحهٔ بعد، نشان داده‌ایم.

روش دوم: مکان متحرک را در لحظهٔ $t=۰/۵\,s$ می‌توانیم با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان هم به دست بیاوریم. ابتدا بسامد زاویه‌ای را حساب می‌کنیم، سپس معادلهٔ مکان ـ زمان را می‌نویسیم و در پایان $t=۰/۵\,s$ را در آن جای‌گذاری می‌کنیم.



برحسب سانتی‌متر

$$\begin{cases}\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۲\pi}{۶}=\frac{\pi}{۳}\,rad/s\\ A=۲\,cm\end{cases}\Rightarrow x=A\cos(\omega t)\Rightarrow x=۲\cos(\frac{\pi}{۳}t)$$

حالا:

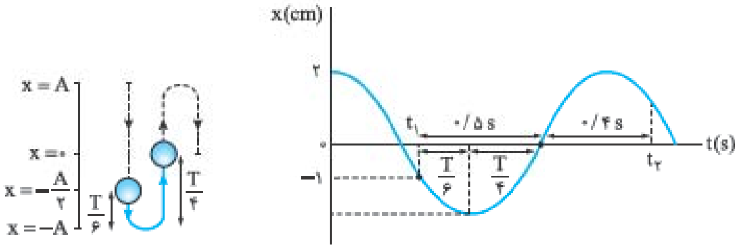
$$t=۰/۵\,s \Rightarrow x=۲\cos(\frac{\pi}{۳}\times ۰/۵)=۲\cos(\frac{\pi}{۶})=\sqrt{۳}\,cm$$

۹۱۰- گزینهٔ ۴ بعد از این‌که تست را خواندیم باید این‌طور فکر کنیم: می‌خواهیم سرعت متوسط نوسانگر را در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ به دست بیاوریم. پس باید طول این بازهٔ زمانی و جابه‌جایی نوسانگر در این بازهٔ زمانی را بدانیم. در مورد زمان، که اطلاعات کافی داریم، می‌ماند جابه‌جایی. در مورد جابه‌جایی هم مکان نوسانگر را در لحظهٔ $t_۱$ می‌دانیم و باید مکان آن را در لحظهٔ $t_۲$ بدانیم. پس برای محاسبهٔ سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، ابتدا باید مکان نوسانگر را در لحظهٔ $t_۲$ مشخص کنیم. ما در گام‌های اول و دوم این کار را انجام می‌دهیم و در گام سوم خیلی ساده سرعت متوسط را حساب می‌کنیم.

گام اول: در این گام با تمرکز روی بازهٔ $۰/۵\,s$ ثانیه‌ای دورهٔ تناوب (T) نوسانگر را به دست می‌آوریم. این بازه را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم.

قسمت اول: نوسانگر از مکان $x=-۱\,cm$ که همان $x=-\frac{A}{۲}$ است (دقت کنید که $A=۲\,cm$ است)، به مکان $x=-A$ رسیده است. شما بهتر از ما می‌دانید که این اتفاق در مدت‌زمان $\frac{T}{۶}$ ثانیه می‌افتد. **قسمت دوم:** نوسانگر از نقطهٔ $x=-A$ به نقطهٔ $x=۰$ رسیده است، خیلی واضح است که این فاصله در زمان $\frac{T}{۴}$ طی می‌شود.

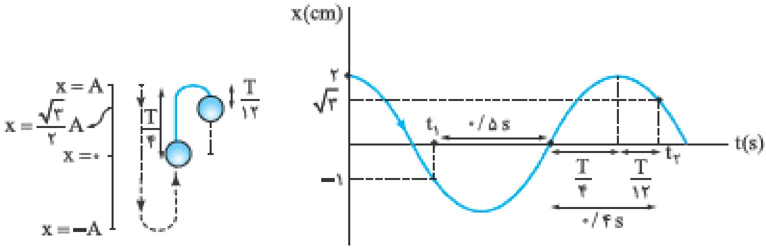
برای درک بهتر ماجرا به نمودار روبه‌رو و به مسیر نوسان‌کننده در شکل‌های مقابل نگاه کنید.



با توجه به شکل‌های مقابل، T را خیلی ساده به دست می‌آوریم:

$$\frac{T}{۶}+\frac{T}{۴}=۰/۵ \Rightarrow \frac{۵T}{۱۲}=۰/۵ \Rightarrow T=۱/۲\,s$$

گام دوم: حالا با بررسی بازهٔ ۰/۴ ثانیه‌ای، مکان نوسانگر را در پایان این بازه (همان لحظهٔ $t_۲$) مشخص می‌کنیم. این بازه را هم به دو قسمت تقسیم می‌کنیم. در قسمت اول نوسانگر از مکان $x=۰$ به مکان $x=A$ رسیده است، می‌دانیم برای این کار $\frac{T}{۴}=\frac{۱/۲}{۴}=۰/۳\,s$ زمان لازم است. قسمت دوم ادامهٔ این بازه است که $۰/۴-۰/۳=۰/۱s$ طول می‌کشد. توجه کنید که چون $T=۱/۲\,s$ است، $۰/۱\,s$ معادل $\frac{T}{۱۲}$ است. اگر نقاط پرکاربرد را در ذهنمان داشته باشیم، خیلی راحت به این نتیجه می‌رسیم که نوسانگر در این مدت از مکان $x=A$ به مکان $x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ می‌رسد. از طرفی چون دامنه $۲\,cm$ است، $x=\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ هم یعنی $x=\sqrt{۳}\,cm$. با این حساب، مکان نوسانگر در لحظهٔ $t_۲$، لحظهٔ پایان بازهٔ ۰/۴ ثانیه‌ای، مشخص شد. برای درک بهتر شکل‌های روبه‌رو را هم برایتان رسم کرده‌ایم.

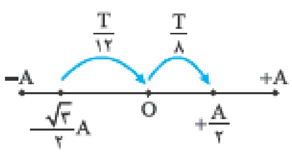


گام سوم: حالا سرعت متوسط را در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}t=t_۱ \Rightarrow x_۱=-۱\,cm\\ t=t_۲ \Rightarrow x_۲=\sqrt{۳}\,cm\end{cases}$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۳}-(-۱)}{۰/۴+۰/۵}=\frac{\sqrt{۳}+۱}{۰/۹}\simeq\frac{۱/۷+۱}{۰/۹}=\frac{۲/۷}{۰/۹}=۳\,cm/s$$

۹۱۱- گزینهٔ ۴ **گام اول:** دامنهٔ نوسان برابر $۲\,m$ است، پس مکان $-۰/۷\sqrt{۳}\,m$ همان $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ و مکان $۰/۷\,m$ همان $\frac{A}{۲}$ است. در واقع نوسانگر از مکان $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ به مکان $\frac{A}{۲}$ رفته است. در شکل روبه‌رو زمان حرکت نوسانگر در جابه‌جایی از $-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ تا مبدأ و از مبدأ تا $+\frac{A}{۲}$ نشان داده‌ایم. با توجه به فرمول $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ داریم:

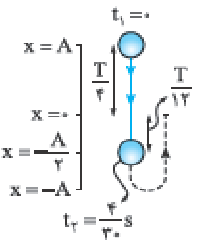


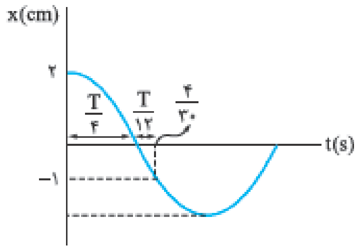
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{A}{۲}-(-\frac{\sqrt{۳}}{۲}A)}{\frac{T}{۶}+\frac{T}{۸}}=\frac{\frac{۱+\sqrt{۳}}{۲}A}{\frac{۷T}{۲۴}}=\frac{۱۲}{۷}(۱+\sqrt{۳})\frac{A}{T}$$

گام دوم: لحظهٔ نشان داده شده در نمودار $(۰/۳s)$ برابر $\frac{۳T}{۴}$ است. پس می‌توانیم T را هم حساب کنیم و در رابطهٔ صفحهٔ قبل قرار دهیم: $\frac{۳T}{۴} = ۰/۳ \Rightarrow T = ۰/۴s$

$$v_{av} = \frac{۱۲}{۷}(۱+۱/۷) \times \frac{۱/۴}{۰/۴} = ۱۶/۲\ m/s$$

۹۱۲- گزینهٔ ۲ **گام اول:** ابتدا با استفاده از داده‌های روی نمودار دورهٔ تناوب نوسان (T) را حساب می‌کنیم. این کار را به دو روش انجام می‌دهیم:





روش اول: در لحظهٔ $t_۱ = ۰$ نوسانگر در مکان $x = ۲\,cm$ که همان $x = A$ است، قرار دارد و در لحظهٔ $t_۲ = \frac{۴}{۳۰}s$ نوسانگر برای اولین بار از مکان $x = -۱\,cm$ عبور می‌کند. **حواستان باشد** چون $A = ۲\,cm$ است، این نقطه معادل $x = -\frac{A}{۲}$ است. در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ ابتدا نوسانگر از $x = A$ به $x = ۰$ رسیده است. این جابه‌جایی $\frac{T}{۴}$ ثانیه طول می‌کشد و در ادامه هم از مکان $x = ۰$ به $x = -\frac{A}{۲}$ جابه‌جا شده است. این جابه‌جایی هم $\frac{T}{۱۲}$ ثانیه طول می‌کشد. پس باید لحظهٔ $t_۲ = \frac{۴}{۳۰}s$ معادل $\frac{T}{۴} + \frac{T}{۱۲} = \frac{T}{۳}$ باشد. شکل‌های بالا برای درک بهتر ماجرا کمکتان می‌کند.

$$\frac{T}{۴} + \frac{T}{۱۲} = \frac{۴}{۳۰} \Rightarrow \frac{T}{۳} = \frac{۴}{۳۰} \Rightarrow T = ۰/۴s$$

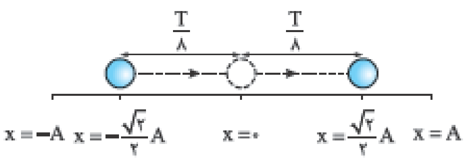
روش دوم: در این روش برای به دست آوردن دورهٔ تناوب قرار است از معادلهٔ مکان ـ زمان یعنی $x = A\cos(\omega t)$ به اضافهٔ کمی مثلثات استفاده کنیم.

می‌دانیم در لحظهٔ $t = \frac{۴}{۳۰}s$ مکان متحرک برای بار اول برابر $x = -۱\,cm$ شده است. پس:

$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow[t=\frac{۴}{۳۰}s]{x=-۱\,cm,\ A=۲\,cm} -۱ = ۲\cos(\omega \times \frac{۴}{۳۰}) \Rightarrow \cos(\frac{۴\omega}{۳۰}) = -\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{اولین مرتبه}} \frac{۴\omega}{۳۰} = \frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow \omega = ۵\pi\ rad/s$$

با توجه به فرمول $\omega = \frac{۲\pi}{T}$ می‌توانیم بنویسیم: $\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow ۵\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۰/۴s$

گام دوم: حالا می‌خواهیم بیشترین مقدار سرعت متوسط متحرک را در بازه‌ای به اندازهٔ $\frac{T}{۴}$ به دست بیاوریم. قبلاً از این تست‌ها زیاد حل کرده‌ایم و روش حل را می‌دانیم. بیشترین سرعت متوسط در یک بازهٔ زمانی با اندازهٔ مشخص، زمانی به دست می‌آید که حرکت به طور متقارن حول نقطهٔ تعادل باشد، یعنی $\frac{T}{۸}$ ثانیه قبل از نقطهٔ تعادل تا $\frac{T}{۸}$ ثانیه بعد از نقطهٔ تعادل.

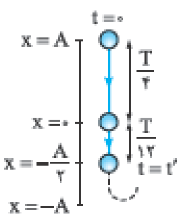


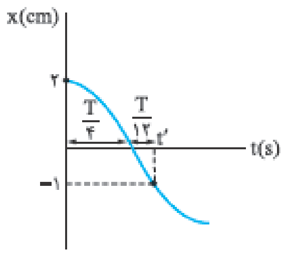
حتماً می‌دانید که اگر متحرک روی نقطهٔ تعادل باشد، $\frac{T}{۸}$ ثانیه بعد به مکان $x = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ می‌رسد. برای درک بهتر به شکل مقابل نگاه کنید:

در این شکل داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(\frac{\sqrt{۲}}{۲}A) - (-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A)}{۲(\frac{T}{۸})} = \frac{\sqrt{۲}A}{\frac{T}{۴}} = ۴\sqrt{۲}\frac{A}{T} \xrightarrow[T=۰/۴\,s]{A=۲\,cm=۰/۰۲\,m} v_{av} = ۴\sqrt{۲} \times \frac{۰/۰۲}{۰/۴} = \frac{\sqrt{۲}}{۵}\ m/s$$

۹۱۳- گزینهٔ ۱ **روش اول:** **گام اول:** لحظه‌ای را که دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند، لحظهٔ t' در نظر می‌گیریم. حرکت هر نوسانگر را جداگانه در نظر گرفته و t' را برحسب دورهٔ تناوب هر یک از نوسانگرها (T_A و T_B) به دست می‌آوریم. ابتدا حرکت نوسانگر A را بررسی می‌کنیم. در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = t'$ نوسانگر A از مکان $x = ۲\,cm = A$ برای اولین بار به مکان $x = -۱\,cm = -\frac{A}{۲}$ رسیده است. این حرکت را به دو قسمت تقسیم می‌کنیم، در قسمت اول نوسانگر از مکان $x = A$ به مکان $x = ۰$ رسیده است. می‌دانیم این حرکت $\frac{T}{۴}$ ثانیه طول می‌کشد. در ادامه نوسانگر از مکان $x = ۰$ به مکان $x = -\frac{A}{۲}$ رسیده است. این جابه‌جایی هم در $\frac{T}{۱۲}$ ثانیه اتفاق می‌افتد (نقاط پرکاربرد یادتان هست؟). پس کل این حرکت در $\frac{T}{۴} + \frac{T}{۱۲} = \frac{T}{۳}$ ثانیه اتفاق می‌افتد. بنابراین نتیجه می‌گیریم: $t' = \frac{T_A}{۳}$. این برای که ماجرا را بهتر درک کنید به شکل‌های مقابل نگاه کنید:





گام دوم: حالا حرکت نوسانگر B را در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = t'$ بررسی می‌کنیم. در لحظهٔ t' نوسانگر برای دومین مرتبه از مکان $x = -\frac{A}{۲}$ عبور کرده است. این جابه‌جایی را به سه قسمت تقسیم می‌کنیم:

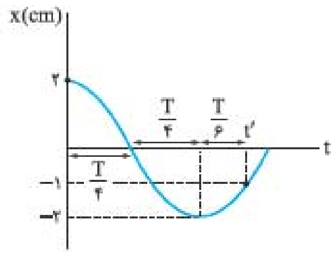
قسمت اول: از $x = A$ به $x = ۰$ در مدت‌زمان $\frac{T_B}{۴}$.

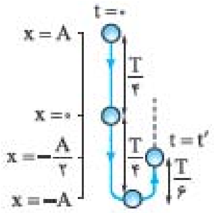
قسمت دوم: از $x=۰$ به $x=-A$ در مدت‌زمان $\frac{T_B}{۴}$.

قسمت سوم: از $x=-A$ به $x=-\frac{A}{۲}$ در مدت‌زمان $\frac{T_B}{۶}$.

بنابراین کل این حرکت در $\frac{T_B}{۴}+\frac{T_B}{۴}+\frac{T_B}{۶}=\frac{۲T_B}{۳}$ ثانیه انجام می‌شود. پس نتیجه می‌گیریم: $t'=\frac{۲T_B}{۳}$.

شکل‌های زیر در درک بهتر موضوع کمکتان می‌کند:





گام سوم: تا این‌جای کار نتیجه گرفتیم که: $t'=\frac{T_A}{۳}$ و $t'=\frac{۲T_B}{۳}$. حالا می‌نویسیم:

$$\begin{cases} t'=\frac{T_A}{۳}\\ t'=\frac{۲T_B}{۳}\end{cases} \Rightarrow \frac{T_A}{۳}=\frac{۲T_B}{۳} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B}=۲ \xrightarrow{f=\frac{۱}{T}} \frac{f_A}{f_B}=\frac{۱}{۲}$$

روش دوم: می‌توانیم تست را با استفاده از معادلهٔ حرکت نوسانگر ($x=A\cos(\omega t)$) و کمی مثلثات هم حل کنیم. در لحظهٔ t' مکان نوسانگر A برای اولین مرتبه و مکان نوسانگر B برای دومین مرتبه برابر $x=-۱\,cm$ شده است.

$$x=A\cos(\omega t) \xrightarrow{A=۲\,cm} \begin{cases} \text{نوسانگر A}: x_A=۰/۰۲\cos(\omega_A t)\\ \text{نوسانگر B}: x_B=۰/۰۲\cos(\omega_B t)\end{cases}$$

حالا روی لحظهٔ t' تمرکز می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_A=۰/۰۲\cos(\omega_A t) \xrightarrow[t=t']{x_A=-۰/۰۱\,cm} -۰/۰۱=۰/۰۲\cos(\omega_A t') \Rightarrow \cos(\omega_A t')=-\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{اولین مرتبه}} \omega_A t'=\frac{۲\pi}{۳}\\ x_B=۰/۰۲\cos(\omega_B t) \xrightarrow[t=t']{x_B=-۰/۰۱\,cm} -۰/۰۱=۰/۰۲\cos(\omega_B t') \Rightarrow \cos(\omega_B t')=-\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{دومین مرتبه}} \omega_B t'=\frac{۴\pi}{۳}\end{cases}$$

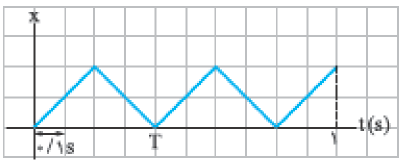
دو نتیجهٔ بالا را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{\omega_A t'}{\omega_B t'}=\frac{\frac{۲\pi}{۳}}{\frac{۴\pi}{۳}}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{\omega_A}{\omega_B}=\frac{۱}{۲} \xrightarrow{\omega=۲\pi f} \frac{f_A}{f_B}=\frac{۱}{۲}$$

۹۱۴- گزینهٔ «۳» **گام اول:** در لحظهٔ $t=t_1$ سرعت نوسانگر مثبت است. پس نوسانگر در این لحظه در جهت مثبت محور x در حال حرکت است. پس یا ۱ درست است یا ۳.

گام دوم: در لحظهٔ $t=t_1$ سرعت نوسانگر در حال افزایش است، پس متحرک باید در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ تعادل (نقطهٔ O) باشد؛ بنابراین ۳ درست است.

۹۱۵- گزینهٔ «۴» **گام اول:** برای تشخیص این‌که آیا این حرکت نوسانی دوره‌ای است یا نه، باید به این سؤال پاسخ بدهیم: «آیا این حرکت در بازه‌های زمانی مساوی عیناً تکرار می‌شود؟» با کمی دقت به نمودار پاسخ واضح است: بله! بنابراین ۱ نادرست است.



گام دوم: دورهٔ تناوب را به دست می‌آوریم. در نمودار داده‌شده هر ۱۰ واحد افقی برابر ۱s است. پس هر واحد افقی معادل ۰/۱s است. حالا به همین شکل، دورهٔ تناوب (T) را مشخص می‌کنیم:

$T=۴\times(\text{هر واحد محور افقی})=۴\times۰/۱=۰/۴\,s$

با این حساب، ۲ هم درست نیست.

گام سوم: حالا به سراغ محاسبهٔ بسامد می‌رویم، البته برحسب چرخه بر دقیقه!

$$f=\frac{۱}{T}=\frac{۱}{۰/۴}=۲/۵\,Hz=۲/۵\,\frac{\text{چرخه}}{\text{ثانیه}}=۲/۵\,\frac{\text{چرخه}}{\text{ثانیه}}\times\frac{۶۰\text{ ثانیه}}{\text{دقیقه}}=۱۵۰\,\frac{\text{چرخه}}{\text{دقیقه}}$$

۳ هم نادرست است.

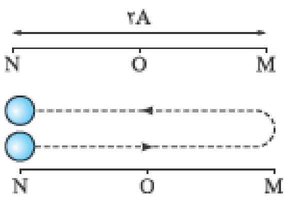
گام چهارم: واضح است که ۴ باید درست باشد. ولی برای این‌که خیال شما راحت باشد، درستی آن را نشان می‌دهیم:

در گام سوم به این نتیجه رسیدیم که در هر دقیقه ۱۵۰ چرخه طی می‌شود. به نمودار دقت کنید که در هر چرخه متحرک یک بار از مبدأ مکان عبور می‌کند، پس در هر دقیقه متحرک ۱۵۰ بار از مبدأ عبور می‌کند.

۹۱۶- گزینهٔ «۴» بیشترین مقدار شتاب و نیروی وارد بر نوسانگر در جایی اتفاق می‌افتد که فنر بیشترین فشردگی یا کشیدگی را داشته باشد، یعنی در نقطه‌های بازگشت. کم‌ترین مقدار تندی یعنی صفرشدن تندی متحرک هم، در لحظه‌ای اتفاق می‌افتد که نوسانگر در حال تغییر جهت است، یعنی در نقطه‌های بازگشت!

۹۱۷- گزینهٔ «۲» در لحظه‌ای که طول فنر ۲۰ cm است، فنر کمی فشرده شده است (*چون که ۲۰ به ۱۸ نزدیک‌تره در مقایسه با ۲۴*). بنابراین نیرویی که فنر به جسم وارد می‌کند، به طرف پایین و در نتیجه شتاب جسم هم به طرف پایین است. دقت کنید که نوع حرکت یا جهت حرکت اهمیتی برایمان ندارد.

۹۱۸- گزینهٔ «۲» **گام اول:** طول پاره‌خط نوسان دو برابر دامنه است. پس:

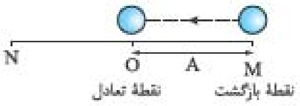


$۲A=۲۰\,cm \Rightarrow A=۱۰\,cm=۰/۱\,m$

گام دوم: در هر نوسان، پاره‌خط نوسان دو بار طی می‌شود، یعنی ۴۰ بار طی‌شدن مسیر نوسان، معادل ۲۰ نوسان کامل است. بنابراین در هر دقیقه ۲۰ نوسان کامل انجام می‌شود. پس:

$T=\frac{t}{n}=\frac{۶۰}{۲۰}=۳\,s$

گام سوم: در شکل روبه‌رو نوسانگر از نقطهٔ بازگشت برای اولین بار به نقطهٔ تعادل رسیده است. برای محاسبهٔ سرعت متوسط باید اندازهٔ جابه‌جایی و زمان سپری‌شده در این حرکت را به دست بیاوریم:



$$|\Delta x| = A = ۱۰\,cm = ۰/۱\,m$$

$$\Delta t = \frac{۱}{۴}T = \frac{۱}{۴} \times ۳ = \frac{۳}{۴}\,s$$

حالا به سراغ فرمول $|\vec{v}_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t}$ می‌رویم.

$$|\vec{v}_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{۰/۱}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۲}{۱۵}\,m/s$$

۹۱۹- **گزینهٔ ۳** **گام اول:** ابتدا دورهٔ تناوب (T) و در ادامه لحظه‌هایی که نوسانگر تغییر جهت می‌دهد را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \xrightarrow{\omega = \frac{\pi}{۲}} \frac{\pi}{۲} = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۴\,s$$

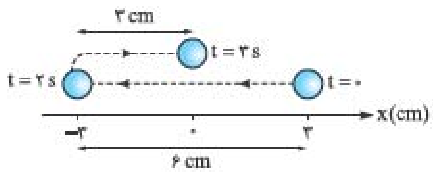
$$\text{لحظه‌های تغییر جهت} = n \times \frac{T}{۲} = ۲n \quad (n \in N) \Rightarrow \text{لحظه‌های تغییرجهت} = ۲s, ۴s, ۶s, \ldots$$

گام دوم: در بازهٔ زمانی $۰ < t < ۳\,s$ فقط یک تغییر جهت اتفاق افتاده است. بنابراین مسیر حرکت نوسانگر به شکل مقابل است.

$$t = ۰ \rightarrow x = +۰/۰۳\,m = ۳\,cm$$

$$t = ۲ \rightarrow x = -۰/۰۳\,m = -۳\,cm$$

$$t = ۳ \rightarrow x = ۰$$

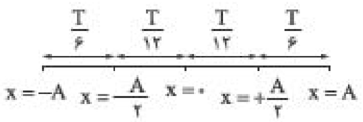


شکل بالا نشان می‌دهد که مسافت طی‌شده برابر است با: $d = ۶\,cm + ۳\,cm = ۹\,cm$

حواستون باشه! اگر کار می‌تونستیم این‌طوری تموم کنیم. تو بازهٔ $۰ < t < ۳\,s$، نوسانگر ۳ تا دامنه طی کرده، پس:

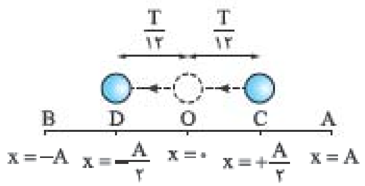
$$d = ۳A = ۳ \times ۳\,cm = ۹\,cm$$

۹۲۰- **گزینهٔ ۱** *اگه شکل روبه‌رو تو ذهنت باشه، خیلی سریع تست رو حل می‌کنی! قول می‌دم!*



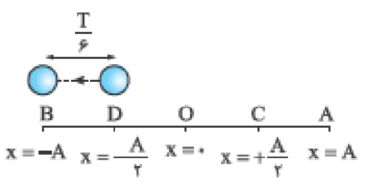
گام اول: برای این‌که متحرک فاصلهٔ CD را طی کند، باید مسیری به شکل مقابل داشته باشد. زمان لازم برای طی این مسیر را برحسب دورهٔ تناوب نوسان تعیین می‌کنیم:

$$t_۱ = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۱۲} = \frac{T}{۶}$$



گام دوم: حالا به مسیر DB می‌پردازیم:

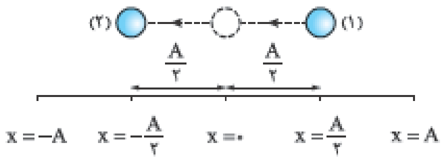
$$t_۲ = \frac{T}{۶}$$



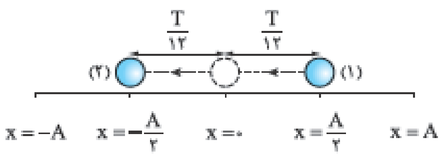
گام سوم: با توجه به دو گام قبلی داریم:

$$\frac{t_۱}{t_۲} = \frac{\frac{T}{۶}}{\frac{T}{۶}} = ۱$$

۹۲۱- **گزینهٔ ۳** طبق فرمول $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ بیشینهٔ اندازهٔ سرعت متوسط، وقتی ایجاد می‌شود که Δt تا حد ممکن کوچک باشد (دقت کنید که $\Delta x = A$ و ثابت است). برای این‌که Δt کوچک باشد، باید سراغ نقاطی برویم که تندی نوسانگر در آن‌جا بیشتر است، یعنی حوالی نقطهٔ تعادل. حتماً خودتان زودتر از ما حدس زده‌اید که کم‌ترین زمان ممکن برای شرایطی است که نوسانگر فاصله‌ای به اندازهٔ A طی کند، به طوری که نقطهٔ تعادل وسط این مسیر باشد؛ به شکل مقابل:



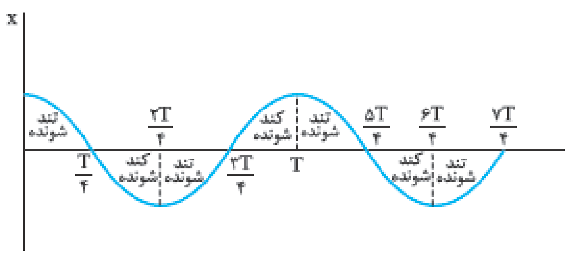
زمان لازم برای رسیدن از مکان $x = \frac{A}{۲}$ به مکان $x = ۰$ برابر است با $\frac{T}{۱۲}$. بنابراین شکل بالا را به شکل مقابل تغییر می‌دهیم:



زمان لازم برای جابه‌جایی بالا برابر است با: $\Delta t = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۱۲} = \frac{T}{۶}$. بنابراین برای محاسبهٔ سرعت متوسط داریم:

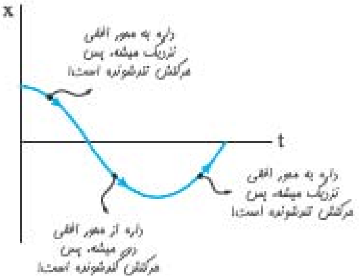
$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{A}{\frac{T}{۶}} = \frac{۶A}{T}$$

۹۲۲- **گزینهٔ ۴** **گام اول:** نوع حرکت متحرک (پس از لحظهٔ شروع حرکت، یعنی $t = ۰$) ابتدا تندشونده است و پس از هر $\frac{T}{۴}$ ثانیه عوض می‌شود. این موضوع را در نمودار مقابل مشخص کرده‌ایم:

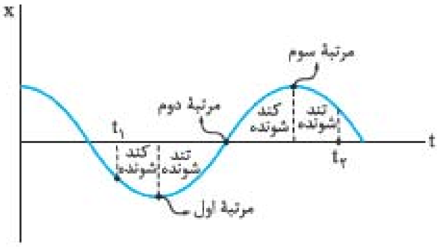


حواستون باشه! *می‌تونید اینجوری حفظ کنید برا خودتون! تو نمودار مکان ـ زمان حرکت هماهنگ ساده تو لحظه‌هایی که در حال نزدیک‌شدن به محور افقی هستیم، حرکت تندشونده است و تو لحظه‌هایی که در حال دورشدن از محور افقی هستیم، حرکت نوسانگر کندشونده است.*

با توضیحات بالا نتیجه می‌گیریم در نمودار داده‌شده در تست (شکل مقابل)، نوع حرکت متحرک ۳ بار عوض می‌شود.

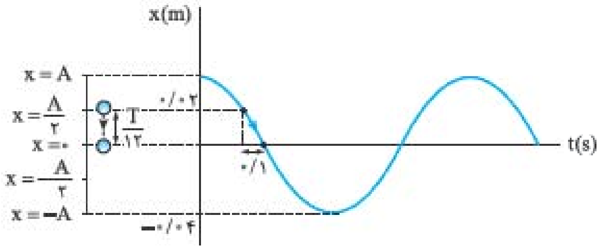


گام دوم: برایند نیروهای وارد بر نوسانگر در لحظه‌های عبور از نقطهٔ تعادل صفر شده و تغییر جهت می‌دهد. در این بازهٔ زمانی نوسانگر یک بار از مبدأ عبور کرده است (چون نمودار محور افقی را یک بار قطع کرده است)، بنابراین جهت برایند نیروهای وارد بر نوسانگر یک مرتبه عوض می‌شود.



۹۲۳- گزینهٔ ۱ **روش اول: گام اول:** دامنهٔ حرکت برابر $۰/۰۴\,m$ و نوسانگر در نقطهٔ مشخص‌شده در نمودار در مکان $x = ۰/۰۲\,m$ است، پس در این نقطه $x = \frac{A}{۲}$ است. به سراغ نقاط پرکاربرد می‌رویم و مسیر حرکت نوسانگر را در کنار نمودار آن رسم می‌کنیم. دقت کنید که $۰/۱\,s$ زمان لازم است تا نوسانگر از مکان $x = \frac{A}{۲}$ به مکان $x = ۰$ برسد. حتماً می‌دانید که این فاصلهٔ زمانی باید برابر $\frac{T}{۱۲}$ باشد. بنابراین:

$$\frac{T}{۱۲} = \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow T = \frac{۶}{۵}\,s$$

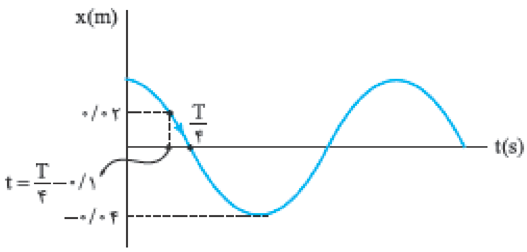


گام دوم: با داشتن دورهٔ تناوب، ابتدا بسامد زاویه‌ای (ω) را حساب کرده و بعد معادلهٔ مکان ـ زمان را مشخص می‌کنیم:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\frac{۶}{۵}} = \frac{۵\pi}{۳}\,rad/s$$

$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow[\omega = \frac{۵\pi}{۳}\,rad/s]{A = ۰/۰۴\,m} x = ۰/۰۴\cos(\frac{۵\pi}{۳}t)$$

روش دوم: گام اول: می‌دانیم در لحظهٔ $t = \frac{T}{۴}$، نوسانگر برای اولین بار از نقطهٔ تعادل عبور می‌کند (یعنی در نمودار مکان ـ زمان در لحظهٔ $t = \frac{T}{۴}$ برای اولین بار محور افقی قطع می‌شود) بنابراین همان‌طور که در نمودار مقابل می‌بینید در لحظهٔ $t = \frac{T}{۴} - ۰/۱$ متحرک برای اولین بار در مکان $x = ۰/۰۲\,m$ قرار گرفته است، بنابراین:



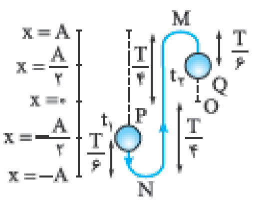
$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow[x = ۰/۰۲\,m]{A = ۰/۰۴\,m} ۰/۰۲ = ۰/۰۴\cos(\omega t)$$

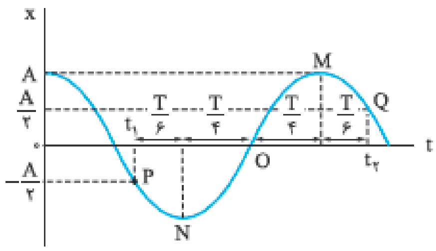
$$\Rightarrow \cos(\omega t) = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{اولین مرتبه}} \omega t = \frac{\pi}{۳}$$

$$\xrightarrow[\omega = \frac{۲\pi}{T}]{t = \frac{T}{۴} - ۰/۱} \frac{۲\pi}{T}(\frac{T}{۴} - ۰/۱) = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow T = \frac{۶}{۵}\,s$$

گام دوم: گام دوم روش اول را بخوانید!

۹۲۴- گزینهٔ ۲ **روش اول:** حرکت متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 را به ۴ قسمت تقسیم می‌کنیم و زمان سپری‌شده در هر قسمت را با توجه به نقاط پرکاربردی که حتماً می‌شناسید، برحسب دورهٔ تناوب، مشخص می‌کنیم. این ۴ قسمت را در مسیر نوسان و نمودار مکان ـ زمان نشان داده‌ایم.





$P \rightarrow N$: نوسانگر از نقطهٔ $x = -\frac{A}{۲}$ به نقطهٔ $x = -A$ می‌رسد، این جابه‌جایی در مدت‌زمان $\frac{T}{۶}$ اتفاق می‌افتد.

$N \rightarrow O$: نوسانگر از نقطهٔ $x = -A$ به نقطهٔ $x = ۰$ می‌رسد، این جابه‌جایی در مدت‌زمان $\frac{T}{۴}$ اتفاق می‌افتد.

$O \rightarrow M$: نوسانگر از نقطهٔ $x = ۰$ به نقطهٔ $x = A$ می‌رسد، این جابه‌جایی در مدت‌زمان $\frac{T}{۴}$ اتفاق می‌افتد.

$M \rightarrow Q$: نوسانگر از نقطهٔ $x = A$ به نقطهٔ $x = \frac{A}{۲}$ می‌رسد، این جابه‌جایی در مدت‌زمان $\frac{T}{۶}$ اتفاق می‌افتد.

حالا $t_2 - t_1$ را حساب می‌کنیم:

$$t_2 - t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{10T}{12} = \frac{5T}{6}$$

روش دوم: در این روش، به سراغ معادلهٔ حرکت می‌رویم و مکان نوسانگر در لحظه‌های t_1 و t_2 را در آن جای‌گذاری می‌کنیم.

$$x = A\cos(\omega t) \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} x = A\cos(\frac{2\pi}{T} t)$$

$$\begin{cases} t = t_1 \\ x = -\frac{A}{2} \text{(اولین مرتبه)} \end{cases} \Rightarrow -\frac{A}{2} = A\cos(\frac{2\pi}{T} t_1) \Rightarrow \cos(\frac{2\pi}{T} t_1) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_1 = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{3}$$

$$\begin{cases} t = t_2 \\ x = \frac{A}{2} \text{(سومین مرتبه)} \end{cases} \Rightarrow \frac{A}{2} = A\cos(\frac{2\pi}{T} t_2) \Rightarrow \cos(\frac{2\pi}{T} t_2) = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} t_2 = \frac{7\pi}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{7T}{6}$$

حالا:

$$t_2 - t_1 = \frac{7T}{6} - \frac{T}{3} = 5\frac{T}{6}$$