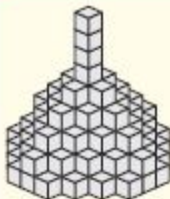




cooligans





۲ اگر شکل روبه‌رو را درون یک مکعب مستطیل قرار دهیم، حداقل حجم آن مکعب مستطیل کدام می‌تواند باشد؟

$$8 \times 9 \times 10$$

$$8 \times 9 \times 9$$

$$9 \times 9 \times 10$$

$$9 \times 9 \times 9$$

پاسخ: ۸۱۰

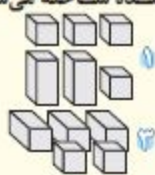


ناخنک ۸: ساخت تصویر سه‌بعدی

اجزای تشکیل‌دهنده‌ی یک تصویر سه‌بعدی به‌صورت جدا از هم داده می‌شود و شما باید تشخیص دهید که آیا با کنار هم قرار دادن آنها تصویر سه‌بعدی مورد نظر ساخته می‌شود؟ در حل این سؤالات فراموش نکنید که تعداد اجزای سازنده‌ی جدا از هم با تعداد اجزای برهم چسبیده باید یکسان باشد. پس شمارش بلوک‌ها فراموش نشود. همچنین برای ساخت تصویر سه‌بعدی لازم است که بلوک‌های یک مجموعه به هر میزان و در هر جهتی چرخانده شوند و سپس تصور کنید وقتی بلوک‌ها چرخانده می‌شوند و کنار هم قرار می‌گیرند چگونه به نظر می‌رسند.



از کنار هم قرار گرفتن کدام مجموعه از بلوک‌ها، تصویر سه‌بعدی داده‌شده ساخته می‌شود؟



پاسخ: گزینه‌ی ۲
سه تا از بلوک‌ها به‌صورت مکعب مربع می‌باشند. پس گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» رد می‌شوند. (تعداد بلوک‌ها ۶ تا می‌باشد، این در حالی است که تعداد بلوک‌های گزینه‌ی «۳» از همان ابتدا حذف شده است.)



۳ هزار مکعب واحد به یکدیگر چنان وصل شده‌اند که یک مکعب به ضلع 10 را تشکیل داده‌اند. این مکعب ابتدا داخل رنگ فرو می‌رود و پس از آن مکعب‌های کوچک از هم جدا می‌شوند. از این مکعب‌های واحد، تعداد آنهایی که حداقل یک وجه رنگی شده دارند چند تا است؟

۴۸۰

۴۸۸

۵۲۰

۶۰۰

پاسخ: گزینه ۲

تعداد مکعب‌های رنگ نشده را از تعداد کل مکعب‌ها کم می‌کنیم. برای به دست آوردن تعداد مکعب‌های رنگ نشده در مکعب، از اندازه طول هر ضلع ۲ واحد کم کرده و آنها را در هم ضرب می‌کنیم:

$$10 - 2 = 8 \Rightarrow 8 \times 8 \times 8 = 512$$

تعداد مکعب‌های رنگ نشده ۵۱۲

$$1000 - 512 = 488$$

تعداد مکعب‌های با حداقل یک وجه رنگی ۴۸۸



ناخنک ۱۸: مکعب‌های رنگی در مکعب مستطیل

اگر مکعب مستطیلی را که طول، عرض و ارتفاع آن به ترتیب a ، b و c است در رنگ فرو ببریم و سپس آن را به مکعب‌های کوچک به ضلع ۱ واحد برش دهیم، تعداد مکعب‌های با ویژگی‌های موردنظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$(a-2) \times (b-2) \times (c-2)$$

تعداد مکعب‌های بدون وجه رنگی:

تعداد مکعب‌های با یک وجه رنگی:

$$2 \times [(a-2) \times (b-2) + (c-2) \times (a-2) + (b-2) \times (c-2)]$$

$$4 \times [(a-2) + (b-2) + (c-2)]$$

تعداد مکعب‌های با دو وجه رنگی:

تعداد مکعب‌هایی که سه وجه رنگی دارند، ۸ تا است که در رأس مکعب مستطیل قرار دارند.

۲ با توجه به تصاویر داده شده از یک تاس، وجه روبه روی عدد ۶ کدام است؟



پاسخ: گزینه ۱

در شکل‌ها ۱ تکرار شده و در شکل اول از سمت چپ، ۱ کنار ۲ و ۵ است و در شکل دوم کنار ۴ و ۵ و در شکل سوم کنار ۲ و ۶ پس نتیجه می‌گیریم ۱ روبه روی ۳ است. از طرف دیگر ۱، ۲ و ۴ وجه‌های کناری ۵ هستند و چون ۳ نیز وجه روبه روی ۱ است پس ۶ روبه روی وجه ۵ قرار دارد.

۳ وجه پوشیده شده‌ی مکعب سمت چپ کدام است؟



پاسخ: گزینه ۳

در این دو شکل عددهای ۱، ۲ و ۴ وجود دارد و اعداد ۳، ۵ و ۶ تنها عددی هستند که می‌توانند روی وجه پوشیده شده باشند. تنها گزینه‌ی «۳» که فقط چینش خالی‌های عدد ۵ در آن مشابه شکل وجه پوشیده شده است درست می‌باشد.



ناخنک ۲۸: کوتاه‌ترین مسیر حرکت روی مکعب

حرکت روی مکعب به همین راحتی هم نیست. گاهی فقط باید روی اضلاع مکعب حرکت کنید و گاهی اجازه‌ی عبور از وجه را هم دارید. اگر به دنبال کوتاه‌ترین مسیر حرکت می‌گردید بهتر است به گسترده‌ی مکعب مراجعه کنید. برای انجام محاسبات، رابطه‌ی فیثاغورس را خوب به خاطر بسپارید.



۱ مورچه‌ای روی یک مکعب به ضلع واحد است و می‌خواهد از یک گوشه به گوشه‌ی روبه‌رو برود. کدام مسیر برایش کوتاه‌تر است؟



پاسخ: گزینه ۳ از گسترده‌ی دو وجه به هم چسبیده‌ی مشخص شده استفاده می‌کنیم و طول مسیر هر گزینه را جداگانه محاسبه می‌کنیم.



گزینه‌ی «۱»: طول مسیر برابر است با ۳.

گزینه‌ی «۲»: طول مسیر برابر است با: (از قضیه‌ی

فیثاغورس کمک می‌گیریم)

$$1 + \sqrt{1^2 + 1^2} = 1 + \sqrt{2}$$

گزینه‌ی «۳»: طول مسیر برابر است با: (از قضیه‌ی

فیثاغورس کمک می‌گیریم)

$$\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

گزینه‌ی «۴»: طول مسیر برابر است با: (از قضیه‌ی

فیثاغورس کمک می‌گیریم)

$$\sqrt{1^2 + 1^2} + 1 = \sqrt{2} + 1$$

در بین چهار عدد ۳، $1 + \sqrt{2}$ ، $\sqrt{5}$ و $1 + \sqrt{2}$ کوچک‌ترین عدد $\sqrt{5}$ است.



آنمونه





۵ اعداد ۱، ۲ و ۱۳۹۱ را روی سه وجه یک مکعب نوشته ایم. سپس روی سه وجه دیگر مکعب، اعداد 1000 ، Y و Z را طوری نوشته ایم که میانگین اعداد روی چهار وجه مجاور خود باشند. گسترده ی این مکعب را در شکل زیر مشاهده می کنید. X چه عددی است؟



* با توجه به متن زیر به سوال های ۶ تا ۱۰ پاسخ دهید.
 «مکعبی به ضلع ۱۰ سانتی متر داریم که همه ی سطح بیرون آن قرمز رنگ است و نواری سبزرنگ به پهنای ۲ سانتی متر در امتداد همه ی ضلع های آن وجود دارد. این مکعب به ۱۲۵ مکعب کوچک هم اندازه تقسیم می شود.»

- ۶ چند مکعب وجود دارد که سه وجه آن سبز است؟
 ۱۶ ۸ ۴ صفر
- ۷ چند مکعب وجود دارد که یک وجه آن قرمز و وجه مجاور آن سبز است؟
 ۱۶ ۸ ۶ صفر
- ۸ چند مکعب وجود دارد که حداقل یک وجه آن رنگی است؟
 ۱۰۲ ۹۸ ۸۹ ۷۶
- ۹ چند مکعب وجود دارد که حداقل دو وجه آن سبز است؟
 ۶۳ ۴۴ ۲۷ ۸
- ۱۰ چند مکعب رنگ نشده وجود دارد؟
 ۶۴ ۲۷ ۱۲ صفر



کونسل





پاسخنامه‌ی هوش تجسمی

حالت سوم: سه وجه با رنگ قرمز و ۳ وجه دیگر با رنگ آبی: ۲ تا
حالت چهارم: چهار وجه با رنگ قرمز و ۲ وجه دیگر با رنگ آبی که برابر با همان
تعداد حالت دوم است: ۲ تا
حالت پنجم: پنج وجه با رنگ قرمز و ۱ وجه دیگر با رنگ آبی که برابر با همان تعداد
حالت اول است: یکی

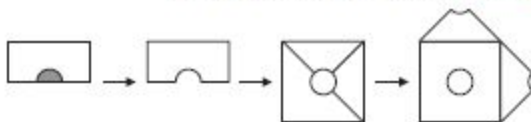
در مجموع $1+2+2+2+1=8$

۱۰ **گزینه‌ی ۱** اگر بعد مکعب کوچک‌تر را a در نظر بگیریم بُعد مکعب دیگر $2a$ است. بنابراین نسبت مساحت این دو به هم برابر است:

$$\frac{S_{\text{مکعب بزرگتر}}}{S_{\text{مکعب کوچکتر}}} = \frac{6(2a)^2}{6a^2} = \frac{6 \times 4a^2}{6a^2} = \frac{24}{6} = 4$$

۱۱ **گزینه‌ی ۱**

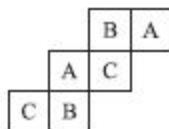
۱۲ **گزینه‌ی ۱** مراحل را از انتها به ابتدا رسم می‌کنیم:



۱۳ **گزینه‌ی ۱**

۱۴ **گزینه‌ی ۱** در گزینه‌های «۱» و «۴» دو وجه روبه‌روی گسترده هم‌زمان دیده می‌شوند که این امکان‌پذیر نیست. در گزینه‌ی «۲» جهت تصویر وجه روبه‌رو اشتباه است.

۱۵ **گزینه‌ی ۱** در این نوع گسترده وجه‌های روبه‌رو (که کنار هم قرار نمی‌گیرند) به‌صورت زیر با حروف یکسان نام‌گذاری شده‌اند.





پاسخنامه‌ی آزمون ۱۱

۱ **توضیح:** از هر رأس به ۳ رأس مجاور ضلع رسم می‌شود. به بقیه‌ی رأس‌ها قطر رسم می‌شود که برخی از آنها از داخل مکعب می‌گذرد. اگر با حوصله عمل کنید، خواهید دید از هر رأس به ۳ رأس یال رسم می‌شود به ۱۰ رأس دیگر قطرهایی که روی وجه‌ها هستند. پس به بقیه قطرهایی رسم می‌شود که داخل فضای مکعب‌اند. تعداد کل رأس‌ها:

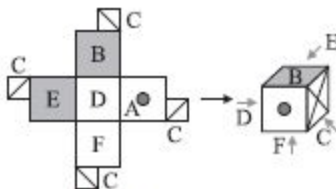
$$۸ \times ۳ = ۲۴$$

از هر رأس که در نظر بگیریم به ۲۳ رأس دیگر می‌توان پاره‌خط رسم کرد که ۱۳ تا روی وجه‌ها و یال‌ها هستند و بقیه قطر داخلی: $۲۳ - (۱۰ + ۳) = ۱۰$ یعنی از هر رأس به ۱۰ رأس می‌توان قطر داخلی رسم کرد. و هر قطر هم ۲ بار حساب می‌شود. پس:

$$\frac{۲۴ \times ۱۰}{۲} = ۱۲۰$$

۲ **توضیح:** یال‌های سوراخ‌شده متوالی نیستند، پس گزینه‌های «۱» و «۳» حذف می‌شوند. در یک جهت و یکی‌درمیان است، پس گزینه‌ی «۲» هم حذف می‌شود.

۳ **توضیح:**



۴ **توضیح:** با توجه به شکل مکعب چون قطرهای هر وجه با هم برابر هستند، مثلث متساوی‌الاضلاع است.

۵ **توضیح:** برای ساختن شکل (الف)، ۳ قطعه مشابه شکل (ب) به صورت زیر در کنار هم قرار می‌گیرند.

