

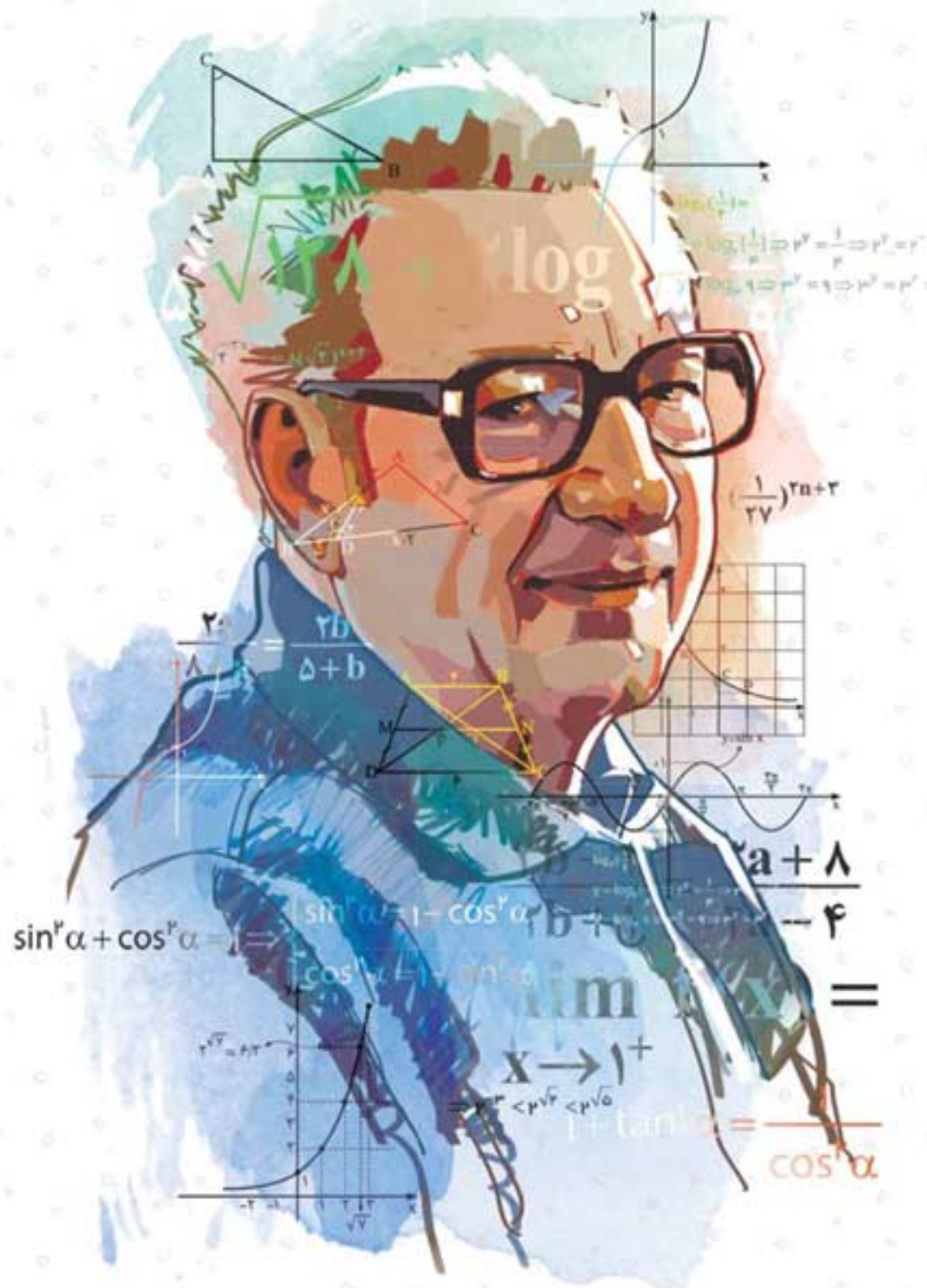
ریاضی و آمار ۲

آموزش و تست
 پُر از تست‌های دوست‌داشتنی

• امیرحسین نصیری • فرشاد ابوالقاسمی • روزبه سیگارودی
 مدیر و ناظر علمی گروه ریاضی: عباس اشرفی



مهروماه



تقدیم به استاد پرویز شهریاری

پرویز شهریاری (۲ آذر ۱۳۰۵، کرمان - ۲۲ اردیبهشت ۱۳۹۱، تهران) ریاضی‌دان و از چهره‌های ماندگار در زمینه‌ی دانش و آموزش ایران است.

دوران کودکی شهریاری دوران سختی از نظر معیشتی بود. او تا سال سوم دبیرستان را در دبیرستان ایران‌شهر در شهر کرمان گذراند و وارد دانشسرای مقدماتی کرمان شد. در خرداد ۱۳۲۳ دانش‌آموخته شد و برای ادامه تحصیل به تهران آمد. در تهران در سال ۱۳۳۲ در رشته ریاضی در دانشکده علوم دانشگاه تهران دانش‌آموخته شد. پس از آن یک سال در شیراز آموزگار بود. در ۱۳۳۳ به تهران بازگشت و به فعالیت‌های درخشان علمی و آموزشی خود ادامه داد. استاد پرویز شهریاری سرانجام در ۸۶ سالگی و در روز جمعه ۲۲ اردیبهشت ۱۳۹۱ به علت مشکل تنفسی در بیمارستان جم تهران زندگی را بدرود گفت.

فعالیت‌ها: ■ انتشار نشریاتی چون اندیشه ما، وهومن و چیستا، آشتی با ریاضیات (بعدها: آشنایی با ریاضیات) و سردبیری مجله دانشمند ■ تأسیس دبیرستان‌های خوارزمی، مرجان و مدرسه عالی اراک ■ تألیف کتاب‌های ریاضی و هم‌زمان با آن تألیف و ترجمه صدها کتاب در تاریخ و آموزش ریاضیات ■ انتشار ماهنامه «اندیشه ما» ■ تهیه یک دوره کتاب درسی ریاضی دوره اول دبیرستان ■ راه‌اندازی اولین کلاس کنکور در ایران با نام گروه فرهنگی خوارزمی ■ تأسیس و ثبت بنیاد فرهنگی پرویز شهریاری

سخن نخست



بیا تا گل برافشانیم و می در ساغر اندازیم فلک را سقف بشکافیم و طرحی نو دراندازیم

«حضرت حافظ»

دانش‌آموزان عزیز! فرزندان دلبندم!

انتشارات مهروماه وارد مرحله جدیدی از فعالیت‌های آموزشی خود شده است. هم‌زمان با تحول اساسی در سیستم آموزش کشور و ایجاد تغییرات بنیادین در کتاب‌های درسی، جمعی از بهترین اساتید و مؤلفین توانمند کشور در «مهروماه» گرد هم آمده‌اند تا برای شما کتاب‌هایی را به رشته تحریر درآورند که از خواندن آن‌ها لذت برده و دوستشان داشته باشید. کتاب‌هایی که در شکوفایی توانمندی‌های شما عزیزان دلبندم، جدا اثرگذار باشند.

اساتید و مؤلفانی که در کتاب‌های جدید مهروماه (دهم، یازدهم و سال آینده، دوازدهم) دست به قلم شدند، علاوه بر برخورداری از تمام ویژگی‌های یک مؤلف آموزشی خوب مانند سواد علمی بالا، تجربه کافی در تدریس و تألیف و ...، یک ویژگی دیگر هم دارند! ویژگی که شاید محور زندگی اینجانب و رکن اساسی تمام فعالیت‌های آموزشی مهروماه را تشکیل می‌دهد: عشق به فرزندانمان. ما این مهر و عشق را با هیچ مبلغ و ثروتی عوض نمی‌کنیم، حتی اگر آن مبلغ در حد عدد آووگادرو باشد!

فرزندان همچون ماه من!

برای این‌که کتاب‌های مهروماه در این دوره جدید، بیش‌ترین کارایی آموزشی را در جهت موفقیت شما داشته باشند، تدابیر فراوانی اندیشیدیم: شورای تألیف تشکیل دادیم، کارآمدترین مدیران آموزشی و مؤلفان برجسته را گرد هم آوردیم، کتاب‌ها براساس شیوه‌نامه‌هایی متکی بر چند دهه تجربه موفق نگاشته شدند، چندین لایه ویراستار (از دانشجویان فرهیخته و نابغه گرفته تا اساتید بنام کشور) به کار گرفتیم تا از غلط‌های علمی، محاسباتی، تایپی و... اثری باقی نماند.

گروه‌های تولید و هنری مهروماه نیز با هدایت مستقیم مدیر فرزانه مهروماه، جناب احمد اختیاری، سنگ تمام گذاشتند تا کتاب‌هایی تولید شوند همچون ماه! کتاب‌هایی که برازنده نام وزین «مهروماه» اند.

شاید مناسب باشد که تعدادی از مهم‌ترین انواع کتاب‌های کمک آموزشی مهروماه را برای شما معرفی کنم:

۱ کتاب‌های آموزش و کار: در این کتاب در مورد هر مبحثی که در مدرسه توسط دبیر محترم تدریس می‌شود یا خودتان از کتاب درسی مطالعه می‌کنید، ابتدا آموزش مختصر و مفید و البته کاملی از آن مبحث داده شده و سپس تمرین‌هایی ارائه شده که با حل آن‌ها می‌توانید تمام قسمت‌های تدریس شده یا مطالعه شده از کتاب درسی را، به خوبی فرا گرفته تا بر کتاب درسی با تمام جزئیات آن، مسلط شوید.



۲ کتاب‌های تست: در این کتاب‌ها، برای هر مبحث معین، ابتدا درس‌نامه‌ای مفید و جذاب و سپس تست‌های مربوط به آن مبحث ارائه شده است. درس‌نامه‌ها شامل مفاهیم و مطالب اصلی و بنیادی بوده و به نکات حاشیه‌ای که دور از موضوع محوری و اصلی‌اند، پرداخته نشده است. از طرفی، ضمن ارائه پاسخ تشریحی تست‌ها، برخی از نکات ویژه تستی در قالب «راهبردهای آموزشی» بسیار کاربردی و منحصر به فرد آورده شده است. همین‌طور، در برخی از کتاب‌های تست (مانند درس شیرین شیمی!) در کنار پاسخ تشریحی تعدادی از تست‌ها، ایستگاه‌های «شارژینگ» آمده است تا دانش‌آموزان در موضوعات مورد نظر، خیلی خوب شارژ شوند. با حل تست‌های این کتاب‌ها و مطالعه پاسخ‌های کاملاً تشریحی آن‌ها و نیز درس‌نامه‌ها، راهبردها و شارژینگ‌ها، موفقیت در آزمون‌ها و کنکور امری طبیعی و آسان خواهد بود.





۳ کتاب‌های آموزش ۳۶۰ درجه: ویژگی اساسی این کتاب‌ها، ارائه آموزش کامل درس و مفاهیم و همین‌طور، پرسش‌هایی است که دانش‌آموزان با حل آن‌ها، در امتحانات مدرسه با قطعیت به نمره ۲۰ رسیده و از طرفی، پایه آموزشی لازم برای حمله به تست‌ها را پیدا خواهند کرد. ضمناً، در این کتاب‌ها، ضمن ارائه درس در هر مبحث، پرسش‌های جالبی از طرف سه دانش‌آموز به ترتیب قوی، متوسط و نسبتاً ضعیف پرسیده می‌شوند که پاسخ به این پرسش‌ها، مکمل خوبی برای درس‌های ارائه شده است.



۴ کتاب‌های لقمه: ابعاد این کتاب‌ها، کوچک بوده و بنابراین می‌توانند همانند تلفن همراه، همه جا همراهتان باشند. اندازه و فرم این کتاب‌ها و نیز مطالب تألیف‌شده در آن‌ها به گونه‌ای تنظیم شده‌اند که مطالعه این کتاب‌ها همه جا میسر است: در مترو و اتوبوس، توی هواپیما، توی رختخواب و حتی شاید زیر دوش حمام!



۵ کتاب‌های امتحانوفن: این کتاب برای هفته‌های آخر قبل از امتحان و شب امتحان طراحی و تألیف شده است. یکی از ویژگی‌های این کتاب، مجهز بودن آن به خلاصه درس‌های «کپسولی» منحصربه‌فرد است. در مجموع ده سری امتحان بارمبندی شده استاندارد با رعایت تمام ضوابط آموزش و پرورش در آن ارائه شده و علاوه بر پاسخ‌های لازم برای گرفتن نمره کامل، توضیحات اضافی جهت شيرفهم شدن دانش‌آموزان نیز در کنار پاسخ‌ها آمده است.

غير از پنج نوع كتاب مذکور انتشارات مهروماه، كتاب‌های دیگری هم برای نظام جدید آموزشی منتشر خواهد کرد که هر کدام به جای خود، مفید و دوست‌داشتنی هستند! از جمله سری کتاب‌های معجزه کنکور، کتاب‌های آزمون، کتاب‌های جمع‌بندی و کتاب‌های جامع کنکور. اطلاعات لازم در مورد تک‌تک این کتاب‌ها را می‌توانید از طریق سایت مهروماه به آدرس mehromah.ir به دست آورید.

با آرزوی توفیق روزافزون همه فرزندان میهنم

مدیر شورای تألیف

محمدحسین انوشه

مقدمه



به نام خدای باحال و بامرام و دوست‌داشتنی

ورود دانش‌آموزان رشته‌های ریاضی و تجربی به این کتاب ممنوع است!

سلام به دانش‌آموزان خوب یازدهم انسانی.

شک ندارم که حالتون فوق‌العادس. آخه کسی که کتاب ریاضی انتشارات مهروماه رو انتخاب کرده یعنی تصمیم گرفته در این درس یه طوفان اساسی به پا کنه و مهارت‌هاش رو زیاد کنه. واسه همین انرژی و انگیزه زیادی داره.

کتاب ریاضی و آمار یازدهم مهروماه خیلی چیزای باحالی توش داره، تو این کتاب ما املت درست کردیم، تابع تنبل و لجباز و تابع از کار افتاده رو معرفی کردیم، رژیم‌های لاغری استاندارد دنیا رو معرفی کردیم و همه اینا به این خاطره که شما بتونید ریاضی رو کاربردی‌تر یاد بگیرید و ارتباط بهتری با مفاهیمش برقرار کنید.


ویژگی‌های کتاب:

نگاه ما به درسنامه‌ها کاملاً کاربردی. در تمام تمرینات و مثال‌ها مطالب رو از ابتدایی‌ترین مفاهیم تدریس کردیم و هر مطلبی رو با تمام پیش‌نیازهای ممکن ارائه دادیم. یه جورایی این کتاب حکایت اون جمله معروفه که "دستم بگرفت و پا به پا برد..."

مثال‌ها و تمرینات کتاب درسی رو تحلیل کردیم و چند مثال مشابه هم براتون آوردیم.

در تمام تمرینات و مثال‌ها استراتژی حل مسأله رو از صفر تا صد براتون گفتیم.

در نهایت، آخر هر فصل براتون مثال‌های تشریحی کافی برای امتحانات گذاشتیم.

تست‌های شاخص رو براتون با علامت  مشخص کردیم. این تست‌ها سطح متوسطی دارن و برای این طرح شدن که مطلب تو ذهن شما تثبیت بشه.

برای این‌که از منابع تستی بی‌نیاز باشین کلی تست کنکوری و تألیفی داخلش گذاشتیم.

شمایی که یکم از ریاضی می‌ترسیدی! حالا با خیال راحت می‌تونن ببینن که نه تنها ریاضی برات سخت نیست، بلکه همین درس برای شما تبدیل شده به یک نقطه قوت.

یه توصیه دارم براتون. کتاب ریاضی و آمار ۱ مهروماه رو حتماً تهیه کنید. در مباحث تابع و آمار لازمه که به اون کتاب مراجعه کنید و مفاهیم رو از پایه با تمام نکات یاد بگیرین و با روش‌ها و فرمول‌های خاص مهروماهی آشنا بشین تا دیگه نگران این دو مبحث دشوار نباشین.

این دو کتاب کنار هم کاری می‌کنن که از پس سؤالات تمام آزمون‌ها به راحتی بریاین.

نحوه مطالعه صحیح این کتاب:

۱ ابتدا باید درسنامه‌ها رو کامل مطالعه کنید. بعد از مطالعه از مبحث نکته برداری کنید و جمع‌بندی خودتون رو بنویسید.

۲ به مثال‌های درسنامه خیلی دقت کنید. همه این مثال‌ها ویژگی آموزشی دارن. مثال‌ها رو دوباره و دوباره برای خودتون حل کنید.

۳ حالا وقت حل کردن سؤالات تشریحیه. برای حل سؤال‌های تشریحی، درسنامه‌های خلاصه شده کنارتون باشه و اصلاً هم اشکالی نداره که اون‌ها رو نگاه کنید. از درسنامه‌ها و مثال‌هاش کمک بگیرید. اگه توی این سؤالا، سؤالی براتون سخت‌تره یا جالب‌تره حتماً وارد جزوه‌تون کنید. بعداً به دردتون می‌خوره.

۴ آخرین مرحله، حل تست‌هاست. به ترتیب مبحث، تست‌های انتهای هر بخش رو حل کنید. روشی درست اینه که اگه تستی حل نشد، فوراً سراغ پاسخنامه نرین، فکر کنید، به درسنامه مراجعه کنید و برای حل تلاش کنید. بعد از این مراحل اگه بازم سخت بود برید جواب رو نگاه کنید و دوباره سعی کنید همون تست رو حل کنید.

و اما قدردانی...

- لازمه از همه کسانی که به طور مستقیم و غیرمستقیم در تهیه این کتاب به ما کمک کردن تشکر کنیم.
- ◀ اول از همه سپاس ویژه رو تقدیم کنیم به مدیریت محترم انتشارات مهروماه جناب آقای احمد اختیاری، که در تمام مراحل همواره از ما حمایت کردن.
 - ◀ بعد هم لازمه از جناب آقای مهندس عباس اشرفی مدیر دپارتمان ریاضی و سرکار خانم الهه اسماعیلی مسئول ویراستاری دپارتمان علوم انسانی تشکر کنم که برای این کتاب خیلی زحمت کشیدن.
 - ◀ البته نمی‌شه از زحمات ویراستار محترم سرکار خانم پرنیان علیجانی هم غافل شد.
 - ◀ یه تشکر ویژه هم دارم از گروه تولید با مدیریت مثال‌زدنی سرکار خانم سمیه جباری، همچنین صفحه‌آرای محترم سرکار خانم رویا طبسی و حروف‌چین‌های عزیز آقای محسن کامران‌پور و سرکار خانم الناز رضوانی، رسام‌های محترم آقای ساسان اسدی و خانم غزاله فروزان‌گهر که همگی با جدیت و کار حرفه‌ای، تمام تلاش خود را در جهت تولید کتاب به کار بستند.

امیرحسین نصیری
فرشاد ابوالقاسمی
روزبه سیگارودی

فهرست

۹

فصل اول آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

۱۰

درس اول: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

۱۸

درس دوم: استدلال ریاضی

۴۹

فصل دوم تابع

۵۰

یادآوری تابع

۵۳

درس اول: توابع ثابت، چند ضابطه‌ای و همانی

۵۷

درس دوم: توابع پلکانی و قدر مطلق

۶۶

درس سوم: اعمال روی توابع

۱۱۱

فصل سوم آمار

۱۱۲

یادآوری آمار

۱۱۲

درس اول: شاخص‌های آماری

۱۱۷

درس دوم: سری‌های زمانی

آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

آیا از جمله «من رشته انسانی‌ام پس کتاب ریاضی و آمار رو دوست دارم» می‌تونید استنباط کنی «من که کتاب ریاضی و آمار رو دوست دارم، پس انسانی هستم»؟
اگه فکر می‌کنی که می‌تونن، به شدت به مطالعه این فصل نیاز داری!
این فصل یکی از مهم‌ترین قسمت‌های ریاضی برای گروه انسانی هست. با خواندن این فصل یاد می‌گیری چطوری صغری کبری بچینی و استدلال کنی.

درس اول: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

1 لطفاً منطقی باش عزیزم! 2 گزاره چیه؟؟؟ 3 گزاره‌ها رو به هم بچسبونید. (عطفی، فصلی، شرطی و دوشروطی) 4 بولدوزری به نام دمورگان

درس دوم: استدلال ریاضی

1 دیکشنری «فارسی- ریاضی» مهروماه 2 قیاس استثنایی، لطفاً مغالطه نکنید!



درس ۱: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها

لطفاً کمی منطقی باشید!

منطق: معنی لغوی: آنچه که گفته می‌شود. کاربرد: در تشخیص استدلال درست از استدلال نادرست به کار می‌رود.

جالب است بدانید: اگر ریاضی را یک زبان بدانیم، منطق، دستور این زبان است. می‌توان گفت منطق، روش درست فکر کردن است. افراد منطقی معمولاً درست فکر می‌کنند و عاقلانه تصمیم می‌گیرند. معلم: در مکالمات روزمره اغلب از جملات مختلفی استفاده می‌کنیم. اما بعضی از جملات هستند که برای ما اهمیت زیادی دارند.

❖ **خبر:** یک خبر درست یا نادرست می‌تونه دنیا رو زیر و رو کنه. بنابراین جملات خبری ذاتاً درست یا نادرست هستند. در این بخش از ریاضیات تشخیص هویت اخبار را به روش علمی آنالیز می‌کنیم. چون درست یا غلط بودن یک خبر برای ما اهمیت زیادی داره.

گزاره

جمله‌ای است خبری که یا درست یا غلطه. به گزاره‌های زیر دقت کنید:

❖ ایران، بزرگ‌ترین کشور خاورمیانه است.

❖ عدد ۴، عددی فرد است.



آقا، ۴ که عدد فرد نیست.

معلم: دقت نکردی! گفتم جمله خبری یا درست یا غلطه. پس غلط بودن، گزاره بودن رو تحت تأثیر قرار نمیده. حالا خودتون یک جمله رو مثال بزنین که گزاره باشه.



پیتزا غذای فوهمزه‌ای است.

معلم: نه، دقت کن. این جمله خبریه، اما ارزش اون برای همه یکسان نیست. برای بعضی‌ها این جمله درست و برای بعضی‌ها که پیتزا دوست ندارن نادرسته. ارزش یک گزاره باید همواره درست یا همواره نادرست باشه. نه این‌که گاهی درست و گاهی نادرست باشه. یه مثال دیگه بزنید.

دقت کن! جملاتی که حالت سلیقه‌ای دارن گزاره نیستن.



برو بیرون.

معلم: من برم بیرون؟!!!



نه آقا، جمله بود.

معلم: آها. فکر کردم با منی! «برو بیرون» چیه؟ آقا جان، جملات امری هم قبول نیستن. الان خودم دسته‌بندی می‌کنم. این جووری همه جمله‌ها رو اشتباه می‌گیرید.

این جملات گزاره نیستند: ۱ جملات عاطفی و احساسی و هر نوع بیان سلیقه ۲ جملات امری ۳ جملات سؤالی

(مشابه تمرین کتاب درسی)

مثال: کدام یک از جملات زیر گزاره هستند؟

الف) شما چند سال دارید؟

ب) افلاطون شاگرد ارسطو است.

ث) $\sqrt{2}$ عددی گویا است.

پاسخ:

الف) پرسشی ← گزاره نیست.

ب) بیان سلیقه و نظر شخصی ← گزاره نیست.

پ) یک جمله خبری که می‌تواند درست یا نادرست باشد. ← گزاره است. خواهش (دستور مؤدبانه) ← گزاره نیست.

ث) یک جمله خبری که می‌تواند درست یا نادرست باشد ← گزاره است.



آقا چه سؤال داریم، ارزش گزاره که گفتین یعنی چه؟

معلم: درستی یا نادرستی یک گزاره رو ارزش گزاره میگوین. ارزش یک گزاره می‌تونه درست باشه، که با نمادهای «د» یا «T» یا «۱» نشون داده می‌شه، یا این‌که نادرست باشه که در این حالت با نمادهای «ن» یا «F» یا «۰» نشون داده می‌شه.

نقیض یک گزاره (~)

در منطق، گزاره‌ها عموماً با حروف کوچک انگلیسی نمایش داده می‌شوند، مثل p ، q و r . نقیض یک گزاره همیشه حالتی مخالف با گزاره اصلی دارد. مثلاً برای گزاره «تهران در ایران است»، نقیض آن را می‌توان به این صورت گفت: «تهران در ایران نیست». برای نوشتن نقیض یک گزاره نماد «~» را قبل از آن می‌آوریم که مثل علامت منفی عمل می‌کند.

$$\begin{aligned} p = \text{درست} &\Rightarrow \sim p = \text{نادرست} \\ q = \text{نادرست} &\Rightarrow \sim q = \text{درست} \end{aligned}$$

مثال: نقیض گزاره زیر را بنویسید.

«هوا تاریک است.»



هوا روشن است.

معلم: بچه‌ها، دقت کنید. نقیض «هوا تاریک است.» میشه «هوا تاریک نیست.» چون ممکنه وضعیت هوا گرگ و میش باشه. بنابراین جمله رو تغییر ندین. فقط آخر جمله حالت متمم داشته باشه.



آقا متمم یعنی چه؟

معلم: متمم بودن یعنی نشان دادن تمام شرایط مخالف با جمله اصلی. حالت متمم بود یعنی وضعیتی که تکمیل کننده جمله اصلی است. الان با این مثال بهت می‌گم.

الف «۲ از ۱ بزرگ‌تر است»

نقیض: ۲ از ۱ بزرگ‌تر نیست. یعنی ۲ کوچک‌تر یا مساوی ۱ است.

ب «برای هر عدد x ، رابطه $-1 \leq x < 2$ برقرار است.»

نقیض: $x \geq 2$ یا $x < -1$

مثال: نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید.

الف ۱۲ از ۱۵ بزرگ‌تر است.

پ ایران غرب آسیا است.

ث $F = 2 \times 2$

پاسخ:

الف ۱۲ از ۱۵ کوچک‌تر یا مساوی با آن است.

پ ایران غرب آسیا نیست. (نباید گفت شرق است، ممکن است شمال باشد.)

ث $x \leq 3$ (نباید گفت $x < 3$ ، چون ممکن است $x = 3$ باشد و نباید گفت $x = 3$ چون ممکن است $x < 3$ باشد، پس $x \leq 3$ را می‌نویسیم که هر دو را شامل شود.)

ث $F \neq 2 \times 2$

تست: اگر p درست و q نادرست باشد، $\sim(\sim p)$ و $\sim(\sim(\sim q))$ به ترتیب چه ارزشی دارند؟

(۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست

پاسخ:

روش اول:

$$p = \text{درست} \Rightarrow \sim p = \text{نادرست} \Rightarrow \sim(\sim p) = \text{درست}$$

$$q = \text{نادرست} \Rightarrow \sim q = \text{درست} \Rightarrow \sim(\sim q) = \text{نادرست} \Rightarrow \sim(\sim(\sim q)) = \text{درست}$$

نکته: بچه‌ها می‌خواهم راه ساده‌تری رو بهتون یاد بدم. برای حل این جور سوآلا، هر علامت نقیض (\sim) رو به منفی ببینید و گزاره‌های درست رو مثبت و گزاره‌های نادرست رو منفی فرض کنید.

روش دوم:

در این جا p مثبت و q منفی است.

$$\sim(\sim P) = \frac{(+)}{(-)(-)}(+)= (+) \text{ درست}$$

$$\sim(\sim(\sim(\sim q))) = \frac{(-)(-)(-)(-)}{\frac{(+)}{(+)}(+)}(-) = (-) \text{ نادرست}$$

پس گزینه «۲» صحیح است.

ترکیب گزاره‌ها

ترکیب عطفی

به شکل زیر دقت کنید. در این شکل \square و \circ گزاره‌های دلخواه هستند.

این ترکیب در فارسی به شکل \square و \circ دیده می‌شود. دو گزاره توسط «و» به یکدیگر متصل می‌شوند. این اتصال بسیار قدرتمند است. به طوری که دو عبارت، تبدیل به یک عبارت می‌شوند و خواص آن‌ها به هم منتقل می‌شود (البته قدرت عبارت نادرست همیشه بر عبارت درست غلبه کرده و درستی اون رو هم از بین می‌بره). مثلاً اگر قسمت اول عبارت نادرست و قسمت دوم آن درست باشد، با این اتصال کل عبارت نادرست می‌شود.

دیکشنری ریاضی - فارسی	
\square و \circ رخ دادن هم‌زمان	\square و \circ

۵ عددی اول و $\sqrt{2}$ عددی گویاست. اتصال بین این دو گزاره، آن‌ها را به یک گزاره مرکب تبدیل کرده است. حال به دنبال بررسی درستی یا نادرستی این گزاره جدید هستیم.

مشا: چگونه این کتاب تولید شد؟

وقتی تألیف این کتاب رو شروع کردم به دو ابزار حیاتی برای این کار احتیاج داشتم: کاغذ و خودکار. یعنی اگر هر کدام از این دو ابزار وجود نداشت، امکان نداشت تألیف کتاب شدنی باشد. به جدول زیر (جدول ارزشی تألیف کتاب مهروماه) دقت کنید:

کتاب ریاضی انسانی		
داریم	داریم	داریم
نداریم	داریم	نداریم
نداریم	نداریم	داریم
نداریم	نداریم	نداریم

همان طور که در شکل بالا می‌بینید، تنها زمانی می‌توانستیم کتاب را تألیف کنیم، که کاغذ و قلم را با هم داشته باشیم. بنابراین وقتی «و» بین دو گزاره بیاید، ارزش آن زمانی درست است که هر دو گزاره درست باشند.

معلم: حالا می‌خواهم جدول ارزشی تولید این کتاب را با سه تا عامل به شما نشون بدم. یعنی «خودم»، «خودکار» و «کاغذ»

			کتاب ریاضی انسانی
داریم	داریم	داریم	داریم
نداریم	داریم	داریم	نداریم
داریم	نداریم	داریم	نداریم
داریم	داریم	نداریم	نداریم
نداریم	نداریم	داریم	نداریم
داریم	نداریم	نداریم	نداریم
نداریم	داریم	نداریم	نداریم
نداریم	نداریم	نداریم	نداریم

جدول ارزشی گزاره در ترکیب عطفی

p	q	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

معلم: از این جدول چه نتیجه‌ای همیشه گرفت؟



آقا ۳ تا از گزاره‌های نهایی نادرست.

معلم: آفرین. درست. کی می‌تونه به نتیجه کلی‌تر بگه؟



میشه گفت تو ترکیبای عطفی اگه متی یک گزاره نادرست باشه، گزاره نهایی هم نادرست.

دقت کن! گزاره نادرست مثل وپروس سرماخوردگیه و اگر همه گزاره‌ها به جز یکیشون نادرست باشه، گزاره نادرست با به «و» بهشون وصل میشه و کل عبارت رو بیمار می‌کنه.

تست: اگر حاصل $\sim p \wedge \sim(\sim q)$ درست باشد، p و q به ترتیب چه ارزشی دارند؟

- (۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست

پاسخ: می‌دانیم که ترکیب عطفی زمانی درست است که هر دو درست باشند. داریم:

$$\sim p: \text{درست} \Rightarrow p: \text{نادرست}$$

گزاره q مجهول است و به دنبال ارزش گزاره آن هستیم، پس آن را با x نشان می‌دهیم.

$$\sim(\sim(\sim q)): \text{درست} \Rightarrow -(-(-x)) = + \Rightarrow +(-)(x) = +$$

$$\Rightarrow -(x) = + \Rightarrow x = - \Rightarrow x = \text{نادرست} \longrightarrow x = q: \text{نادرست}$$

پس گزینه «۴» صحیح است.

تست: اگر $\sim q \wedge (p \wedge \sim q)$ درست باشد، ارزش p و q به ترتیب کدام است؟

- (۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست

پاسخ: هر دو گزاره باید درست باشند. $\Rightarrow \sim q \wedge (p \wedge \sim q) = \text{درست}$

$$\sim q = \text{درست} \Rightarrow q = \text{نادرست}$$

$$p \wedge (\sim q) = \text{درست} \Rightarrow \begin{cases} p = \text{درست} \\ \sim q = \text{درست} \Rightarrow q = \text{نادرست} \end{cases}$$

پس گزینه «۲» صحیح است.

تست: اگر گزاره « ۵ عددی اول است و » گزاره‌ای نادرست باشد، کدام گزاره می‌تواند در جای خالی قرار گیرد؟

(۱) ۱۸۰ عدد اول نیست.

(۲) شهریور ۳۰ روزه است.

(۳) قرآن دارای ۳۰ جزء است.

(۴) هفته هفت روز دارد.

● **پاسخ:** می‌دانیم در ترکیب عطفی حضور یک گزاره نادرست برای نادرست شدن کل عبارت کافی است. گزاره « ۵ عددی اول است » درست است. پس گزاره دوم باید نادرست باشد که با توجه به گزینه‌ها، گزینه « ۲ » نادرست است. پس گزینه « ۲ » صحیح است.

◀ ترکیب فصلی

به شکل زیر دقت کنید. در این شکل □ و ○ دو گزاره دلخواه هستند.

✕	دیکشنری ریاضی - فارسی	
	□ یا ○ یا هر دو رخ می‌دهند	□ ∨ ○





معلم: این ترکیب در فارسی به شکل □ و ○ دیده میشه که دو گزاره توسط «یا» به هم متصل می‌شوند. این اتصال کمی از اتصال «و» ضعیف‌تره و نمی‌تونه دو تا عبارت رو به هم جوش بده، به طوری که عبارت‌ها (گزاره‌ها) بعد از اتصال، هر کدام خاصیت خودشون رو دارن.

مثلاً تهران پایتخت ایران است یا عربستان در اروپا واقع شده است. به مثال زیر دقت کنید:

🍲 **مثال:** طرز تهیه یک املت خوشمزه: از اون جایی که همیشه به غذا و خوراکی علاقه دارم، از این مثال خوشمزه استفاده کردم تا به مطلب مهمی رو بهتون بگم:

فرض کنید بخوایم املت درست کنیم. ماهی‌تابه، روغن و تخم‌مرغ داریم، اما اینا که املت نمی‌شن. فعلاً نیمرو می‌تونیم درست کنیم. برای املت به قارچ یا گوجه‌فرنگی نیاز داریم.

اگه یکی از اون‌ها رو داشتیم، املت گوجه یا املت قارچ داریم. اما اگه هر دو رو داشتیم که محشره و املت ترکیبی داریم. به جدول زیر (جدول ارزی درست کردن املت) دقت کنید:

			املت
	داریم	داریم	داریم (قارچ - گوجه)
	نداریم	داریم	داریم (املت قارچ)
	داریم	نداریم	داریم (املت گوجه)
	نداریم	نداریم	نداریم

حالا اگه بخوایم از پیاز هم در املت استفاده کنیم، جدول ارزی درست کردن املت به شکل زیر خواهد بود:

				املت
	داریم	داریم	داریم	داریم (قارچ - گوجه)
	نداریم	داریم	داریم	داریم (قارچ - پیاز)
	داریم	داریم	نداریم	داریم (پیاز - گوجه)
	نداریم	نداریم	داریم	داریم (املت قارچ)
	داریم	نداریم	نداریم	داریم (املت پیاز)
	نداریم	داریم	نداریم	داریم (املت گوجه)
	نداریم	نداریم	نداریم	نداریم



آقا فیلی باماله، پس همیشه گفت چون از قارچ، پیاز و گوجه‌فرنگی در املت استفاده می‌کنیم، حتی اگر دو نوع از این مواد رو هم نداشته باشیم باز هم املت داریم.

معلم: آفرین. کاملاً درسته، شما همیشه املت داری، مگر این‌که نه از گوجه‌خبری باشه، نه از قارچ و نه از پیاز.

دقت کن: در ترکیب فصلی گزاره‌ها، زمانی نتیجه نهایی نادرسته که تمام گزاره‌ها ارزش نادرست داشته باشن.

جدول ارزش گزاره‌ها در ترکیب فصلی

p	q	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

معلم: می‌تونیم بگیم که در ترکیب فصلی وجود یه عبارت نادرست نمی‌تونه سلامت و درستی کل عبارت زیر سؤال ببره. مگر این‌که تمام اجزای گزاره جدید نادرست باشن.

تست: اگر ارزش $p \vee (\sim q)$ نادرست باشد، p و q به ترتیب چه ارزشی دارند؟

- (۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست

پاسخ: ترکیب فصلی زمانی نادرست است که هر دو گزاره نادرست باشند. یعنی:

$$\begin{cases} p: \text{نادرست} \\ \sim q: \text{نادرست} \Rightarrow q: \text{درست} \end{cases}$$

پس گزینه «۳» صحیح است.

تست: اگر p و q هر دو نادرست باشند، $(\sim p) \vee (\sim q)$ و $p \wedge (\sim q)$ به ترتیب چه ارزشی دارند؟

- (۱) درست - درست (۲) درست - نادرست (۳) نادرست - درست (۴) نادرست - نادرست

پاسخ:

$$\begin{cases} p: \text{نادرست} \Rightarrow \sim p: \text{درست} \\ q: \text{نادرست} \Rightarrow \sim q: \text{درست} \end{cases} \Rightarrow (\sim p) \vee (\sim q) = \text{درست یا درست} = \text{درست}$$

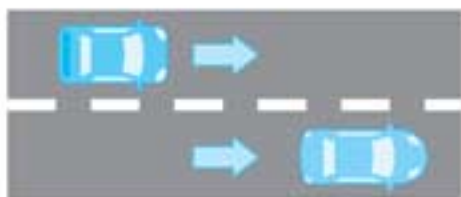
$$\begin{cases} p: \text{نادرست} \\ q: \text{نادرست} \Rightarrow \sim q: \text{درست} \end{cases} \Rightarrow p \wedge (\sim q) = \text{نادرست و درست} = \text{نادرست}$$

پس گزینه «۲» صحیح است.

ترکیب شرطی

باز هم مثل دو ترکیب قبل، \square و \circ دو گزاره دلخواه هستند. این ترکیب در جملات فارسی به شکل «اگر، آن‌گاه» دیده می‌شود.

در این نوع گزاره‌ها یک شرط دیده می‌شود و اگر بخواهیم آن را تشبیه کنیم، بهترین مثال یک جاده یک‌طرفه است.



به جدول زیر دقت کنید. در این جدول \square و \circ به ترتیب نشان‌دهنده مقدم و تالی هستند.

<input checked="" type="checkbox"/>	دیکشنری ریاضی - فارسی
$\square \Rightarrow \circ$	اگر \circ رخ دهد، آن‌گاه \square نیز رخ می‌دهد. (اگر \circ ، آن‌گاه \square)

مثلاً اگر باران بیارد، آن‌گاه زمین خیس می‌شود.

ابتدا به بررسی جدول ارزش گزاره‌ها در این ترکیب پرداخته و بعد روش به خاطر سپردن آن را می‌گوییم.


جدول ارزش گزاره در ترکیب شرطی

p	q	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

معلم: روش به خاطر سپردن این جدول به این صورته که وقتی از شرایط درست به شرایط نادرست می‌رسیم، برامون ناخوشایند (نادرسته) یعنی فقط وقتی نتیجه نادرسته که دومی (تالی) نادرست باشه. بقیه موارد رو میشه با این مثال توجیه کرد:

آقا من کیج شدم. میشه مثال بزنید؟ 

معلم: آره حتماً، نگاه کن. اگه دانش‌آموزی از شرایط خوب به شرایط بد برسه برای ما رضایت بخش نیست وگرنه قوی موندن دانش‌آموز قوی، ضعیف موندن دانش‌آموز ضعیف و حتی قوی شدن دانش‌آموز ضعیف برای ما درسته.

آقا اون آفری براه جا نمی‌افته. یعنی چی که از نادرست به نادرست برسیم، تکلیفه درسته؟ 

معلم: خدا رفتگان همتون رو بیامرزه. یه مادر بزرگ داشتم، به یکی از دایی‌هام که زیاد اهل درس خوندن نبود می‌گفت: «اگر تو درس خون شدی، منم وزنه‌بردار می‌شم». این مثال دقیقاً همون حالته یعنی اگر از یک کار بعید و نشدنی، یک کار نشدنی دیگه اتفاق بیفته، کاملاً همه چیز طبیعی و درسته. به عبارتی میشه این جور تعبیر کرد که از حالت نامطلوب خارج نشدن و در همون حالت موندن طبیعی.



دقت کن: وقتی گزاره به انتهای مقدم ارزش درست داره یعنی: ① مقدم عبارت شرطی نادرسته ② درست یا نادرست بودن تالی نقشی در تعیین ارزش گزاره نداره.

تست: عبارت $\sim q \Rightarrow \sim p$ نادرست است. p و q به ترتیب چه ارزشی دارند؟

(۱) درست . درست (۲) درست . نادرست (۳) نادرست . درست (۴) نادرست . نادرست

پاسخ:

نتیجه نهایی این گزاره نادرست است. بنابراین دومی (تالی) نادرست و اولی (مقدم) درست است. یعنی:

درست: $p \Rightarrow p$ نادرست: $\sim p$

نادرست: $q \Rightarrow q$ درست: $\sim q$

پس گزینه «۲» صحیح است.

ترکیب دوشروطی

در این ترکیب هم \square و \circ دو گزاره دلخواه هستند.

دیکشنری ریاضی - فارسی	
$\square \Leftrightarrow \square$	\circ رخ می‌دهد اگر و تنها اگر \square رخ دهد. یا به عبارتی می‌توان گفت اگر \square رخ دهد، \circ رخ می‌دهد. اگر \circ رخ دهد، \square رخ می‌دهد.

ترکیب دو شرطی به نوعی تلفیقی از ترکیب‌های قبلی است.

$$p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$



پرسش‌های تشریحی



مهرماه

ردیف	سؤالات
۱	کدام یک از جملات زیر گزاره هستند؟ الف) امروز هوا سرد است. ب) ۹۹ عددی اول است. ث) ۴۸ از ۲ کوچک‌تر است. ب) عربی درس سختی است. ت) من پاییز را دوست دارم.
۲	نقیض گزاره‌های زیر را بنویسید. الف) $۲ > ۵$ ب) $a = ۴$ پ) ۹۹ عددی گویاست. ت) علی دانش‌آموز درس‌خوانی است.
۳	اگر بدانیم که p گزاره‌ای نادرست و q گزاره‌ای درست است، درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را معین کنید. الف) $p \vee \sim q$ ب) $\sim p \wedge q$ پ) $\sim p \wedge \sim q$ ت) $(p \Rightarrow \sim q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ث) $(\sim p \Leftrightarrow q) \vee (\sim q \Leftrightarrow \sim p)$
۴	اگر p ، q و r هر سه درست باشند، درستی یا نادرستی گزاره $(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow r$ را معین کنید.
۵	مربع عددی از دو برابر آن عدد یک واحد کم‌تر است. آن عدد کدام است؟
۶	هشت برابر معکوس عددی برابر مربع آن عدد است. آن عدد کدام است؟
۷	اگر طول و عرض یک مستطیل را دو برابر کنیم، محیط و مساحت آن به ترتیب و برابر می‌شوند.
۸	گزاره زیر را به شکل ریاضی بنویسید. «اگر پدرت سر کار برود، اتومبیل در پارکینگ نخواهد بود. اتومبیل در پارکینگ نیست. پدرت سر کار رفته است.»
۹	نام استدلال سؤال ۸ چیست؟ اگر جای سطر دوم و سوم را عوض کنیم، نام این استدلال چه چیزی خواهد شد؟
۱۰	جاهای خالی را پر کنید. الف) اگر عدد a عضو $\{-۱, ۱\}$ باشد. عضو $\{-۱, ۱\}$ است. ب) اگر ضلع مربعی را ۱۰ برابر کنیم، محیط آن و مساحت آن برابر می‌شوند. پ) $\sim(p \Rightarrow q) \equiv \dots\dots\dots$
۱۱	اگر استدلال‌های زیر نادرست هستند، آن‌ها را اصلاح کنید. (هدف این است که قیاس استثنایی داشته باشیم). الف) «اگر علی ریاضی را دوست داشته باشد، نمره او در درس فیزیک بالا خواهد بود. علی در درس فیزیک نمره‌ی بالایی آورده است. علی ریاضی را دوست دارد.» ب) «اگر حاصل ضرب دو عدد مثبت باشد، حتماً هم علامت هستند. حاصل ضرب دو عدد مثبت شده است. دو عدد هم علامت هستند.»
۱۲	اشکال اثبات زیر کجاست؟ الف) $a^2 + b^2 = c^2$ ب) $\sqrt{a^2 + b^2} = c$ پ) $a + b = c$ 



تعاریف اولیه گزاره‌ها

۱. کدام جمله نادرست است؟

- (۱) منطق در لغت به معنی آن چه به گفته درآمده است، می‌باشد.
- (۲) کاربرد منطق تشخیص استدلال درست از استدلال نادرست است.
- (۳) تعبیر دیگر منطق، درست فکر کردن است.
- (۴) اگر ریاضی را به عنوان زبان انتقال و اطلاعات در نظر بگیریم، منطق ریاضی کاربرد این زبان است.

(مشابه تمرین کتاب درس)

۲. کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) گزاره یک جمله است.
- (۲) گزاره یک جمله خبری است.
- (۳) گزاره جمله‌ای است که ارزش آن دقیقاً درست یا نادرست است.
- (۴) گزاره یک جمله خبری است که ارزش آن دقیقاً درست یا نادرست است.

(مشابه تمرین کتاب درس)

۳. کدام یک از عبارتهای زیر، گزاره است؟

- (۱) شما چند سال دارید.
- (۲) $\sqrt{2}$ عددی گویا نیست.
- (۳) $(-1)^n$ برای اعداد طبیعی n عددی مثبت است.
- (۴) لطفاً حرف نزنید.

(مشابه تمرین کتاب درس)

۴. کدام یک از عبارتهای زیر، گزاره نیست؟

- (۱) 2 عددی اول است.
- (۲) $5 + 2 \times 3 = 17$
- (۳) سیب از پرتقال خوش مزه‌تر است.
- (۴) برای هر عدد طبیعی n ، عدد $(-1)^n + 1$ زوج است.

(مشابه تمرین کتاب درس)

۵. کدام گزاره زیر، درست نیست؟

- (۱) 5 عددی اول است.
- (۲) $\sqrt{3}$ عددی گویا است.
- (۳) $2 + \frac{1}{5}$ مربع کامل است.
- (۴) برای هر عدد طبیعی n ، $(-1)^n + 3$ عدد زوج است.

(مشابه تمرین کتاب درس)

۶. کدام گزاره درست است؟

- (۱) عدد 8 اول و شنبه روز اول هفته است.
- (۲) عدد 7 زوج یا شیراز در استان خراسان واقع است.
- (۳) اگر 13 فرد باشد، آن گاه 9 عددی اول است.
- (۴) اگر 90 مربع کامل باشد، آن گاه فرانسه در قاره آسیا قرار دارد.

(مشابه تمرین کتاب درس)

۷. تعداد حالت‌های ارزشی سه گزاره کدام است؟

- (۱) 3
- (۲) 6
- (۳) 8
- (۴) 9

(مشابه تمرین کتاب درس)

۸. تعداد حالت‌های ارزشی پنج گزاره از حالت‌های ارزشی چهار گزاره چه قدر بیشتر است؟

- (۱) 3
- (۲) 16
- (۳) 4
- (۴) 5

(مشابه تمرین کتاب درس)

۹. کدام گزاره مرکب نیست؟

- (۱) 5 زوج و 4 اول است.
- (۲) اگر n فرد باشد آن گاه n^2 زوج است.
- (۳) $\sqrt{2}$ عدد گویا یا $(-1)^4$ زوج است.
- (۴) مسلمانان رو به کعبه نماز می‌خوانند.

(مشابه تمرین کتاب درس)

۱۰. کدام نادرست است؟

- (۱) هر گزاره یک جمله خبری و حتماً دارای فعل است.
- (۲) برای یافتن نقیض یک گزاره کافی است، فعل آن را منفی کنیم.
- (۳) نقیض گزاره « a مثبت است»، به صورت « a منفی است» می‌باشد.
- (۴) ترکیب گزاره توسط چهار رابط «و»، «یا»، «شرطی» و «دوشرطی» انجام می‌شود.

(مشابه تمرین کتاب درس)



(مشابه تمرین کتاب درس)

۱۱. گزاره « $3 > 5$ و» دارای ارزش درست است.

- (۱) برای هر عدد طبیعی n ، 2^n زوج است.
(۳) هفته ۶ روز دارد.

(مشابه تمرین کتاب درس)

۱۲. گزاره «عدد ۹۱ اول است یا» دارای ارزش نادرست است.

- (۱) $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.
(۳) حضرت علی امام اول شیعیان است.
(۲) سعدی شاعر قرن پنجم است.
(۴) رابط «یا» را ترکیب فصلی می‌نامیم.

(مشابه تمرین کتاب درس)

۱۳. گزاره $p \Rightarrow q$ به کدام صورت خوانده نمی‌شود؟

- (۱) اگر p آن‌گاه q (۲) q از p نتیجه می‌شود.
(۳) اگر q آن‌گاه p حاصل می‌شود. (۴) p نتیجه می‌دهد q را

(مشابه تمرین کتاب درس)

۱۴. چه تعداد از جملات زیر درست است؟

- (الف) هر گزاره شرطی به انتفای مقدم، درست است.
(ب) هر گزاره شرطی که تالی درست داشته باشد درست است.
(ج) از بیان گزاره نادرست به نتیجه نادرست رسیدن عجیب نیست.
(د) در هر گزاره شرطی اگر مقدم درست باشد، ارزش گزاره درست است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(مشابه تمرین کتاب درس)

۱۵. گزاره «اگر ۹۱ اول نباشد، آن‌گاه» دارای ارزش درست است.

- (۱) $\sqrt{16}$ مربع کامل است.
(۳) $2+3$ اول نیست.
(۲) با فرض $n \in \mathbb{N}$ ، $4 + (-1)^n$ زوج است.
(۴) عدد ۲۰ مرکب نیست.

(مشابه تمرین کتاب درس)

۱۶. $p \Rightarrow q$ دارای ارزش نادرست است، آن‌گاه

- (۱) p نادرست است. (۲) q درست است.
(۳) p و q درست است. (۴) p درست و q نادرست است.

(مشابه تمرین کتاب درس)

۱۷. اگر گزاره p درست، گزاره q نادرست و r دلخواه باشد، چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- (الف) $(p \Rightarrow q) \wedge (\sim r)$
(ب) $r \Rightarrow (p \vee r)$
(پ) $(p \vee r) \wedge (\sim (p \wedge q))$
(ت) $p \wedge q \Rightarrow r$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(مشابه تمرین کتاب درس)

۱۸. ترکیب دو شرطی به کدام صورت خوانده نمی‌شود؟

- (۱) p نتیجه می‌دهد q را و برعکس
(۳) p شرط لازم برای q است.
(۲) اگر p آن‌گاه q و برعکس
(۴) p اگر و تنها اگر q

(مشابه تمرین کتاب درس)

۱۹. اگر p و q نادرست و r دلخواه باشد، کدام گزینه ارزش نادرست دارد؟

- (۱) $(p \vee q) \Rightarrow r$ (۲) $p \Rightarrow q$ (۳) $(p \vee r) \Rightarrow \sim q$ (۴) $(\sim p \vee r) \Rightarrow q$

۲۰. گزاره « 45 زوج است یا» نادرست است. جای خالی کدام است؟

- (۱) $-2 + 4 > 5$ (۲) 2^{11} زوج است. (۳) قرآن ۱۱۴ سوره دارد. (۴) عدد ۱۹ اول است.

۲۱. گزاره «اگر ۲۱ مضرب ۳ باشد، آن‌گاه» ارزش نادرست دارد. جای خالی کدام است؟

- (۱) 16 مربع کامل است.
(۳) ایران در قاره آسیا است.
(۲) سعدی شاعر است.
(۴) ایران بزرگ‌ترین کشور آسیا است.

۲۲. نقیض گزاره «مریم ۱۵ سال دارد و حسن برادر مریم است.» چیست؟

- (۱) مریم ۱۵ سال ندارد و حسن برادر مریم نیست.
(۳) مریم ۱۵ سال دارد یا حسن برادر مریم نیست.
(۲) مریم ۱۵ سال ندارد یا حسن برادر مریم نیست.
(۴) مریم ۱۵ سال ندارد و حسن برادر مریم است.

۲۳. عکس نقیض گزاره «اگر من مدرسه بروم، آن‌گاه نمره بیست می‌گیرم.» کدام است؟

- (۱) اگر من مدرسه نروم، آن‌گاه نمره بیست نمی‌گیرم.
(۳) اگر من نمره بیست نگیرم، آن‌گاه به مدرسه نرفته‌ام.
(۲) اگر من مدرسه بروم، آن‌گاه نمره بیست نمی‌گیرم.
(۴) اگر من نمره بیست بگیرم، آن‌گاه به مدرسه رفته‌ام.

پاسخ نامه پرسش‌های تشریحی

الف گزاره نیست.

ب گزاره نیست.

پ گزاره است.

ت گزاره نیست.

ث گزاره است.

الف $2 \leq 5$

ب ۹۹ عددی گویا نیست.

ب $a \neq 4$

ت علی دانش آموز درس خوانی نیست.

$p = \text{نادرست} \Rightarrow \sim p = \text{درست}$

$q = \text{درست} \Rightarrow \sim q = \text{نادرست}$

الف $p \vee (\sim q)$: (نادرست) \vee (نادرست) = نادرست

ب $\sim p \wedge q$: (درست) \wedge (درست) = درست

پ $\sim p \wedge \sim q$: (درست) \wedge (نادرست) = نادرست

ت $p \Rightarrow \sim q$: (نادرست) \Rightarrow (نادرست) = درست

$q \Rightarrow p$: (درست) \Rightarrow (درست) = نادرست

$(p \Rightarrow \sim q) \wedge (q \Rightarrow p) = (\text{درست}) \wedge (\text{نادرست}) = \text{نادرست}$

ث $\sim p \Leftrightarrow q \equiv (\sim p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p) = \underbrace{(\text{درست} \Rightarrow \text{درست})}_{\text{درست}} \wedge \underbrace{(\text{درست} \Rightarrow \text{درست})}_{\text{درست}} = \text{درست}$

$(\sim q \Leftrightarrow \sim p) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge (\sim p \Rightarrow \sim q) = \underbrace{(\text{درست} \Rightarrow \text{نادرست})}_{\text{درست}} \wedge \underbrace{(\text{نادرست} \Rightarrow \text{درست})}_{\text{نادرست}} = \text{نادرست}$

$(\sim p \Leftrightarrow q) \vee (\sim q \Leftrightarrow \sim p) = (\text{درست}) \vee (\text{نادرست}) = \text{درست}$

$p = \text{درست} \Rightarrow \sim p = \text{نادرست}$

$q = \text{درست} \Rightarrow \sim q = \text{نادرست}$

$r = \text{درست} \Rightarrow \sim r = \text{نادرست}$

$(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow r$

$(\text{درست} \Rightarrow \text{نادرست}) \Rightarrow \text{درست} = \text{نادرست} \Rightarrow \text{درست} = \text{درست}$

$$x^2 = 2x - 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$8\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 \Rightarrow \frac{8}{x} = x^2 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 2^3 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} x = 2$$

$$\text{طول} = x \xrightarrow{\times 2} 2x \quad \text{محیط قدیم} = 2(x+y)$$

$$\text{عرض} = y \xrightarrow{\times 2} 2y \quad \text{مساحت قدیم} = xy$$

$$\text{محیط جدید} = 2(2x + 2y) = 2(2(x+y)) = 2(\text{محیط قدیم})$$

$$\text{مساحت جدید} = 2x \times 2y = 4xy = 4(\text{مساحت قدیم})$$

محیط دو برابر و مساحت چهار برابر می‌شود.

اگر پدرت سرکار برود، اتومبیل در پارکینگ نخواهد بود.

q

p

اتومبیل در پارکینگ نیست

q

پس پدرت سرکار رفته است

p

$$((p \Rightarrow q) \wedge q) \Rightarrow p$$

مغالطه - با عوض کردن سطر دوم و سوم به قیاس استثنایی می‌رسیم که به صورت زیر است:

اگر پدرت سرکار برود، اتومبیل در پارکینگ نخواهد بود.

q

p

پدرت سرکار رفته است.

p

پس اتومبیل در پارکینگ نخواهد بود.

q

$$((p \Rightarrow q) \wedge p) \Rightarrow q$$

الف پس a با معکوس خود برابر است.

ب ضلع مربع قدیم را a فرض می‌کنیم. محیط مربع قدیم به صورت زیر است:

$$4a = 4 \times \text{یک ضلع} = \text{محیط مربع قدیم}$$

$$40a = 4 \times \text{یک ضلع} = \text{محیط مربع جدید}$$

ضلع مربع جدید برابر با 10a می‌شود. محیط مربع جدید به صورت زیر است:

$$\frac{\text{محیط مربع جدید}}{\text{محیط مربع قدیم}} = \frac{40a}{4a} = 10$$

پس محیط آن 10 برابر شده است:

ضلع مربع را a فرض می‌کنیم و داریم

یک ضلع \times خودش = مساحت مربع

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{مساحت مربع قدیم} = a \times a = a^2 \\ \text{مساحت مربع جدید} = 10a \times 10a = 100a^2 \end{array} \right. \Rightarrow \frac{\text{مساحت مربع جدید}}{\text{مساحت مربع قدیم}} = \frac{100a^2}{a^2} = 100$$

مساحت آن 100 برابر شده است.

$$\sim q \Rightarrow \sim p$$

الف نادرست است. (مغالطه داریم)

اصلاح شده: اگر علی ریاضی را دوست داشته باشد، نمره او در درس فیزیک بالا خواهد بود.

علی ریاضی را دوست دارد.

پس نمره علی در درس فیزیک بالا خواهد بود.

ب درست است. (قیاس استثنایی داریم)

در حالت کلی $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ است. پس با این فرض مورد «۳» اشتباه نوشته شده است.

پاسخ نامه پرسش‌های چهارگزینه‌ای

۱. ۱ ۲ ۳ ۴

سه گزینه اول طبق کتاب صحیح است و گزینه «۴» نادرست است. «اگر ریاضی را به عنوان زبان انتقال و اطلاعات در نظر بگیریم، منطق ریاضی دستور این زبان است.»

۲. ۱ ۲ ۳ ۴

گزاره، یک جمله خبری است که ارزش آن دقیقاً درست یا نادرست است، پس گزینه «۴» صحیح است.

۳. ۱ ۲ ۳ ۴

گزاره جمله‌ای خبری است که ارزش آن درست یا نادرست است.
بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: خبری نیست.
گزینه ۲: خبری بوده و ارزش آن درست است پس گزاره است.
گزینه ۳: خبری است اما ارزش آن گاهی درست و گاهی نادرست است.
گزینه ۴: خبری نیست.

۴. ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: خبری است و ارزش درست دارد، پس گزاره است.
گزینه ۲: خبری است و ارزش آن نادرست است.
گزینه ۳: خبری است ولی ارزش آن مشخص نیست و گزاره نمی‌باشد.
گزینه ۴: خبری است و ارزش آن درست است.

۵. ۱ ۲ ۳ ۴

تذکر:

- ① عدد اول، عددی طبیعی و بزرگ‌تر از یک است، ($\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ مجموعه اعداد طبیعی) که به جز یک و خودش بر عدد دیگری بخش پذیر نباشد. مثل: $2, 3, 5, 7, 11, \dots$
- ② اعدادی که جذرشان عدد طبیعی باشد، مربع کامل‌اند. مثل $1, 4, 9, \dots$

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: ۵ عددی اول است \Leftarrow ارزش گزاره درست است.

گزینه ۲: $\sqrt{3}$ عددی گنگ است و گویا نیست \Leftarrow ارزش گزاره نادرست است.

گزینه ۳: حاصل $\frac{1}{5} + 2 = 2 + \frac{1}{5} = 2 + 0.2 = 2.2$ برابر $2 + 2 = 4$ می‌باشد که مربع کامل است \Leftarrow ارزش گزاره درست است.

گزینه ۴: حاصل $(-1)^n + 3$ برابر -1 یا $+1$ است. \Leftarrow حاصل $(-1)^n + 3$ برابر 2 یا 4 است که عددی زوج است. \Leftarrow ارزش گزاره درست است.

۶. ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: عدد ۸ اول و شنبه روز اول هفته است؛ به صورت $p \wedge q$ می‌باشد که p نادرست بوده و ارزش آن نادرست است.

گزینه ۲: «عدد ۷ زوج یا شیراز در استان خراسان واقع است» به صورت $p \vee q$ است و هر دو گزاره p و q نادرست‌اند. پس ارزش گزاره نادرست است.

گزینه ۳: به صورت $p \Rightarrow q$ می‌باشد که p درست و q نادرست است، پس ارزش گزاره نادرست است.

گزینه ۴: به صورت $p \Rightarrow q$ می‌باشد که p نادرست و q نیز نادرست است، پس ارزش گزاره درست است.

یادآوری:

- ① گزاره مرکب $p \wedge q$ فقط زمانی درست است که هر دو گزاره p و q درست باشند.
- ② گزاره مرکب $p \vee q$ فقط زمانی نادرست است که هر دو گزاره p و q نادرست باشند.
- ③ گزاره مرکب $p \Rightarrow q$ (اگر p ، آن‌گاه q) فقط زمانی نادرست است که p درست و q نادرست باشد.

روش اول: اگر سه گزاره را p ، q و r در نظر بگیریم، جدول ارزش گزاره به صورت مقابل است.

p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

راهنبرد ۱

تعداد حالت‌های ارزشی n گزاره از فرمول 2^n به دست می‌آید.

روش دوم: طبق راهنبرد گفته شده در این تست، $n = 3$ است، پس تعداد حالت‌های ارزشی برابر $2^3 = 8$ می‌باشد.

تعداد حالت‌های ارزشی پنج گزاره به صورت 2^5 و تعداد حالت‌های ارزشی چهار گزاره به صورت 2^4 می‌باشد.

$2^5 - 2^4 = 32 - 16 = 16$

اختلاف تعداد حالت‌های ارزشی به صورت مقابل است:

یعنی جدول ۵ گزاره‌ای از جدول ۴ گزاره‌ای ۱۶ حالت بیشتر دارد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: ۵ زوج و ۴ اول است. (ترکیب دو گزاره است.)

رابط «و»

گزینه ۲: اگر n فرد باشد، آنگاه n^n زوج است. (ترکیب دو گزاره است.)

رابط شرطی

گزینه ۳: $\sqrt{3}$ گویا است یا $(-1)^4$ زوج است. (ترکیب دو گزاره است.)

رابط «یا»

گزینه ۴: مسلمانان رو به کعبه نماز می‌خوانند. (یک گزاره ساده است.)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» درست می‌باشند.

گزینه ۳: نادرست، زیرا طبق گزینه «۲» که درست است، نقیض گزاره « a مثبت است» را باید به صورت « a مثبت نیست» نوشت. یعنی a

یا منفی است و یا صفر. در گزینه «۳» به صفر بودن a اشاره نشده است.

تذکر: در این تست گزاره مرکب $p \wedge q$ (p و q) می‌باشد که در آن p ($5 > 3$) درست است پس q ، یعنی همان جای خالی باید دارای ارزش درست باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: برای هر عدد طبیعی 2^n بر ۲ بخش پذیر بوده و زوج است، پس ارزش آن درست است.

گزینه ۲: ۲۷ بر ۳ و ۹ بخش پذیر بوده و مرکب است، پس ارزش این گزاره نادرست است.

گزینه ۳: نادرست است.

گزینه ۴: قرآن ۱۱۴ سوره دارد، پس این گزاره نادرست است.

تذکر: این تست گزاره مرکب می‌باشد که p (۹۱ عددی اول است) دارای ارزش نادرست است، پس اگر q نادرست باشد، ارزش کل گزاره نادرست می‌شود. بنابراین q که همان جای خالی است، باید نادرست باشد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۲: سعدی شاعر قرن هفتم است و نادرست است.

گزینه ۴: درست است.

گزینه ۱: درست است.

گزینه ۳: درست است.

عدد اول، عددی طبیعی و بزرگ‌تر از ۱ است که به جز ۱ و خودش بر عدد دیگری بخش پذیر نباشد.

۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۳, ۴۷, ...

عددی مانند ۹۱ که حاصل آن به صورت 7×13 می‌شود، اول نیست.

۱۳. ۱ ۲ ۳ ۴

«اگر q آنگاه p حاصل می‌شود» به صورت $q \Rightarrow p$ می‌باشد، پس فقط گزینه «۳» نادرست است.

یادآوری: $p \Rightarrow q$ را به صورت‌های

زیر می‌خوانیم:

- ۱ اگر p ، آن‌گاه q
- ۲ p نتیجه می‌دهد q را
- ۳ q از p نتیجه می‌شود.

۱۴. ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: درست است.

گزینه ۲: درست است.

گزینه ۳: درست است. (در گزاره شرطی اگر مقدم و تالی هر دو نادرست باشد، ارزش گزاره درست است.)

گزینه ۴: در $p \Rightarrow q$ ، اگر p درست و q باشد، ارزش گزاره نادرست است. پس گزینه «۴» نادرست است.

پس سه گزینه درست است.

یادآوری:

- ۱ در گزاره شرطی $p, p \Rightarrow q$ را مقدم و q را تالی می‌نامند.
- ۲ در گزاره شرطی، اگر مقدم نادرست باشد، ارزش گزاره درست است. (به انتفای مقدم)
- ۳ در گزاره شرطی اگر تالی درست باشد، ارزش گزاره درست است.

تذکر: اگر در گزاره شرطی، مقدم (اولی) نادرست باشد، بدون توجه به ارزش تالی (دومی) ارزش کل گزاره درست است و به آن «به انتفای مقدم» می‌گویند.

انتفا به معنای نفی کردن است، آن را با انتفاع به معنای سود بردن اشتباه نگیرید.

۱۵. ۱ ۲ ۳ ۴

تذکر: این تست به صورت $p \Rightarrow q$ (اگر p آنگاه q) می‌باشد و چون p (۹۱ اول نباشد) دارای ارزش درست است، اگر q درست باشد، ارزش گزاره شرطی نادرست می‌شود. پس باید q را انتخاب کنیم که ارزش آن درست باشد.

در $p \Rightarrow q$ به دنبال نادرست بودن هستیم و فقط در حالتی رخ می‌دهد که p درست و q نادرست باشد. در سؤال گفته شده ۹۱ اول نباشد (نیست)، درست است، پس باید به دنبال q با ارزش نادرست بود.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: $\sqrt{16}$ برابر ۴ بوده که مربع کامل است، پس درست می‌باشد.

گزینه ۲: به ازای هر عدد طبیعی n ، $(-1)^n + 4$ برابر ۵ است و چون این عدد، فرد است، پس نادرست می‌باشد.

گزینه ۳: $2 + 3$ برابر ۵ بوده که اول است، پس نادرست است.

گزینه ۴: عدد ۲۰، بر ۴، ۲ و ۵ بخش پذیر بوده که مرکب است، پس نادرست است.

۱۶. ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: اگر p نادرست باشد، رابطه شرطی به انتفای مقدم درست است.

گزینه ۲: اگر q درست باشد، رابطه $p \Rightarrow q$ چون تالی درست دارد، دارای ارزش درست است.

گزینه ۳: اگر p و q درست باشند، رابطه $p \Rightarrow q$ درست است.

گزینه ۴: اگر از مقدم درست به تالی نادرست برسیم، رابطه شرطی نادرست است.

روش دوم: $p \Rightarrow q$ وقتی نادرست است که p درست و q نادرست باشد. پس گزینه «۴» درست است.

۱۷. ۱ ۲ ۳ ۴

الف

$$(p \Rightarrow q) \wedge (\sim r)$$

چون p درست و q نادرست است پس $p \Rightarrow q$ نادرست بوده و کل گزاره نادرست است.

ب

$$r \Rightarrow (p \vee r)$$

چون p درست است، پس $p \vee r$ درست بوده و $r \Rightarrow (p \vee r)$ با توجه به تالی درست، ارزش درست دارد.

پ

$$(p \vee r) \wedge (\sim (p \wedge q))$$

چون q نادرست است پس $p \wedge q$ نادرست بوده و $\sim (p \wedge q)$ درست است و چون p درست است، $p \vee r$ نیز درست بوده و لذا $(p \vee r) \wedge (\sim (p \wedge q))$ درست است.

ت

$$p \wedge q \Rightarrow r$$

چون q نادرست است، پس $p \wedge q$ نادرست بوده و گزاره شرطی به انتفای مقدم درست است.

۱۸. ۱ ۲ ۳ ۴

ترکیب دو شرطی به صورت « p شرط لازم و کافی برای q است» خوانده می‌شود و به صورت « p شرط لازم برای q است» خوانده نمی‌شود.

۱۹. ۱ ۲ ۳ ۴

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: چون p و q نادرست است پس $p \vee q$ نادرست بوده و $p \vee q \Rightarrow r$ به انتفای مقدم درست است.

گزینه ۲: چون p و q نادرست است، آن‌گاه $p \Rightarrow q$ به انتفای مقدم درست است.

گزینه ۳: چون q نادرست بوده، آن‌گاه $\sim q$ درست است پس $(p \vee r) \Rightarrow \sim q$ به دلیل تالی درست، دارای ارزش درست است.

گزینه ۴: چون p نادرست است، پس $\sim p$ درست بوده و $(\sim p \vee r)$ درست است و چون q نادرست است، لذا $(\sim p \vee r) \Rightarrow q$ از درست به نتیجه نادرست رسیده و ارزش آن نادرست است.

۲۰. ۱ ۲ ۳ ۴

چون ۴۵ زوج است، نادرست است و ترکیب «یا» می‌باشد و ارزش آن نادرست است. پس جای خالی باید یک گزاره نادرست باشد.

$$-2 + 4 > 5 \Rightarrow 2 > 5 \text{ (نادرست)}$$

گزینه ۱:

سایر گزینه‌ها ارزش درست دارند.

۲۱. ۱ ۲ ۳ ۴

گزاره شرطی با مقدم «۲۱ مضرب ۳ است.» درست است. برای این‌که ارزش این گزاره نادرست باشد باید تالی گزاره‌ای نادرست باشد. پس در گزینه‌ها باید به دنبال گزاره نادرست باشیم.

پس گزینه «۴» نادرست است.

۲۲. ۱ ۲ ۳ ۴

اگر گزاره «مریم ۱۵ سال دارد» را P و گزاره «حسن برادر مریم است» را q بنامیم. پس گزاره مریم ۱۵ سال دارد و حسن برادر مریم است، را می‌توان به صورت $p \wedge q$ که نقیض آن به صورت $\sim p \vee \sim q$ است که طبق دموگان خواهیم داشت:

$$q \sim p \vee \sim q$$

و به زبان محاوره داریم: «مریم ۱۵ سال ندارد یا حسن برادر مریم نیست.»

۲۳. ۱ ۲ ۳ ۴

تذکره: عکس نقیض گزاره $p \Rightarrow q$ به صورت $p \Rightarrow \sim q$ است.

عکس نقیض گزاره «اگر من مدرسه بروم، آن‌گاه نمره بیست می‌گیرم» به صورت «اگر من نمره بیست بگیرم، آن‌گاه به مدرسه نرفته‌ام.» است. پس گزینه «۳» درست است.


یادآوری: 

۱ $p \wedge q$: اگر حداقل یکی از p و q نادرست باشد، ارزشی نادرست دارد.

۲ $p \vee q$: اگر حداقل یکی از p و q درست باشد، ارزشی درست دارد.

۳ $p \Rightarrow q$: اگر p نادرست باشد، به انتفای مقدم درست است.

۴ $p \Rightarrow q$: اگر q درست باشد، (با تالی درست) درست است.

یادآوری: 

$p \Leftrightarrow q$ گزاره دو شرطی است و به صورت‌های زیر خوانده می‌شود:

۱ p نتیجه می‌دهد q را و برعکس

۲ اگر p آنگاه q و برعکس

۳ p شرط لازم و کافی برای q است.

۴ اگر p اگر و تنها اگر q