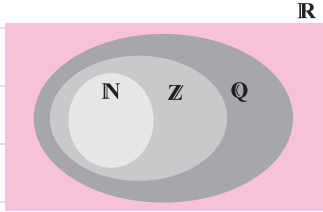


درس اول: مجموعه‌های منتهی و نامنتهی

کار در کلاس

صفحه ۲ و ۳ کتاب درسی



۱ الف) مجموعه $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ چه نام دارد؟ آن را روی شکل مقابل هاشور بزینید و دو عضو دلخواه از آن را در ناحیه هاشور خورده بنویسید.

ب) دو عدد گویا مثال بزینید که عدد صحیح نباشند و آن‌ها را روی شکل مقابل در محل مناسب بنویسید.

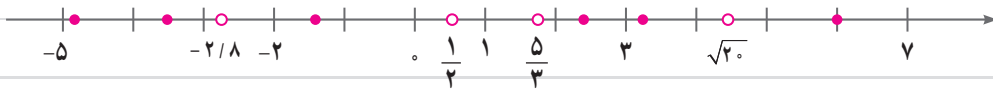
پ) اعداد زیر را روی شکل و در محل مناسب بنویسید. $-\frac{25}{3}, -9, \frac{\pi}{4}, \frac{2}{6}, 2\sqrt{5}, 0, 200, \sqrt{17}$

ت) مجموعه اعداد صحیح غیر حسابی را با نمایش اعضا بنویسید. $\mathbb{Z} - \mathbb{W} = \{ \quad \}$

ث) مجموعه $\mathbb{W} - \mathbb{N}$ چند عضو دارد؟

۲ هریک از اعداد داده شده را در یکی از جاهای مشخص شده روی محور بنویسید. کدام یک از این شش عدد، گنگ اند؟ زیر

آن‌ها خط بکشید. $-\sqrt{2}, \pi, -4/9, 6, -7/45, 2/45$



صفحه ۳ کتاب درسی

فعالیت

اگر a و b دو عدد حقیقی دلخواه باشند، به طوری که $a < b$ ، آن‌گاه جدول زیر را کامل کنید:

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز		$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
بسته			
نیم باز	$[a, b)$		
نیم باز	$(a, b]$		
		$\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x \leq 5\}$	



اگر a عدد حقیقی دلخواهی باشد، جدول زیر را کامل کنید.

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
		$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	
نیم باز	$[a, +\infty)$		
	$(-\infty, a)$		
		\mathbb{R}	
		$\{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$	

۱) درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید :

الف) $\frac{4}{3} \in [\frac{1}{4}, 2)$

ب) $-2 \in (-2, 0]$

پ) $0 \in (-2, 0]$

ت) $-2 \in \{-2, 0\}$

ث) $-1 \in \{-2, 0\}$

ج) $[-1, 2] \subseteq (-1, 2)$

چ) $\{0, 1\} \subseteq [-1, 2)$

ح) $\emptyset \subseteq (-17, 0]$

د) $\sqrt{2} \in (0, 1)$

خ) $[2, 5) = (2, 5]$



۲ هریک از اعداد زیر، عضو یک یا چند تا از بازه‌های داده شده هستند. هر عدد را به بازه یا بازه‌های نظیر آن وصل کنید.

$$-2 \quad \sqrt{3} \quad -500 \quad \frac{-5}{2} \quad 6/0.22 \times 10^{23} \quad 0/2$$

$$[1, 4] \quad (-\infty, -4) \quad [-2, 0) \quad [3, +\infty) \quad \left(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right] \quad (-2, 3)$$

۳ نمایش هندسی دو بازه $A = (-4, 2]$ و $B = (-1, 3]$ را روی محور زیر رسم کنید و سپس حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

۷



الف) $A \cap B$

ب) $A \cup B$

پ) $A - B$

ت) $B - A$

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

فعالیت

صفحه ۵ کتاب درسی

فرض کنید A مجموعه اعداد طبیعی کم‌تر از ۴ و B مجموعه اعداد صحیح کم‌تر از ۴ باشد.

الف) این دو مجموعه را با نمایش اعضای آن‌ها مشخص کنید.

$$A = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$B = \{ \quad \quad \quad \}$$

ب) A چند عضو دارد؟

پ) درباره تعداد اعضای B چه می‌توان گفت؟

مجموعه‌هایی مانند A را که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی است، مجموعه‌های متناهی می‌نامیم.



۱ متاهی یا نامتاهی بودن هریک از مجموعه‌های زیر را مشخص کنید. درباره مجموعه‌های متاهی سعی کنید تعداد دقیق یا تقریبی اعضای هریک از آن‌ها را بنویسید.

تعداد اعضا (در مورد مجموعه‌های متاهی)	نامتاهی	متاهی	مجموعه
			مجموعه اعداد اول یک‌رقمی
			مجموعه انسان‌های روی زمین
			مجموعه اعداد طبیعی فرد
			مجموعه سلول‌های عصبی مغز یک انسان
			مجموعه تمام دایره‌های به مرکز مبدأ مختصات
			مجموعه دانش‌آموزان مدرسه شما
			مجموعه اعداد طبیعی ده‌رقمی
			مجموعه درخت‌های جنگل‌های آمازون
			مجموعه کسرهای مثبت با صورت یک
			مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰
			بازه (۱ و ۰)
			مجموعه مولکول‌های موجود در یک مول
			مشخص از آب

۲ دو مجموعه نامتاهی نام ببرید.

۳ دو مجموعه نامتاهی مثال بزنید که یکی از آن‌ها زیرمجموعه دیگری باشد.

۴ دو مجموعه نامتاهی مثل A و B مثال بزنید که $A \subseteq B$ بوده و $B - A$ تک‌عضوی باشد.

تذکره: تعداد اعضای برخی از مجموعه‌های متاهی، ممکن است بسیار زیاد باشد؛ با این حال، با داشتن امکانات لازم و صرف وقت کافی، می‌توان تعداد آن‌ها را به دست آورد.

فعالیت

صفحة ۷ کتاب درسی -

الف) $\frac{1}{3}$ عددی بین ۰ و ۱ است. چهار عدد گویای دیگر از بازه (۰, ۱) بنویسید و جواب خود را با جواب‌های دوستانتان مقایسه کنید.

ب) آیا می‌توان بین ۰ و ۱ به هر تعداد دلخواه، عدد گویا ارائه کرد؟

پ) در مورد منتهای یا نامتنهای بودن اعداد گویای موجود در بازه (۰, ۱) چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

ت) در مورد منتهای یا نامتنهای بودن Q چه می‌توان گفت؟

ث) اگر A دارای یک زیرمجموعه نامتنهای باشد، آن‌گاه A یک مجموعه خواهد بود.

۹

تمرین

صفحة ۷ کتاب درسی -

۱) فرض کنید U مجموعه تمام مضرب‌های طبیعی عدد ۵ باشد.

الف) U را با نمایش اعضای آن بنویسید.

ب) U منتهای است یا نامتنهای؟

پ) یک زیرمجموعه منتهای از U بنویسید.

ت) دو زیرمجموعه نامتنهای مانند C و D از U بنویسید؛ به طوری که $C \subseteq D$.

۲) منتهای یا نامتنهای بودن مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

الف) مجموعه اعداد طبیعی.

ب) مجموعه شماره‌های طبیعی عدد ۳۶.

پ) بازه $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$.

ت) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 < x < 2\}$.

ث) مجموعه مضرب‌های طبیعی عدد ۱۰۰.

۳) دو مجموعه نامتنهای مثال بزنید که اشتراک آن‌ها مجموعه‌ای منتهای باشد.



۴ حاصل هریک از مجموعه‌های زیر را با رسم بازه‌های آن‌ها روی یک محور به دست آورید :

الف) $(-۳, ۰) \cup (-۲, ۵)$

ب) $(-\infty, ۶] \cap (۲, ۹)$

پ) $(۳, +\infty) \cap (۶, ۱۰]$

ت) $(-\infty, ۱) \cup [۱, +\infty)$

ث) $(۳, +\infty) - [۲, ۴)$

ج) $[۲, ۴) - (۳, +\infty)$

۵ مجموعه $\mathbb{R} - \{۳\}$ را روی محور نشان دهید و سپس آن را به صورت اجتماع دو بازه بنویسید.

۶ اگر $A \subseteq B$ و B مجموعه‌ای متناهی باشد، آنگاه A متناهی خواهد بود یا نامتناهی؟

درس دوم: متمم یک مجموعه

فعالیت

صفحه ۸ کتاب درسی

الف دو مجموعه زیر را در نظر بگیرید و اعضای هریک را روی محور نشان دهید.

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x \leq 2\}$$



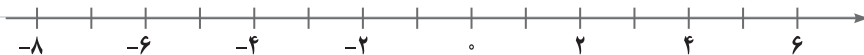
$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 2\}$$



ب A را با نمایش اعضا و B را به صورت یک بازه بنویسید. $A = \{ \quad \} \quad B =$

پ در مورد A، اگر مجموعه مرجع را \mathbb{Z} در نظر بگیریم، A' را مشخص کنید.

ت در مورد B با فرض این که \mathbb{R} مجموعه مرجع باشد، B' را مشخص کنید و آن را روی محور نمایش دهید.



صفحه ۹ کتاب درسی

کار در کلاس

۷ اگر U مجموعه شامل تمام استان‌های کشورمان باشد و A مجموعه استان‌های غیر ساحلی، آن‌گاه A' را با نمایش اعضای آن بنویسید.

۸ فرض کنیم U مجموعه تمام اتومبیل‌های پلاک‌گذاری شده کشور و B مجموعه اتومبیل‌های با پلاک فرد باشد. در این صورت

B' چه مجموعه‌ای خواهد بود؟

۹ با فرض آن که \mathbb{N} مجموعه مرجع باشد، هر مجموعه را به متمم خودش وصل کنید.

$$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

$$\{1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, \dots\}$$

$$\{3, 6, 9, 12, \dots\}$$

$$\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

$$\{1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$\{1, 2, 4, 5, 7, 8, \dots\}$$

$$\{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$$

$$\{10, 11, 12, 13, 14, \dots\}$$



۱۰. مجموعه مرجع U و A زیر مجموعه دلخواهی از آن می باشد. با رسم نمودار، طرف دوم تساوی های زیر را بنویسید.

$$Q' = \quad U' =$$

$$A \cup A' = \quad A \cap A' =$$

۱۱. الف) اگر Z را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، آن گاه \mathbb{N}' را با نوشتن اعضای آن مشخص کنید.

ب) اگر \mathbb{R} را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، در این صورت \mathbb{N}' را روی محور نمایش دهید.

۱۲. فرض کنیم $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{2, 4\}$. ابتدا A' و B' را بنویسید و سپس جدول های زیر را کامل کنید. از هر قسمت چه نتیجه ای می گیرید؟

$$A' = \{ \quad \quad \quad \} \quad B' = \{ \quad \quad \quad \}$$

 $(A')'$
 $\{1, 2, 3\}$

$$\Rightarrow (A')' = A$$

 $A \cup B$
 $(A \cup B)'$
 $A' \cap B'$
 $\{ \quad \quad \}$
 $\{ \quad \}$
 $\{ \quad \}$

$$\Rightarrow \dots = \dots$$

 $A \cap B$
 $(A \cap B)'$
 $A' \cup B'$
 $\{ \quad \}$
 $\{ \quad \quad \}$
 $\{ \quad \quad \}$

$$\Rightarrow \dots = \dots$$

 $A - B$
 $A - (A \cap B)$
 $\{ \quad \}$
 $\{ \quad \}$

$$\Rightarrow \dots = \dots$$

A

آنیتا
زهرا
الناز
الهام

B

فاطمه
معصومه
فرزانه

۱ یک تیم کوه‌نوردی متشکل از ۴ دانش‌آموز و ۳ دانشجوی عضو یک مؤسسه طرفدار محیط زیست است. اعضای این تیم به‌طور داوطلبانه در روزهای جمعه هر هفته، کوه‌های اطراف شهر خود را از وجود زباله پاک‌سازی می‌کنند. اعضای دانش‌آموز این تیم، مجموعه {آنیتا، زهرا، الناز، الهام} = A و اعضای دانشجویی آن، مجموعه {فاطمه، معصومه، فرزانه} = B هستند. همان‌گونه که دیده می‌شود، این دو مجموعه هیچ عضو مشترکی ندارند؛ به عبارت دیگر $A \cap B = \emptyset$.

به هر دو مجموعه مثل A و B که فاقد عضو مشترک باشند، دو مجموعه جدا از هم یا مجزا می‌گوییم.

الف) اعضای $A \cup B$ را که بیان‌گر اعضای تیم کوه‌نوردی می‌باشد، بنویسید و جدول زیر را تکمیل کنید.

$A \cup B =$

$n(A)$	$n(B)$	$n(A \cup B)$	$n(A \cap B)$
۴			

ب) تعداد عضوهای $A \cup B$ چه رابطه‌ای با $n(A)$ و $n(B)$ دارد؟ این رابطه را به صورت یک فرمول بنویسید.

پ) تحت چه شرایطی، این فرمول برای دو مجموعه دلخواه A و B برقرار است؟

۲ الف) مجموعه شمارنده‌های طبیعی دو عدد ۲۸ و ۳۰ را به ترتیب A و B می‌نامیم. موارد خواسته‌شده را بنویسید.

$n(A) = 6 \Rightarrow A = \{ \quad , \quad , \quad , \quad , \quad , \quad \}$: مجموعه شمارنده‌های عدد ۲۸

$n(B) = \quad \Rightarrow B = \{ \quad \}$: مجموعه شمارنده‌های عدد ۳۰

$n(A \cap B) = \quad \Rightarrow A \cap B = \{ \quad \}$: شمارنده‌های مشترک ۲۸ و ۳۰

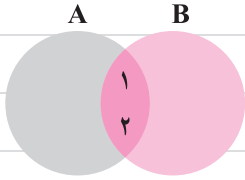
$n(A \cup B) = \quad \Rightarrow A \cup B = \{ \quad \}$

ب) جدول زیر را کامل کنید.

$n(A)$	$n(B)$	$n(A \cap B)$	$n(A \cup B)$
۶			



پ) چرا رابطه‌ای که در فعالیت (۱) به دست آوردید؛ یعنی $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ در این مثال برقرار نیست؟



ت) با تکمیل نمودار مقابل، سعی کنید رابطه درست برای $n(A \cup B)$ را حدس بزنید.

همان‌طور که دیدیم، اگر A و B دو مجموعه متناهی دلخواه باشند، داریم :

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

با توجه به نمودار روبه‌رو، در مورد علت درستی این رابطه با دوستان خود بحث کنید.

کار در کلاس

صفحه ۱۱ و ۱۲ کتاب درسی

۱ یک دوره جشنواره فیلم کوتاه با شرکت ۲۱ فیلم در موضوعات مختلف در حال برگزاری است که در بین آن‌ها ۷ فیلم پویانمایی (کارتونی) و ۸ فیلم طنز وجود دارد، به طوری که ۳ تا از فیلم‌های پویانمایی با مضمون طنز می‌باشند. مطلوب است تعداد کل فیلم‌هایی که :

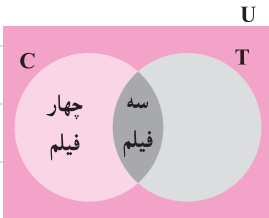
الف) پویانمایی یا طنزند. ب) غیر پویانمایی و غیر طنزند.

روش اول حل : مجموعه شامل تمام فیلم‌ها را با U ، مجموعه فیلم‌های پویانمایی را با C و مجموعه فیلم‌های طنز را با T نشان می‌دهیم. جاهای خالی را پر کنید و جواب‌ها را بیابید.

الف) $n(C \cup T) = n(C) + n(T) - n(C \cap T) = 7 + \dots - \dots = \dots$

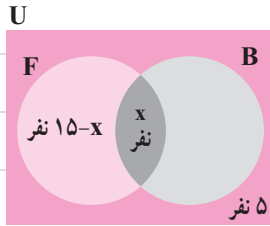
ب) $n(C \cup T)' = n(U) - n(C \cup T) = \dots - \dots = \dots$

روش دوم حل : در نمودار وین مقابل، دو مجموعه C و T سطح درون U را به چهار ناحیه جداگانه تقسیم کرده‌اند که عدد مربوط به دوتا از نواحی، نوشته شده است. با نوشتن اعداد مربوط به دو قسمت دیگر، جواب قسمت‌های الف) و ب) را بیابید.



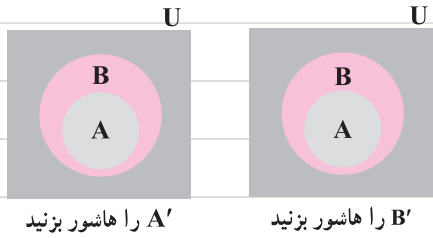


۲ در یک کلاس ۲۵ نفری، تعداد ۱۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۱۱ نفر عضو تیم بسکتبال کلاس هستند. اگر ۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هیچ‌یک از این دو تیم نباشند، مشخص کنید چند نفر از آن‌ها عضو هر دو تیم هستند.



روش اول حل: با تکمیل نمودار زیر مقدار x را بیابید.

روش دوم حل: چون ۵ نفر عضو هیچ‌یک از این دو تیم نیستند، پس $n(B \cup F) = 20$. حال با نوشتن فرمول $n(B \cup F)$ می‌توان $n(B \cap F)$ را به دست آورد.



۳ الف) فرض کنیم $A \subseteq B \subseteq U$ که در آن U مجموعه مرجع است.

در نمودارهای مقابل A' و B' را مشخص کنید و سپس تعیین کنید که آیا بین A' و B' هم رابطه زیرمجموعه بودن برقرار است. چگونه؟

ب) اگر $U = \{a, b, c, d, e\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{a, b\}$ و $B = \{a, b, c\}$ ، در این صورت $A \subseteq B$ می‌باشد. با به دست آوردن A' و B' نشان دهید که بین A' و B' هم رابطه زیرمجموعه بودن برقرار است.

تمرین

صفحه ۱۲ و ۱۳ کتاب درسی

۱ \mathbb{R} را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیرید و سپس متمم هریک از مجموعه‌های زیر را روی محور نشان دهید.

الف) $A = [-2, 3)$