

برنامه پروردگار مهرماه

دهم

امتحانوفون

آخرین راه برای موفقیت در امتحان

ریاضی و آمارا

انسانی

مهردادی شکوری هوجقانی، امین امینی

براساس بارمبنری
مخصوص آزمون دیگردی



مقدمه

امسال، اولین سالیه که پایه‌ی دهم کار خودشو شروع کرده و چون تا حالا از کتابای درسی دهم، امتحانی گرفته نشده و نمونه سوال هم وجود نداره، بنابراین همه‌ی دانش‌آموزای سال دهم، با نزدیک شدن فصل امتحانا، استرس اینو دارن که چه جوری برای امتحان آماده بشن؟ چطوری درس بخونن؟ کدوم بخش کتاب درس مهمتره؟ سؤالاً چطوری طرح منشنه؟ و ...

به خاطر همین، هم دانش‌آموزا و هم معلّما به کتابی نیاز دارن که تو امتحاناتی نوبت اول و پایان سال، بهشون کمک کنه. برای تولید کتابی که برای موفقیت در امتحان بتونه به بچه‌ها کمک کنه، همه‌ی سعی و تلاشمنو به کار گرفتیم و کتابی آماده کردیم با عنوان «امتحانوفن» (بروزن استامینوفن) تا با خوردن! بیخشید خوندن اون، مشکلتون حل بشه. تو این کتاب ۱۰ سری آزمون با رعایت استانداردهای لازم و بارم‌بندی مصوب آموزش و پرورش برای امتحانات نوبت اول و پایان سال، طراحی و تنظیم شده؛ ۳ آزمون برای نوبت اول (امتحانات دی‌ماه) و ۷ آزمون برای امتحانات پایان سال، به همراه یه خلاصه درس کپسولی و کاربردی که همه‌ی مطالب مهم کتاب درسی رو پوشش منده و شمارو برای امتحان آماده منکنه.

در طراحی این کتاب، به این موارد توجه ویژه کرده‌ایم:

- ۱ سؤال‌های از نظر ظاهر و محتوا، منطبق بر بودجه بندی اعلام شده آموزش  پاسخ‌نامه مثل راهنمای تصحیح آموزش و پرورش برای امتحانات و پرورش و شبیه پرسش‌های امتحانات نهایی و هماهنگ کشوری باشه. هماهنگ باشه.
- ۲ بارم‌بندی سؤالاً و حتی ریزبارم‌ها (در پاسخ‌نامه) مشخص شده  توی پاسخ‌نامه، هر جا لازم بوده، توضیحات بیشتر و تکمیلی داخل باشه تا بدونید هر قسمت از پاسخ چقدر نمره داره.
- ۳ مجموعه‌ی آزمون‌ها، کل کتاب درسی رو پوشش بدنه  هر جا که لازم دیدیم، مشاوره‌ی آموزشی برای مطالعه‌ی مفیدتر جهت موفقیت در امتحان ارائه کردیم.

درس ریاضی از اون دسته درس‌هایی که بچه‌ها میونه‌ی خوبی باهش ندارن. مخصوصاً وقتی که بعد از چند بار خوندن، منین که نتونستن به اون اندازه که برای این درس زحمت کشیدن، نمره‌ی خوبی بگیرن. این‌جا برای دانش‌آموزای عزیز رشتہ انسانی که به خاطر ماهیت درس‌های تحلیلی مثل ریاضی دارین، نمودیش تری داره. امّا تجربه‌ی تدریس، همیشه ثابت کرده که با روش‌های آموزش درست و خوب، هم منتونیم باعث ایجاد و افزایش انگیزه و علاقه‌ی دانش‌آموز به مطالعه‌ی این درس بشیم و پیشرفت یادگیری اون روتضیم کنیم. اون‌جایی که ماتوانایی دسترسی به همه‌ی شما برو بچه‌های کلاس دهم رشتہ انسانی رو نداریم، هدف آموزش خودمون رو در قالب کتاب حاضر در اختیارتون قراردادیم تا همه‌ی شما فرصت دسترسی به اون رو داشته باشین. با توجه به تغییرات به وجود اومده در کتاب درسی امسال، ما تمام تلاشمنو کردیم که برای شب امتحانتون کتابی بنویسیم که هم تمام مطالب کتاب درسی رو پوشش بده و هم در زمان کم بتونین به راحتی درس رو یاد بگیرین، تمرین‌های کافی و مناسب حل کنین و بعدش با خیال راحت ببرید سر جلسه‌ی امتحان و نمره‌ی بیست بگیرید. بله؛ دقیقاً نمره‌ی ۲۰.

مشاوره

برای گرفتن نمره‌ی ۲۰، لازمه که در مطالعه، یه مسیر مهندسی شده رو پیش بگیرین. واسه همین لازمه اول با کتاب درسی، بیشتر آشنا بشین:
فصل اول:

شالوده‌ی این فصل و فصل بعدی بر پایه‌ی اتحادهای است. شما باید شکل‌های مختلف اتحادهای رو بدونید، پس قبل از هر چیز فرمول اتحادهای مختلف رو حفظ کنید و با حل مثال‌های متنوع با کاربرد این اتحادهای آشنا بشید. مبحث مثلث خیام بیشتر برای به دست آوردن ضرایب جملات با توان‌های مختلف دو جمله‌ای کاربرد دارد. با این حال خوبه که نکات دیگه‌ی مربوط به اون رو هم بدونید. مهم‌ترین مبحث این فصل عبارات گویاست که پای ثابت سؤالای آزمون‌هاست. جمع و تفریق عبارات گویا بیشترین نمره از این مبحث رو به خودش اختصاص منده.

فصل دوم

شما تو این فصل با معادله‌های درجه اول و دوم آشنا منشید. تو آزمون‌ها از معادلات درجه دوم به خاطر تنوع مطالب سؤال‌های بیشتری مطرح منشه. تو مبحث روش‌های مختلف حل معادلات درجه دوم به روش مربع کامل و تشکیل  توجه ویژه‌تری داشته باشین. یکی دیگه از مباحث مهم این فصل کاربرد معادلات درجه اول و دوم هست. مهم‌ترین نکته که در حل این مسائل باید به خاطر داشته باشین اینه که شما بتونین اطلاعات داده شده در سؤال رو به شکل ریاضی (فرمول) بنویسین مبحث حل معادلات شامل عبارت‌های گویا در واقع همون روند جمع و تفریق عبارات گویا رو داره، با این تفاوت که این‌جا برای متغیر موجود در مسأله مقدار مشخص به دست من آورد.

فصل سوم

در این فصل با مبحث تابع آشنا می‌شیم. قبل از هر چیز باید مفهوم و تعریف تابع را به خوبی درک کنیم. میزان یادگیری شما تو این فصل رابطه‌ی تنگاتنگی با همین تعریف به خطی داره. از بخش‌های مهم این فصل در امتحانات، شکل تابع، زوج‌های مرتب و نمودارها، ضابطه‌ی جبری تابع و به دست آوردن دامنه و برد تابع هست. با مطالعه‌ی دقیق نکات گفته‌شده تو درس‌نامه و استفاده از آن‌ها در حل سؤالات به راحتی من‌تونین به همه‌ی سؤال‌ای این قسمت تو آزمون‌ها پاسخ بدین. مبحث دیگه‌ای که بخش زیادی از سؤال‌ای این فصل در آزمون‌ها رو پوشش من‌ده، رسم نمودار توابع درجه اول و دوم هست. روند گام به گام رسم نمودار (به همون شکل که تو درس‌نامه گفته شده) تنها نکته‌ایه که برای حل سؤال‌ها به اون احتیاج دارین.

فصل چهارم

توصیه من کنم درس‌نامه‌ی کپسولی مربوط به این فصل رو قبل از خواندن کتاب درسی بخونین چون انسجام و تفکیک بهتر مطالب گفته‌شده کمک زیادی من کنه که اسیر گنگی مباحث این فصل نشین. این فصل شامل دو بخش هست. بخش اول شامل تعاریف و مفاهیم بوده و با این‌که اهمیت اون توی امتحان از بخش دوم که شامل مباحث ریاضی مربوط به علم آمار کمتره ولی باید زمان بیشتری برای مطالعه‌ی اون در نظر بگیرین. مخصوصاً قسمت متغیرها و مقیاس‌های اندازه‌گیری!!!

توصیه من به شما اینه که برای تفکیک بهتر این مطالب سعی کنین این مقیاس‌ها رو با هم مقایسه کنین و با مرور مثال‌های ذهنی مختلف، باعث تثبیت بهتر مباحث توی ذهنتون بشین. بخش دوم مسائل این فصل به طور عمده بر پایه‌ی ریاضیات است. پس با حفظ فرمول و دونستن نکات و مفاهیم مربوط به اون‌ها خیال‌تون از بابت حل سؤال‌ای این بخش راحت باشه.

فصل پنجم

رسم نمودار برای نشون دادن داده‌ها، اصلی‌ترین قسمت این فصل هست. شما باید ویژگی‌ها و کاربردهای هر نمودار رو بدونین تا بتونین اونو رسم کنین. همه‌ی نمودارها اهمیت تقریباً یکسانی دارن.

ویژگی‌های منحصر به فرد این کتاب

به طور کلی کتاب درسی بهترین مرجع برای مطالعه‌ی درس هست. بنابراین ویژگی مهمی که باعث تأثیرگذاری بیشتریه کتاب کمک‌درسی من شه اینه که روند آموزشی اون کتاب منطبق با کتاب درسی باشه. کتاب حاضر هم از این قاعده مستثنی نیست. درس‌نامه‌ی این کتاب شامل چکیده‌ی مطالبی است که در اون از گفتن جزئیات بی‌اهمیت، نکات غیرضروری و اضافی خودداری کردیم و شیوه‌ی تدریس به‌گونه‌ای است که هر دانش‌آموز با هر سطح یادگیری، با خوندنش بهترین نتیجه رو توی امتحانات من‌گیره.

نکته‌ی مهمی که در خوندن درس‌هایی مانند ریاضی باید در نظر بگیرید، اینه که تنها راه تثبیت کامل مطالب، حل سؤال‌های متفاوت و استاندارد بعد از خوندن درس‌نامه هست. آزمون‌های طراحی‌شده هم از نظر سطح سؤال‌ها و هم از لحاظ تنوع کاملاً مناسب نیاز داشت آموز برای امتحاناتی پایانی است. پاسخ‌نامه‌ی آزمون‌ها هم شامل حل کامل سؤال‌ها با ساده‌ترین و گویاترین روش است و همه‌ی تلاش‌مون رو کردیم که جواب‌ها ضمن حل مسئله، جنبه‌ی آموزشی هم داشته باشند تا با بررسی اون‌ها مفاهیم که یاد گرفتین تو ذهن‌تون تثبیت بشه.

نکات مهمی که باید برای مطالعه‌ی این کتاب در نظر بگیرید.

۱ قبل از هر چیز بارم‌بندی مربوط به هر فصل رو بینید تا با میزان اهمیت هر فصل در آزمون‌های نوبت اول و دوم آشنا بشین.

۲ درس‌نامه‌ی کپسولی مربوط به هر فصل رو بخوانید و بعد تمرین‌ها و فعالیت‌های کتاب درسی خود‌تون رو حل کنین.

۳ بعد از مطالعه‌ی کامل، آزمون‌های مربوط به هر نوبت رو حل کنین.

۴ جواب‌هاتون رو با پاسخ‌نامه‌ی مربوط به هر آزمون به صورت کامل مقایسه و اشکالات خود رو دقیقاً بررسی کنین.

۵ اگر تو حل سؤال‌ها مشکل داشتین دوباره درس‌نامه‌ی مربوط به اون قسمت رو بادقت بیشتری بخونین و مثال‌هارو مجدداً حل و تحلیل کنین.

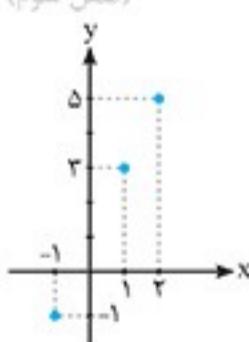
بارم‌بندی مصوب ۱۳۹۵-۹۶

پایان نوبت دوم و شهریور		پایان نوبت اول	
تا آخر کتاب		تا فصل ۳	
۴	۲	۶	فصل ۱
۴	۳	۷/۵	فصل ۲
۵	۲	۶/۵	فصل ۳: تا ص ۷۰
	۴		فصل ۳: درس‌های ۳ و ۴
۴	۵/۵		فصل ۴
۳	۳/۵		فصل ۵

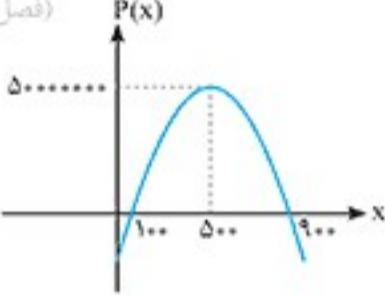
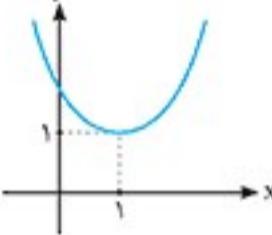
هم‌چنین از جناب آقای حسین چاکرالحسینی کمال تشکر روداریم که در تألیف این کتاب مثل همیشه ما رو از کمک و لطفشون بی‌نصیب نداشتیم.
مهدی شکوری هوجقانی - امین امینی



ردیف	سوالات	نمره
۱	جاهای خالی را پر کنید. $(\dots - \dots)(Z+2)(Z^2 - \dots + \dots) = (Z^2 - 9)(\dots - 2Z + \dots)$	۱/۵ (فصل اول)
۲	مقدار عددی عبارت زیر را با استفاده از اتحادها به دست آورید. 101×102	۱/۵ (فصل اول)
۳	کوچک‌ترین مضرب مشترک (ک.م.م) عبارت‌های زیر را بیابید. $x^2 - x - 2$ و $x^2 - 4x + 3$ (الف) $x^2 - xy$ و $x^2 - y^2$ (ب)	۱/۵ (فصل اول)
۴	عبارت گویایی بیابید که اگر با $\frac{2x}{(x^2 - 1)(x^2 - x + 1)}$ جمع شود عبارت $\frac{2x}{x^2 - 1}$ حاصل شود.	۲ (فصل اول)
۵	در یک ساختمان ۳ بنا و ۷ کارگر مشغول به کار هستند. اگر دستمزد کارگر باشد و در هر روز کارفرما مبلغ ۳۴۵ هزار تومان به مجموعه کارگران و بناها بدهد، دستمزد هر کارگر و بنا چقدر است؟	۱/۵ (فصل دوم)
۶	الف) دو معادله درجه دوم بنویسید که ریشه آنها -۲ و ۴ باشد و ب) دو معادله درجه دوم بنویسید که هر دو دارای ریشه مضاعف ۵ باشند.	۱/۵ (فصل دوم)
۷	مقادیر S و P را در معادله $x^2 + Sx + p = 0$ به گونه‌ای به دست آورید که مجموع ریشه معادله ۲ و حاصل ضرب آنها ۴ باشد. (فصل دوم)	۱
۸	در یک کارگاه تولید کیف پول، سود حاصل از تولید x کیف پول به صورت تابع $S(x) = -\frac{1}{10}x^2 + 8x - 37$ / ۵ می‌باشد. (فصل دوم) الف) به ازای تولید ۱۰ کیف پول در این کارگاه، چقدر سود حاصل می‌شود؟ ب) اگر هیچ کیف پولی تولید نشود چقدر سود حاصل می‌شود؟ پ) به ازای تولید چند کیف پول کارگاه به نقطه سر به سر خود می‌رسد؟	۱/۵
۹	طول ضلع مربعی را بیابید که مساحت آن ۴ واحد کمتر از محیطش باشد.	۱
۱۰	به ازای کدام مقدار a معادله زیر جواب ندارد؟	۱
	$\frac{4x^2 + 4x + 1}{x + a} = 0$	(فصل دوم)
۱۱	مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که رابطه f تابع باشد. $f = \{(2, a+b), (5, a-b), (2, 8), (5, 2)\}$	۱
۱۲	می‌دانیم مساحت دایره از رابطه $S = \pi r^2$ و محیط دایره از رابطه $P = 2\pi r$ به دست می‌آید؟ نمودار کدام یک از توابع $S(r)$ و $P(r)$ یک خط مستقیم است؟ چرا؟	۱ (فصل سوم)
۱۳	نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. ضابطه تابع f را بیابید.	۱/۵ (فصل سوم)





ردیف	سوالات	نمره
۱	حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 2y\right)^4$	۱
۲	کوچک‌ترین مضرب مشترک (ک.م.م) دو عبارت زیر را به دست آورید. $(x^7 - 8), (x - 2)$	۱
۳	نمودار سود شرکتی به شکل زیر است: الف) به ازای تولید چه تعداد کالا شرکت ضرر خواهد کرد? ب) به ازای تولید چه تعداد کالا شرکت بیشینه سود را خواهد داشت? 	۱/۵
۴	بررسی کنید که آیا می‌توان عددی یافت که حاصل جمع آن با معکوس خودش برابر $\frac{1}{2}$ شود؟	۱/۵
۵	برد تابع f را با توجه به دامنه داده شده بیابید. $\begin{cases} f : A \rightarrow B \\ f(x) = \sqrt{x+1} - 1 \end{cases}, \quad A = \{0, -1, 1, 2\}$	۱/۵
۶	مقادیر a را چنان بیابید که رابطه $\{(1, 3), (2, -4a) \text{ و } (3, a^2 + 5)\}$ معرف یک تابع باشد.	۱/۵
۷	الف) مقدار a را طوری بیابید که خط $y = ax + 2$ از نقطه $(5, 17)$ بگذرد. ب) نمودار این خط رارسم کنید.	۲
۸	مقادیر m و n را در سه‌معنی به معادله $y = 2x^2 + mx + n$ که نمودار آن به صورت زیر است بیابید. 	۱
۹	کدام یک از نمونه‌گیری‌های زیر، یک نمونه‌گیری تصادفی است؟ در هو یک واحدهای آماری، جامعه آماری و نمونه را مشخص کنید. الف) با تمام پلیس‌های یک پاسگاه پلیس برای پیدا کردن نظر آن‌ها راجع به تخلفات مصاحبه شد. ب) در هر یک از شعبات بانک کشاورزی در یک شهر، به ۱۰ نفر از مشتریان در ساعت‌های مختلف فرم سؤالاتی داده شد تا میزان رضایت خود از بانک را بیان کنند.	۲
۱۰	نوع متغیر را در هو یک از موارد زیر بیان کنید. الف) مدرک تحصیلی کارمندان یک شرکت (لیسانس، فوق لیسانس، دکتری) ب) نمرات آزمون نهایی درس زبان افراد یک کلاس	۰/۵
۱۱	سن تعدادی از افراد به صورت داده‌های زیر است. میانگین این داده‌ها برابر ۷ است. $\{2, 1, 8, b^2, 5b\}$ الف) مقدار b را به دست آورید. ب) میانه این داده‌ها برابر چند است؟	۱/۲۵

نمره	سوالات	ردیف																				
۲/۵	<p>(فصل پنجم)</p> <p>نمرات سه دانشآموز در چهار درس ریاضی، فیزیک، شیمی، و ادبیات در جدول زیر آمده است؟</p> <table border="1" data-bbox="879 445 1401 739"> <thead> <tr> <th data-bbox="879 445 1015 504">سیاوش</th><th data-bbox="1015 445 1106 504">آرمان</th><th data-bbox="1106 445 1196 504">محسن</th><th data-bbox="1196 445 1401 504">درس</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="879 504 1015 563">۱۹</td><td data-bbox="1015 504 1106 563">۱۸</td><td data-bbox="1106 504 1196 563">۱۶</td><td data-bbox="1196 504 1401 563">ریاضی</td></tr> <tr> <td data-bbox="879 563 1015 622">۱۸</td><td data-bbox="1015 563 1106 622">۱۴</td><td data-bbox="1106 563 1196 622">۱۸</td><td data-bbox="1196 563 1401 622">فیزیک</td></tr> <tr> <td data-bbox="879 622 1015 680">۱۷</td><td data-bbox="1015 622 1106 680">۱۹</td><td data-bbox="1106 622 1196 680">۱۴</td><td data-bbox="1196 622 1401 680">شیمی</td></tr> <tr> <td data-bbox="879 680 1015 739">۲۰</td><td data-bbox="1015 680 1106 739">۱۹</td><td data-bbox="1106 680 1196 739">۱۹</td><td data-bbox="1196 680 1401 739">ادبیات</td></tr> </tbody> <p>الف) نمودار را دارای این داده‌ها رارسم کنید. ب) آیا می‌توان نمودار حبابی این داده‌ها رارسم کرد؟ چرا؟ پ) نمودار را دارای دانشآموزی رارسم کنید که معدل ۲۰ دارد. ت) نمودار حبابی را برای سه درس ریاضی، فیزیک و شیمیرسم کنید. (شیمی را بعنوان متغیر سوم در نظر بگیرید.)</p> </table>	سیاوش	آرمان	محسن	درس	۱۹	۱۸	۱۶	ریاضی	۱۸	۱۴	۱۸	فیزیک	۱۷	۱۹	۱۴	شیمی	۲۰	۱۹	۱۹	ادبیات	۱۳
سیاوش	آرمان	محسن	درس																			
۱۹	۱۸	۱۶	ریاضی																			
۱۸	۱۴	۱۸	فیزیک																			
۱۷	۱۹	۱۴	شیمی																			
۲۰	۱۹	۱۹	ادبیات																			
۲۰	«موفق باشید»																					

۱۴

$$\Rightarrow ۲۳x = ۶۹ \Rightarrow x = \frac{۶۹}{۲۳} = ۳ \Rightarrow \begin{cases} \text{هزار تومان} = ۳ = \text{دستمزد کارگر} \\ \text{هزار تومان} = ۴۵ = \text{دستمزد بنا} \\ (x-a)(x+b) = ۰ \end{cases}$$

الف) از الگوی

$$\begin{cases} a = -۲ \\ b = ۴ \end{cases} \Rightarrow (x - (-۲))(x - ۴) = ۰ \Rightarrow (x + ۲)(x - ۴) = ۰$$

$$\Rightarrow [x^2 - ۲x - ۸ = ۰] \quad \text{معادله اول}$$

برای به دست آوردن معادله دوم از نکته زیر می‌توان استفاده کرد:

اگر طرفین یک معادله را در عددی ثابت غیر صفر ضرب کنیم، ریشه‌های معادله تغییر نخواهد کرد.

بنابراین برای به دست آوردن معادله دوم، طرفین معادله اول را در عددی دلخواه مثل ۲ ضرب می‌کنیم:

$$2(x^2 - ۲x - ۸) = 2(۰) \Rightarrow [2x^2 - ۴x - ۱۶ = ۰] \quad \text{معادله دوم}$$

ب) از الگوی $(x-a)^2 = ۰$

$$(x-5)^2 = ۰ \Rightarrow [x^2 - ۱۰x + ۲۵ = ۰] \quad \text{معادله اول}$$

برای به دست آوردن معادله دوم، طرفین رابطه اخیر را در ۳ ضرب می‌کنیم:

$$3(x^2 - ۱۰x + ۲۵) = 3(۰)$$

$$\Rightarrow [3x^2 - ۳۰x + ۷۵ = ۰] \quad \text{معادله دوم}$$

$$\begin{cases} f(\Delta) = \Delta^2 - ۱۲ = \lambda & (+/\Delta) \\ g(\Delta) = \sqrt{\Delta - ۱} = ۲ & (+/\Delta) \end{cases} \Rightarrow \sqrt{f(\Delta) \times g(\Delta)} = \sqrt{\lambda \times ۲} = ۴ \quad (+/\Delta)$$

آزمون ۳ * دی‌ماه



۱

$$(-/\Delta) (-/\Delta) (-/\Delta) (-/\Delta) \quad (z-۲)(z^2 + ۲z) = (z-۲)(z+۲)(z^2 - ۲z + ۴)$$

$$= (z^2 - ۴)(z^2 - ۲z + ۴) \quad (+/\Delta)$$

$$1 \times 1 \times 1 \times ۲ = (۱۰۰+۱)(۱۰۰+۲) \quad (+/\Delta)$$

$$(+/\Delta) \quad (x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad \text{داریم:}$$

$$= (۱۰۰)^2 + (۱+۲)(۱۰۰) + (۱)(۲) \quad (+/\Delta)$$

$$= ۱۰۰۰۰ + ۳۰۰ + ۲ = ۱۰۳۰۲ \quad (+/\Delta)$$

(الف) ۳

$$\begin{cases} x^2 - x - ۲ = (x-۲)(x+۱) \\ x^2 - ۴x + ۳ = (x-۳)(x-۱) \end{cases} \quad (+/\Delta)$$

عوامل غیر مشترک \times عوامل مشترک با توان بالاتر = ک.م.م

$$= ۱ \times (x+1)(x-1)(x-2)(x-3) \quad (+/\Delta)$$

$$\begin{cases} x^2 - xy = x(x-y) \\ x^2 - y^2 = (x-y)(x+y) \end{cases} \quad (+/\Delta)$$

عوامل غیر مشترک \times عوامل مشترک با توان بالاتر = ک.م.م

$$= (x-y)(x+y)(x) \quad (+/\Delta)$$

فرض کنیم عبارت مورد نظر $A(x)$ باشد، در نتیجه داریم

$$A(x) + \frac{2x}{x^2 - ۱} = \frac{2x}{(x^2 - ۱)(x^2 - x + ۱)} \quad (+/\Delta)$$

$$\Rightarrow A(x) = \frac{2x}{(x^2 - ۱)(x^2 - x + ۱)} - \frac{2x}{x^2 - ۱}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (x^2 - ۱)(x^2 - x + ۱) = (x-1)(x+1)(x^2 - x + ۱) \\ x^2 - ۱ = (x-1)(x+1) \end{cases} \quad (+/\Delta)$$

$$\Rightarrow \text{ک.م.م} = (x-1)(x+1)(x^2 - x + ۱)$$

$$\Rightarrow A(x) = \frac{2x - ۲x(x^2 - x + ۱)}{(x-1)(x+1)(x^2 - x + ۱)}$$

$$= \frac{2x - ۲x^3 + ۲x^2 - ۲x}{(x-1)(x+1)(x^2 - x + ۱)} \quad (+/\Delta)$$

$$= \frac{-2x^3(x-1)}{(x-1)(x+1)(x^2 - x + ۱)} \quad (+/\Delta) = \frac{-2x^2}{x^2 + ۱}$$

فرض کنیم دستمزد هر کارگر x باشد، بنابراین دستمزد بنا

است. $(\frac{x}{2})$

$$7x + ۲(-x) = ۲۴۵ \Rightarrow 7x + \frac{9}{2}x = ۲۴۵ \Rightarrow \frac{14x + 9x}{2} = ۲۴۵$$

$$\Rightarrow 14x + 9x = ۶۹ \quad (+/\Delta)$$

$$\begin{cases} -b = \text{مجموع ریشه‌ها} \\ a = ۱ \\ c = \text{ضرب ریشه‌ها} \\ \frac{c}{a} = \frac{c}{1} = s \end{cases}, \quad \begin{cases} a = ۱ \\ b = s \\ c = p \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-s}{1} = -s \\ x_1 \times x_2 = \frac{p}{1} = p \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} s = -۲ & (+/\Delta) \\ p = ۴ & (+/\Delta) \end{cases}$$

(الف) ۸

$$x = ۱ \Rightarrow p(1) = \frac{-1}{1}(1)^2 + ۸(1) - ۳۷/۵$$

$$= -۱ + ۸ - ۳۷/۵ = ۳۲/۵ \quad (+/\Delta)$$

ب) نه تنها سودی حاصل نمی‌شود، بلکه به میزان $۳۷/۵$ هزار تومان ضرر خواهد داشت.

$$x = ۰ \Rightarrow p(0) = -۳۷/۵ \quad (+/\Delta)$$

ج) فقط سر به سر جایی است که نه سود حاصل می‌شود و نه ضرر متحمل می‌شود. یعنی $p(x) = ۰$

$$-\frac{1}{1}x^2 + ۸x - \frac{37}{5} = ۰ \xrightarrow{x=(-1)} x^2 - ۸x + ۳۷/5 = ۰$$

$$\Delta = ۶۴۰۰ - ۴(1)(37/5) = ۶۴۰۰ - ۱۵۰۰ = ۴۹۰۰$$

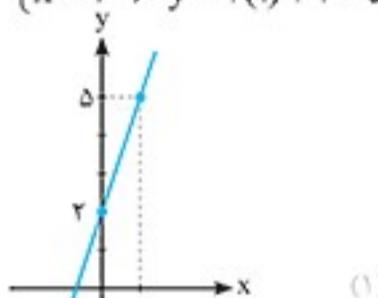
$$\rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{8 + \sqrt{4900}}{2 \times 1} = \frac{8 + 70}{2} = 5 & (+/\Delta) \\ x_2 = \frac{8 - \sqrt{4900}}{2 \times 1} = \frac{8 - 70}{2} = -31 & (+/\Delta) \end{cases}$$

$$17 = \Delta a + 2 \Rightarrow \Delta a = 15 \Rightarrow a = 3 \quad (0/5)$$

ب) برای رسم خط $y = 2x + 2$, کافی است تا دو نقطه دلخواه از خط را بیابیم.

$$\begin{cases} x = 0 \rightarrow y = 2(0) + 2 = 2 \rightarrow (0, 2) \end{cases} \quad (0/25)$$

$$\begin{cases} x = 1 \rightarrow y = 2(1) + 2 = 4 \rightarrow (1, 4) \end{cases} \quad (0/25)$$



با توجه به نمودار داده شده می‌توان گفت، اولاً نقطه $(1, 4)$ نقطه رأس سهمی است و ثانياً این نقطه در معادله تابع صدق می‌کند.

$$\frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow \frac{-m}{2 \times 2} = 1 \Rightarrow m = -4 \quad (0/5)$$

صدق کردن نقطه $(1, 4)$ در ضابطه تابع:

$$1 = 2(1)^2 - 4(1) + n \Rightarrow 1 = -2 + n \Rightarrow n = 3 \quad (0/5)$$

الف) نمونه‌گیری تصادفی نیست (چون با همه پلیس‌های پاسگاه مصاحبه شده است) $(0/25)$. واحد آماری: هر یک از پلیس‌های پاسگاه $(0/25)$. جامعه: کل پلیس‌های پاسگاه $(0/25)$. نمونه: تعدادی از پلیس‌های پاسگاه که به صورت تصادفی انتخاب شوند. $(0/25)$

ب) نمونه‌گیری تصادفی است $(0/25)$. واحد آماری: هر یک از مشتریانی که به بانک کشاورزی یک شهر مراجعه می‌کنند $(0/25)$. جامعه: کل مشتریانی که به همه شعبات بانک کشاورزی مراجعه می‌کنند. $(0/25)$

نمونه: گروهی شامل ۱۰ نفر از مشتریان در هر یک از شعبات. $(0/25)$

الف) کیفی تقریبی $(0/25)$ ب) کمی فاصله‌ای $(0/25)$

$$2, 1, 8, b^2, 5b \quad (0/5)$$

$$\bar{x} = \frac{2+1+8+b^2+5b}{5} = 7 \Rightarrow b^2+5b+11=35$$

$$\rightarrow b^2+5b-24=0$$

$$\Delta = 25 - 4(1)(-24) = 25 + 96 = 121 \rightarrow b = \frac{-5 \pm 11}{2}$$

$$\rightarrow b = 2, b = -8 \quad (0/25)$$

چون داده $5b$ به ازای $b = -8$ برابر -40 می‌شود و داده مربوط به سن نمی‌تواند منفی باشد \leftarrow فقط $b = 2$ قابل قبول است. $(0/25)$

ب) داده‌ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ می‌نویسیم: $\{1, 2, 8, 9, 15\}$ چون تعداد داده‌ها فرد است میانه همان داده وسط است. $= 8 \quad (0/25)$

الف) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$1 \ 2 \ 9 \ 10 \ 11 \ 12 \ 13 \ 14 \ 15 \ 16 \quad (0/25)$$

چارک دوم (Q_2):

تعداد داده‌ها فرد و داده وسط برابر میانه است. $= 11$ میانه $(0/25)$

$$\frac{100}{100} \quad 100 \quad 11 \quad 12 \quad 9 \quad 1 \quad 16 \quad 13 \quad 14 \quad 2 \quad 41 \quad 1 \quad 100$$

داده‌های بعد از میانه

داده‌های قبل از میانه

چارک اول (Q_1): میانه داده‌های قبل از میانه کل مجموعه (Q_2) $(0/25)$

تعداد داده‌ها فرد \leftarrow داده وسط داده‌های قبل از میانه $= 2$

آزمون ۷ * خردادماه



با استفاده از مثلث خیام داریم:

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \quad (0/25)$$

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 2y\right)^4 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4 + 4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3(2y) + 6\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2(2y)^2$$

$$+ 4\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)(2y)^3 + (2y)^4 \quad (0/5)$$

$$= \frac{4}{16} + \left(\frac{4 \times 2\sqrt{2}}{8}\right)(2y) + \left(6 \times \frac{2}{4}\right)(4y^2) + \left(4 \frac{\sqrt{2}}{2}\right)(8y^3) + 16y^4$$

$$= \frac{1}{4} + 2\sqrt{2}y + 12y^2 + 16\sqrt{2}y^3 + 16y^4 \quad (0/25)$$

۲ عوامل غیر مشترک \times عوامل مشترک با توان بزرگتر = ک.م.م

$$\begin{cases} (x^2 - 1) = (x^2 - 2^2) = (x - 2)(x + 2x + 4) \\ (x - 2) \end{cases} \quad (0/25)$$

$$= (x - 2)(x^2 + 2x + 4) = x^2 - 1 \quad (0/5)$$

۳ الف) هر گاه $p(x)$ عددی منفی شود، به معنای «ضرر» است. بنابراین بر طبق نمودار، به ازای تولید تعداد کالاهای کمتر از ۱۰۰ و بیشتر از ۹۰۰ $(0/5)$ ، شرکت متحمل ضرر خواهد شد.

ب) بیشینه نمودار در $x = 500$ اتفاق می‌افتد پس به ازای تولید ۵۰۰ کالا، بیشترین سود یعنی 5000000 حاصل می‌شود. $(0/5)$

۴ در ابتدا فرض می‌کنیم چنین عددی موجود باشد و با x نشان می‌دهیم. در این صورت:

$$\begin{aligned} x + \frac{1}{x} &= \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x^2 + 2 = x \\ &\Rightarrow 2x^2 - x + 2 = 0 \quad (0/5) \end{aligned}$$

حال برای یافتن x ، معادله درجه دو بالا را از روش دلتا حل می‌کنیم:

$$\Delta = 1 - 4(2)(2) = -15 < 0 \quad (0/5)$$

پس نمی‌توان عددی یافت که حاصل جمع آن با معکوس خودش $\frac{1}{2}$ شود. چنین عددی وجود ندارد. $(0/5)$

$$\begin{cases} x = 0 \Rightarrow f(0) = \sqrt{0+1} - 1 = 0 \end{cases} \quad (0/25)$$

$$\begin{cases} x = -1 \Rightarrow f(-1) = \sqrt{-1+1} - 1 = -1 \end{cases} \quad (0/25)$$

$$\begin{cases} x = 1 \Rightarrow f(1) = \sqrt{1+1} - 1 = 2 \end{cases} \quad (0/25)$$

$$\begin{cases} x = 2 \Rightarrow f(2) = \sqrt{2+1} - 1 = \sqrt{3} - 1 \end{cases} \quad (0/25)$$

$$\Rightarrow R_f = \{0, -1, 2, \sqrt{3} - 1\} \quad (0/5)$$

۶ مجموعه R ، دارای دو زوج مرتب با عضو اول یکسان ۳ است. پس برای تابع بودن R ، عضوهای دوم آن الزاماً باید برابر باشند:

$$a^2 + 5 = -4a \Rightarrow a^2 + 4a + 5 = 0 \quad (0/25)$$

برای حل معادله از روش دلتا استفاده می‌کنیم:

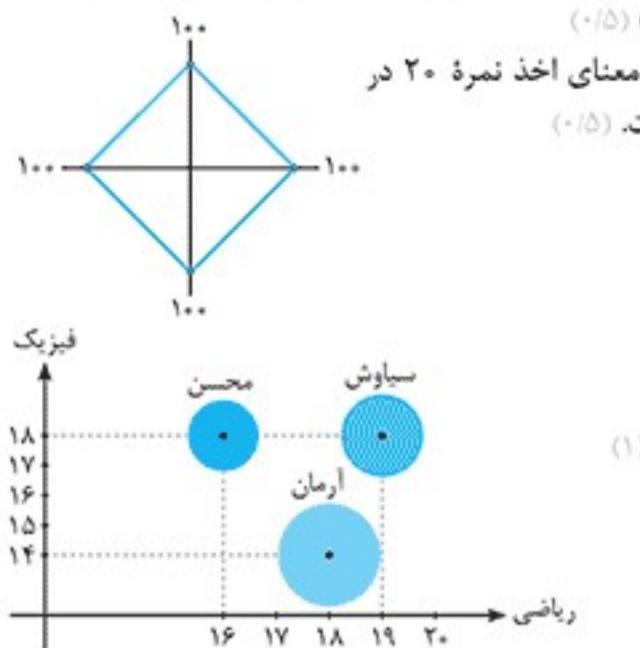
$$\Delta = 16 - 4(1)(5) = -4 < 0 \quad (0/25)$$

معادله جواب ندارد $(0/25)$

بنابراین رابطه R به ازای هر مقداری از a نمی‌تواند معرف یک تابع باشد.

۷ الف) مختصات هر نقطه روی یک خط، در ضابطه آن خط صدق می‌کند. پس:

ب) خیر، نمودار حبابی فقط برای رسم داده‌هایی شامل ۳ متغیر است.



(و نه چهار متغیر) (۰/۰)

پ) معدل ۲۰ به معنای اخذ نمره ۲۰ در تمامی دروس است. (۰/۰)

میانه $Q_2 = 12$

چارک اول $Q_1 = 7$ چارک سوم $Q_3 = 20$ (۰/۰)

$$IQR = 20 - 7 = 13 \quad (۰/۰)$$

$$\{ 20, 21, 21, 20, 15, 11, 7, 4 \}$$

داده‌های بعد از میانه داده‌های قبل از میانه

ت) میانه $Q_2 = \frac{11+15}{2} = 13 \quad (۰/۰)$

چارک اول $Q_1 = \frac{4+7}{2} = \frac{11}{2} = 5.5$

چارک سوم $Q_3 = \frac{20+21}{2} = 20.5 \quad (۰/۰)$

$$IQR = 20.5 - 5.5 = 15 \quad (۰/۰)$$

۱۳ ابتدا باید یک نمودار را دارای چهار شاخه در نظر بگیریم که هر شاخه مربوط به یکی از دروس است سپس هر یک از اعداد را برای نمایش روی محور محاسبه می‌کنیم:

محسن:

$$\text{ریاضی} = \frac{16}{2} \times 100 = 80$$

$$\text{فیزیک} = \frac{18}{2} \times 100 = 90$$

$$\text{شیمی} = \frac{14}{2} \times 100 = 70$$

$$\text{ادبیات} = \frac{19}{2} \times 100 = 95$$

آرمان:

$$\text{ریاضی} = \frac{18}{2} \times 100 = 90$$

$$\text{فیزیک} = \frac{14}{2} \times 100 = 70$$

$$\text{شیمی} = \frac{19}{2} \times 100 = 95$$

$$\text{ادبیات} = \frac{19}{2} \times 100 = 95$$

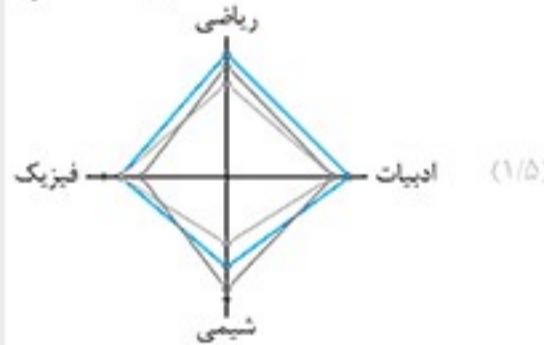
سیاوش:

$$\text{ریاضی} = \frac{19}{2} \times 100 = 95$$

$$\text{فیزیک} = \frac{18}{2} \times 100 = 90$$

$$\text{شیمی} = \frac{17}{2} \times 100 = 85$$

$$\text{ادبیات} = \frac{20}{2} \times 100 = 100$$



خلاصه درس کپسولی

ویژه شب امتحان

فصل ۱ - عبارت‌های جبری

مثال با استفاده از اتحادها تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$(2x-1)(2x+2) = \dots$$

$$1-x^7 = \dots$$

حل (الف) با استفاده از اتحاد جمله مشترک داریم:

$$(2x-1)(2x+2) = (2x)^7 + (-1+2)(2x) + \frac{(-1)(2)}{\text{حاصل ضرب}} = 4x^7 + 4x - 2$$

مجموع
دو عدد

$$(1-x)^7 = (1-x)(1+x)$$

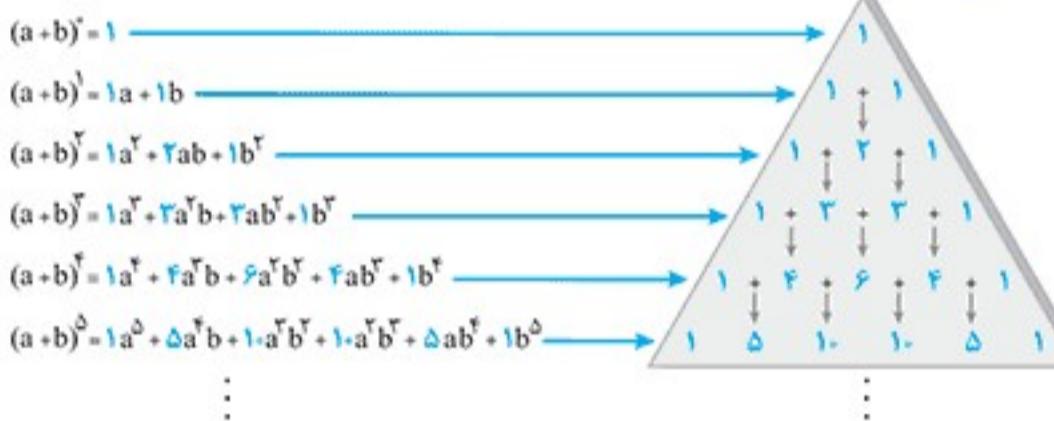
(ب) با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

درس اول: چند اتحاد جبری و کاربردها

■ اتحادهای جبری مهم و پرکاربرد

$(a+b)^7 = a^7 + 7ab + b^7$	اتحاد مریع مجموع دو جمله‌ای
$(a-b)^7 = a^7 - 7ab + b^7$	اتحاد مریع تفاضل دو جمله‌ای
$(a+b)(a-b) = a^7 - b^7$	اتحاد مزدوج
$(x+a)(x+b) = x^7 + (\underline{a+b})x + \frac{ab}{\text{حاصل ضرب}} \quad \begin{matrix} \text{مجموع} \\ \text{دو عدد} \end{matrix}$	اتحاد جمله مشترک

■ رابطه بین مثلث خیام و ضرایب عددی جملات توان‌های مختلف مجموع دو جمله‌ای



نکته

■ در هر سطر مثلث خیام جملات ابتدایی و انتهایی برابر یک است و هر یک از اعداد پایینی از جمع دو عدد بالایی که در دو سمت آن نوشته شده است، به دست می‌آید.

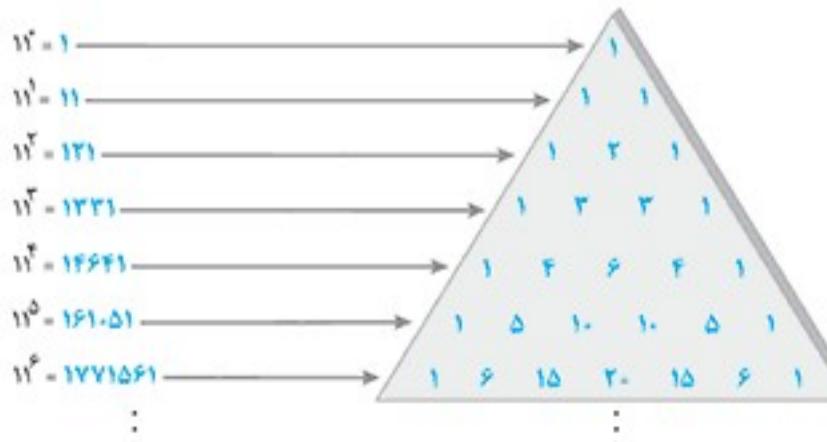
اعداد سطر $(n+1)$ م مثلث خیام از چپ به راست = ضرایب عددی جملات توان n مجموع دو جمله‌ای $(a+b)^n$

■ برای به دست آوردن توان هر یک از جملات a و b در جملات توان‌های مختلف دو جمله‌ای $[(a+b)^n]$ از اولین جمله سمت چپ به a توان n و به b توان صفر داده و به ترتیب از چپ به راست از توان a یکی کم کرده و به توان b یکی اضافه می‌کنیم. در جمله آخر توان a صفر و توان b n است.

■ برای به دست آوردن ضرایب عددی جملات توان‌های مختلف تفاضل دو جمله‌ای $[(a-b)^n]$ فقط کافی است در فرمول‌های به دست آمده برای $[(a+b)^n]$ به جای b ، $-b$ قرار دهیم.

مثال حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

■ رابطه بین مثلث خیام و توان‌های عدد ۱۱

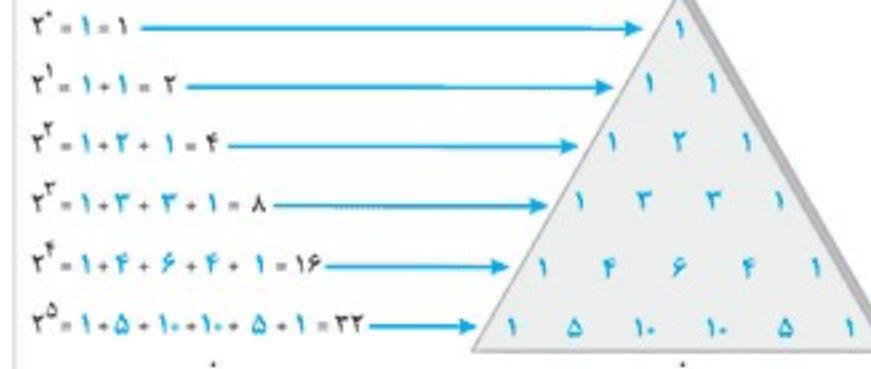


$$(4x-3y)^7 = \dots$$

حل با استفاده از فرمول $(a-b)^7 = a^7 - 7a^6b + 21a^5b^2 - 35a^4b^3 + 35a^3b^4 - 21a^2b^5 + 7ab^6 - b^7$ داریم:

$$= 64x^7 - 144x^6y + 108x^5y^2 - 27x^4y^3 + 108x^3y^4 - 144x^2y^5 + 64xy^6 - 7y^7$$

■ رابطه بین مثلث خیام و توان‌های عدد ۲



$$\text{مجموع اعداد سطر } (n+1)\text{م مثلث خیام} = 2^n$$

درس چهارم: نمودار تابع درجه دوم

نمودار یک تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ به شکل سه‌می می‌باشد که در آن علامت a تعیین‌کننده شکل کلی سه‌می است:

اگر $a > 0$ است، نمودار سه‌می رو به بالا و به شکل است. تابع در نقطه رأس آن دارای کمترین مقدار است. (نقطه دره) مختصات رأس سه‌می $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$ است.

اگر $a < 0$ است، نمودار سه‌می رو به پایین و به شکل است. تابع در نقطه رأس آن دارای بیشترین مقدار است. (نقطه قله) مختصات رأس سه‌می $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$ است.

مثال: خطی که از رأس سه‌می به موازات محور y ها رسم شود، محور تقارن آن سه‌می نامیده می‌شود.

رسم نمودار تابع درجه دوم، برای رسم نمودار تابع درجه دوم، ابتدا نقطه رأس آن را به دست آورده و سپس با توجه به علامت a و یافتن دو نقطه با x اختیاری (یکی کوچک‌تر و یکی بزرگ‌تر از $x = -\frac{b}{2a}$)، نمودار آن را رسم می‌کنیم.

مثال: نمودار تابع $y = x^2 - 2x - 2$ را رسم کنید.

در این تابع $a = 1$ ، $b = -2$ و $c = -2$ است. بنابراین:

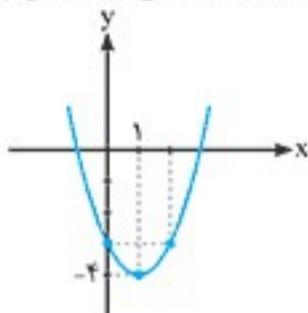
$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(1)} = 1 \Rightarrow y = (1)^2 - 2(1) - 2 = -4$$

مختصات رأس سه‌می: $(1, -4)$

حال با انتخاب $x = 0$ و $x = 2$ دو نقطه اختیاری از نمودار را در طرفین محور تقارن به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} x_1 = 0 &\Rightarrow y = (0)^2 - 2(0) - 2 = -2 \Rightarrow (0, -2) \\ x_2 = 2 &\Rightarrow y = (2)^2 - 2(2) - 2 = -2 \Rightarrow (2, -2) \end{aligned}$$

حال با توجه به این که $a = 1 > 0$ نتیجه می‌شود سه‌می رو به بالا است.



فصل ۴- کار با داده‌های آماری

مثال: می‌خواهیم تعداد افراد شهر پهشهر که دارای مدرک تحصیلی دانشگاهی می‌باشند را مورد بررسی قرار دهیم. جامعه آماری، نمونه، واحد آماری و داده را در این بررسی مشخص کنید.

حل: جامعه آماری: همه افرادی که در شهر پهشهر زندگی می‌کنند.

واحد آماری: هر یک از افرادی که مدرک تحصیلی آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

نمونه: مجموعه‌ای شامل ۵۰ نفر از هر یک از محله‌های شهر پهشهر

داده: اطلاعات مربوط به مدرک تحصیلی نمونه‌های بررسی شده

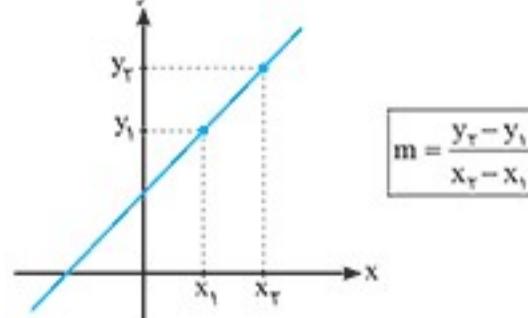
معایب سرشماری

۱ در دسترس نبودن همه اعضای جامعه آماری

۲ افزایش هزینه مطالعه و بررسی

آن m نشان‌دهنده شیب این خط و h نشان‌دهنده عرض از مبدأ این خط است.

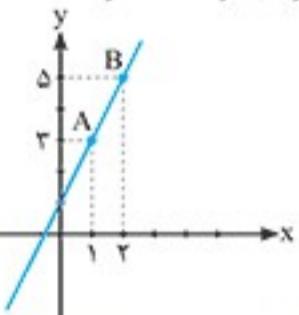
■ محاسبه شیب خط با داشتن دو نقطه دلخواه از خط، اگر فرض کنیم (x_1, y_1) و (x_2, y_2) دو نقطه دلخواه از خط باشند، آن‌گاه شیب خط از رابطه زیر بدست می‌آید:



■ رسم نمودار تابع خطی به شکل $y = mx + h$ ، برای رسم نمودار تابع خطی درجه اول $y = mx + h$ ، ابتدا دو نقطه دلخواه از این تابع را روی دستگاه مختصات مشخص کرده و سپس این نقطه را با یک خط راست به یکدیگر متصل می‌کنیم.

مثال: نمودار تابع $y = 2x + 1$ را رسم کنید.

حل: دو ورودی دلخواه $x_1 = 1$ و $x_2 = 2$ را انتخاب می‌کنیم و سپس با قراردادن آن‌ها در تابع، خروجی متناظر با هر یک را به دست می‌آوریم تا به این ترتیب دو نقطه دلخواه به دست آیند:



■ روش نوشتن ضابطه تابع خطی با داشتن دو نقطه دلخواه از خط، کافی است تا دو مجهول m و h را به دست آوریم و سپس معادله $y = mx + h$ را به دست آوریم:

گام اول: (محاسبه m): شیب خط از رابطه $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ به دست می‌آید.

گام دوم: (محاسبه h): با قراردادن مختصات یکی از دو نقطه در رابطه $y = mx + h$ ، می‌توان h را به دست آورد.

مثال: معادله خطی را بنویسید که از دو نقطه $(1, 2)$ و $(2, 5)$ می‌گذرد.

گام اول: (محاسبه m): $m = \frac{5-2}{2-1} = 3 \Rightarrow m = 3$

گام دوم: (محاسبه h):

$$y = mx + h \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ x = 1 \Rightarrow 5 = 3 \times 1 + h \Rightarrow h = 2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = 3x + 2}$$

معادله خط:

درس اول: گردآوری داده‌ها

مقاهیم اولیه

جامعه آماری: مجموعه همه افراد و اشیاء که در مورد آن‌ها موضوعی را مطالعه می‌کنیم.

اندازه جامعه آماری برابر است با تعداد اعضای جامعه آماری

نمونه: زیرمجموعه‌ای از جامعه آماری که با روشی مشخص انتخاب شده است.

واحد آماری: هر یک از افراد یا اشیاء‌ای که داده‌های مربوط به آن‌ها در یک بررسی

آماری گردآوری می‌شود، مجموعه کل واحدهای آماری همان جامعه آماری است.

داده: نتایجی که از اندازه‌گیری و بررسی نمونه به دست می‌آید.

سرشماری: بررسی و مطالعه جامعه آماری (همه واحدهای آماری)