



معادله درجه اول

کتاب درسی، توی این قسمت، موضوع جدیدی مطرح نکرده فقط اومده معادله درجه اول رو که در سال های قبل هم داشتین، مجدداً یادآوری کرده. قطعاً همه تون می دونید که هر معادله ای که بشه اونو به شکل $ax + b = 0$ تبدیل کرد معادله ای درجه اوله که a و b دو عدد حقیقی دلخواه هستن ولی a نباید صفر باشه چون با ضرب صفر در x ، متغیر کلاً از بین میره و معادله به شکل $b = 0$ تبدیل میشه و دیگه x ای وجود نداره که بخوایم پیدا کنیم. پس با فرض $a \neq 0$ معادله رو حل می کنیم:

$$ax + b = 0 \xrightarrow{\text{عدد } +b \text{ رو به سمت راست می بریم علامتش عوض میشه}} ax = -b \xrightarrow{\text{عدد معلوم } (-b) \text{ رو بر ضریب مجهول } (a) \text{ تقسیم می کنیم}} x = \frac{-b}{a}$$

ریشه یا جواب معادله:

دستگرمی: معادلات درجه اول زیر را حل کنید.

الف) $10x - 3 = -2x + 8$

ب) $(3x - 1)(x + 2) = 3x^2 - 6x - 1$

پاسخ: الف) همه x ها باید در یک طرف تساوی باشن و اعداد هم در طرف دیگه تساوی. توی این کتاب، ما معمولاً x ها رو به سمت چپ و عددها رو به سمت راست تساوی می بریم:

$$10x - 3 = -2x + 8 \xrightarrow{\text{به راست}} 10x + 2x = 8 + 3 \xrightarrow{\text{به چپ}} 12x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{12}$$

ب) ابتدا دو پرانتز رو در هم ضرب می کنیم، سپس x ها رو به سمت چپ و عددها رو به سمت راست منتقل می کنیم:

$$(3x - 1)(x + 2) = 3x^2 - 6x - 1 \xrightarrow{\text{به راست}} 3x^2 + 6x - x - 2 = 3x^2 - 6x - 1 \xrightarrow{\text{به چپ}} 3x^2 + 6x - x - 3x^2 + 6x = 2 - 1 \Rightarrow 11x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{11}$$

این دو جمله با هم قرینه هستن پس حذف می شن

تذکر: شما پس از ضرب دو پرانتز در هم، می تونید سریع $3x^2$ ها رو از دو طرف تساوی خط بزنید تا وقتتون کمتر تلف شه یعنی عبارت های مساوی رو همیشه از دو طرف معادله، ساده کرد.

یہ راز مهم: بعضی وقتا ظاهر معادله درجه اول، کسریه (البته x^1 باید فقط تو صورت کسری باشه، اگه توی مخرج باشه، دیگه معادله مون درجه اول نیست و معادله گویاست).

در این جور مواقع، تمام جملات معادله رو در ک.م.م مخرج ها ضرب می کنیم تا از شر مخرج ها راحت شده و معادله سریع تر حل بشه. (ک.م.م رو اول کتاب کامل توضیح دادیم اگه یادتون رفته یه نگاه بهش بتدازین. ■

دستگرمی: معادله مقابل را حل کنید.

$$\frac{10x - 2}{5} - \frac{2x}{3} = 1$$

پاسخ: همون طور که گفتیم بهتره مخرج ها رو از بین ببریم. برای این کار، تمام جملات رو در ک.م.م ۳ و ۵ یعنی در عدد ۱۵ ضرب می کنیم:

$$15 \times \left(\frac{10x - 2}{5} - \frac{2x}{3} = 1 \right) \Rightarrow 15 \times \frac{10x - 2}{5} - 15 \times \frac{2x}{3} = 15 \times 1$$

$$\Rightarrow 30x - 6 - 10x = 15 \Rightarrow 30x - 10x = 15 + 6 \Rightarrow 20x = 21 \Rightarrow x = \frac{21}{20}$$

حالا بریم سراغ یک تست نسبتاً راحت. فقط به کلمه **مربع معکوس** خوب دقت کنید:

تست نمونه: مربع معکوس جواب معادله $\frac{2x-1}{2} - \frac{x+3}{6} = \frac{x}{12} - \frac{3}{4}$ کدام است؟

۹ (۴)

$\frac{1}{9}$ (۳)

۳۶ (۲)

$\frac{1}{36}$ (۱)

طبق مطالبی که در مورد به دست آوردن ک.م.م گفته‌ایم، بدون هیچ توضیحی می‌گیریم ک.م.م. مخرج‌ها عدد ۱۲ است: پس تمام جملات معادله رو در ۱۲ ضرب می‌کنیم:

$$12 \times \left(\frac{2x-1}{2} - \frac{x+3}{6} = \frac{x}{12} - \frac{3}{4} \right) \Rightarrow 6(2x-1) - 2(x+3) = x - 3(3) \Rightarrow 12x - 6 - 2x - 6 = x - 9 \Rightarrow 12x - 2x - x = -9 + 6 + 6$$

$$\Rightarrow 9x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \Rightarrow \text{مربع معکوس جواب} = (3)^2 = 9$$

توجه: معکوس $\frac{1}{3}$ میشه ۳، پس مربع معکوس $\frac{1}{3}$ میشه: $3^2 = 9$

☆ **تیب مورد علاقه طراحان کنکور:** تا الان این‌طور بوده که یک معادله درجه اول به شما داده میشد و میگفتن حلش کنید، ولی خیلی وقتاً برعکس یعنی جواب یا همون ریشه معادله به شما داده میشه و میگن به پارامتر مجهول، مثل n, m, k ... رو پیدا کنید. این قاعده جهانی رو به یاد داشته باشین که: **ریشه هر معادله، توی خود اون معادله، صدق می‌کنه.**

الان فرض کنید بدونیم ریشه معادله $\frac{x-1}{5} - \frac{2k}{7} = \frac{3x}{10}$ برابر (-1) باشه. هدف پیدا کردن پارامتر k هست، پس به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

۱ می‌دونیم ریشه هر معادله، توی خود اون معادله صدق میکنه پس به جای تمام x ها عدد (-1) رو قرار میدیم:

$$\frac{-1-1}{5} - \frac{2k}{7} = \frac{3(-1)}{10} \Rightarrow \frac{-2}{5} - \frac{2k}{7} = \frac{-3}{10}$$

۲ حالا باید معادله رو حل کنیم، بهتره تمام جملات رو در ۷۰ ضرب کنیم تا مخرج‌های مزاحم بزن پی کارشون:

$$70 \cdot \left(\frac{-2}{5} - \frac{2k}{7} = \frac{-3}{10} \right) \Rightarrow 70 \cdot \left(\frac{-2}{5} \right) - 70 \cdot \left(\frac{2k}{7} \right) = 70 \cdot \left(\frac{-3}{10} \right) \Rightarrow -28 - 20k = 21 \Rightarrow -20k = 49 \Rightarrow k = -\frac{49}{20}$$

تست نمونه: اگر جواب معادله $\frac{10x}{3} - \frac{2x-5}{6} = m-1$ باشد، مقدار پارامتر m کدام است؟

$\frac{25}{6}$ (۴)

$-\frac{25}{6}$ (۳)

$\frac{13}{2}$ (۲)

$-\frac{13}{2}$ (۱)

گفتیم که ریشه هر معادله رو میشه به جای متغیرهای اون معادله جای‌گذاری کرد: پس الان به جای تمام x ها عدد -2 رو قرار میدیم:

$$\frac{10x}{3} - \frac{2x-5}{6} = m-1 \xrightarrow{x=-2} \frac{10(-2)}{3} - \frac{2(-2)-5}{6} = m-1$$

$$\Rightarrow \frac{-20}{3} + \frac{9}{6} = m-1 \Rightarrow \frac{-20}{3} + \frac{3}{2} = m-1 \xrightarrow{\text{ضرب جملات در ۶}} -40 + 9 = 6m - 6 \Rightarrow -6m = -6 + 40 - 9 \Rightarrow -6m = 25 \Rightarrow m = -\frac{25}{6}$$

کاربرد معادله درجه اول در حل مسائل توصیفی

دوستان عزیز، اکنون که روش حل معادله درجه اول رو یاد گرفتین بریم سراغ کاربرد عملی معادله درجه اول در حل بعضی از مسائل توصیفی. یعنی الان به مسئله ریاضی با توضیحات فارسی یا شکل‌های هندسی مطرح میشه و ما باید با انتخاب یک مجهول مناسب، مسئله رو حل کنیم. آگه موافقین اول کار در کلاس کتاب درسی رو با هم حل کنیم. (البته با کمی تغییر)

توصیف فارسی	معادل ریاضی
ما	x
و	$+$
ما	x
و	$+$
نصف ما	$\frac{x}{2}$
و	$+$
نصفه‌ای از نصف ما	$\frac{\frac{x}{2}}{2} = \frac{x}{4}$
گر تو هم یا ما شوی	$+1$
ما جملگی صد می‌شویم	$=100$

دست‌گرمی: علی مشغول پیاده‌روی بود که با یک گروه از دوستانش مواجه شد. علی از یکی از افراد گروه پرسید شما چند نفر هستید؟ او پاسخ داد: «ما و ما و نصف ما و نصفه‌ای از نصف ما، گر تو هم با ما شوی، ما جملگی صد می‌شویم.»

با توجه به این توصیف، تعداد افراد گروه را به دست آورید.

پاسخ: کاملاً مشخصه که باید تعداد افراد گروه رو x فرض کنیم. با توجه به توضیحات سؤال، تک‌تک کلمات مهم رو به عبارت‌های ریاضی تبدیل می‌کنیم:

$$\text{نوشتن معادله} \rightarrow x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$$

حالا برای حل معادله بالا تمام جملات رو در ۴ ضرب می‌کنیم تا مخرج‌ها حذف بشن:

$$4(x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100) \Rightarrow 4x + 4x + 2x + x + 4 = 400 \Rightarrow 11x = 396 \Rightarrow x = \frac{396}{11} = 36$$

؟ تست نمونه: ۱. دو برابر ثلث عددی از ربع همان عدد، ۱۰ واحد کمتر است. مربع این عدد کدام است؟

۳۶۱ (۴)

۵۷۶ (۳)

۱۴۴ (۲)

۱۰۰ (۱)

توصیف فارسی	نماد ریاضی
ثلث عددی	$\frac{x}{3}$
دو برابر ثلث عدد	$2\left(\frac{x}{3}\right)$
از	=
ربع همان عدد	$\frac{x}{4}$
۱۰ واحد کمتر است	-۱۰

۱ ۲ ۳ ۴ عدد خواسته شده رو x در نظر می‌گیریم، دقت کنید در توصیف فارسی، هر جا حرف «از» دیدیم همان جا در معادله باید نماد «=» قرار بدیم:

$$\begin{aligned} \xrightarrow[\text{معادله}]{\text{نوشتن}} 2\left(\frac{x}{3}\right) &= \frac{x}{4} - 10 \xrightarrow[\text{در ۱۲}]{\text{ضرب جملات}} \\ 8x &= 3x - 120 \Rightarrow 8x - 3x = -120 \\ \Rightarrow 5x &= -120 \Rightarrow x = \frac{-120}{5} = -24 \\ \Rightarrow \text{مربع جواب} &= (-24)^2 = 576 \end{aligned}$$

🔒 به راز مهم: گاهی وقتا عبارتهایی در متن سؤال داده میشه که برای برویچه‌های انسانی، کمی گنگه. برای اینکه در مواجهه با این عبارته‌ها، دچار سرگیجه نشید، پیشنهاد می‌کنیم به قسمت زیر توجه کنید:

اگر «اعداد طبیعی متوالی» مطرح باشن \leftarrow اون‌ها رو x و $x+1$ و $x+2$ و... فرض می‌کنیم.
اگر «اعداد طبیعی زوج متوالی» یا «اعداد طبیعی فرد متوالی» مطرح باشن \leftarrow اون‌ها رو x و $x+2$ و $x+4$ و... فرض می‌کنیم.

۲. مجموع سه عدد فرد متوالی برابر با ۱۶۱ می‌باشد. یکان عدد وسط کدام است؟

۹ (۴)

۷ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

۱ ۲ ۳ ۴ اگر کوچک‌ترین این سه عدد رو x فرض کنیم، عدد فرد بعدیش میشه $x+2$ و عدد فرد بعدی این عدد هم، میشه $x+4$ پس طبق صورت تست، معادله رو تشکیل میدیم:

$$\begin{aligned} \text{عدد فرد بزرگ‌تر} & \quad \text{عدد فرد وسطی} & \quad \text{عدد فرد کوچک‌تر} \\ & \quad \quad \quad \uparrow & \quad \quad \quad \uparrow \\ & \quad \quad \quad x & \quad \quad \quad x \\ & \quad \quad \quad \uparrow & \quad \quad \quad \uparrow \\ & \quad \quad \quad (x+2) & \quad \quad \quad (x+4) \\ & \quad \quad \quad \uparrow & \quad \quad \quad \uparrow \\ & \quad \quad \quad x & \quad \quad \quad x \end{aligned}$$

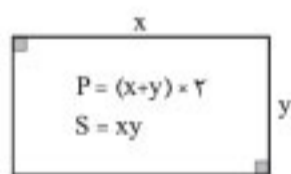
$$x + (x+2) + (x+4) = 161 \Rightarrow 3x + 6 = 161 \Rightarrow 3x = 161 - 6$$

$$\Rightarrow 3x = 155 \Rightarrow x = \frac{155}{3} = 51 \frac{2}{3} \xrightarrow[\text{مطلوب}]{\text{سه عدد فرد}} 51, 53, 55$$

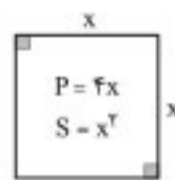
عدد وسط ۵۳ است که یکانش برابر با ۳ هست.

فصل ۱

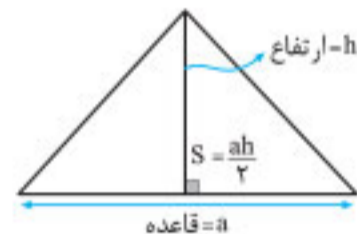
☆ تیب مورد علاقه طراحان کنکور: کلاً توی کنکور، عزیزان طراح، چند سالیه که به شکل‌های هندسی علاقه‌مند شدن، برای این که مشکلی توی این سؤال‌ها نداشته باشین یه بار فرمولای محیط و مساحت اشکال هندسی مهم رو براتون یادآوری می‌کنیم. (S یعنی مساحت و P یعنی محیط)



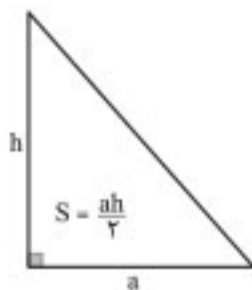
مستطیل با ابعاد x و y



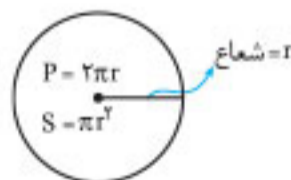
مربع به ضلع x



مثلث نامشخص (دلخواه)



مثلث قائم‌الزاویه (دو ضلع زاویه قائمه، قاعده و ارتفاع محسوب میشن)

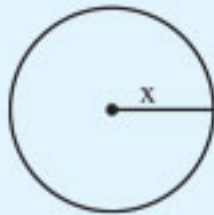
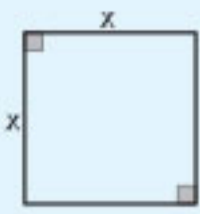


دایره به شعاع r



مربعی که اندازه قطرش معلوم باشه

🔒 حواستون باشه: دقت دارید که محیط مثلث، فرمول خاصی نداره و برابر مجموع اندازه سه ضلعه، به همین دلیل توی شکل‌های بالا، فقط مساحت مثلث‌ها رو نوشتیم. ■

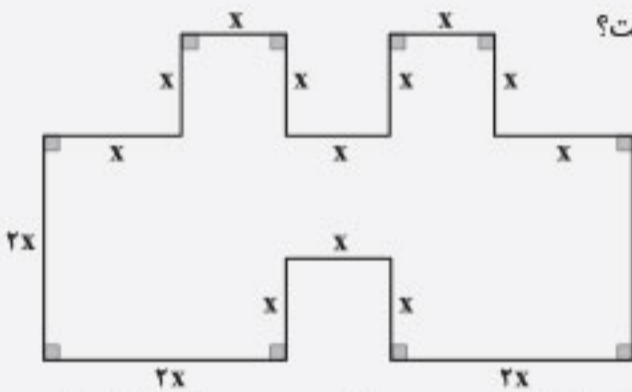


دست‌گرمی: با توجه به شکل، محیط دایره از محیط مربع ۴ واحد بیشتر است. مساحت دایره را به دست آورید. (عدد π را ۳ فرض کنید).

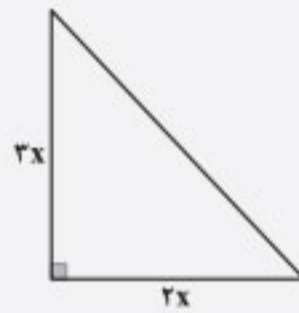
پاسخ: $4 + \text{محیط مربع} = \text{محیط دایره} \xrightarrow{\text{طبق فرض سوال}} \begin{cases} \text{محیط مربع} = 4x \\ \text{محیط دایره} = 2\pi r = 2 \times 3 \times x = 6x \end{cases}$

$$\Rightarrow 6x = 4x + 4 \Rightarrow 6x - 4x = 4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{مساحت دایره: } S = \pi r^2 = 3 \times 2^2 = 3 \times 4 = 12$$



تست نمونه: محیط شکل زیر (شکل سمت چپ) برابر ۲۰ می‌باشد. مساحت مثلث کدام است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۲/۵
- (۳) ۱
- (۴) ۱/۵

برای پیدا کردن محیط شکل، تمام اضلاع اون رو با هم جمع می‌کنیم و مساوی با ۲۰ قرار میدیم، در شکل می‌بینیم که ۱۲ تا ضلع x و ۴ تا ضلع $2x$ داریم: پس این‌طور می‌نویسیم:

$$12(x) + 4(2x) = 20 \Rightarrow 12x + 8x = 20 \Rightarrow 20x = 20 \Rightarrow x = 1$$

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{1}{2}(\text{ارتفاع})(\text{قاعده}) = \frac{(2x)(3x)}{2} = \frac{6x^2}{2} = 3x^2 \xrightarrow{x=1} \text{مساحت مثلث} = 3(1)^2 = 3$$

حل معادله درجه دوم

درسنامه

هر معادله که از ابتدا و یا پس از ساده شدن به شکل $ax^2 + bx + c = 0$ باشد یک معادله درجه دوم نامیده می‌شود. a ضریب جمله درجه ۲، b ضریب جمله درجه ۱ و c عدد ثابت است. مثلاً در معادله $3x^2 - \frac{1}{4}x + 1 = 0$ ضرایب $a = 3$ ، $b = -\frac{1}{4}$ ، $c = +1$ و یا در معادله $-5x^2 - 6 = 0$ ضرایب $a = -5$ ، $b = 0$ ، $c = -6$ و b و c برابر هستند با:

حواستون باشه: a نباید صفر باشه چون در این صورت، جمله ax^2 از بین میره و دیگه یه معادله درجه ۲ نداریم. ضمناً خوبه بدونید که هر معادله درجه دوم، حداکثر ۲ ریشه داره. ■

برای حل یک معادله درجه دوم چهار روش وجود داره:

۱. تجزیه
۲. روش جذرگیری (ریشه‌گیری)
۳. روش مربع کامل کردن
۴. روش کلی (دلتا)

حالا تک‌تک این روش‌ها رو بررسی می‌کنیم البته توی کتک‌ور، طراح نمیدانم بگه از چه روشی معادله رو حل کنیم، انتخاب با خود شماست. فقط این توصیه ما رو جدی بگیرید و تا می‌تونید از روش مربع کامل کردن استفاده نکنین مگه اینکه مجبور بشید. (حالا جلوتر می‌فهمین چی میگم)

۱. روش تجزیه

شما الان حتماً روش تجزیه رو بلدین چون در فصل قبلی، کامل درس دادم. فقط باید با یه قاعده‌ای به نام خاصیت **فاکتور صفر** آشنا بشین. این خاصیت به ما میگه اگه ضرب دو یا چند عبارت که شامل متغیری مثل x هستن صفر بشه تک‌تک اون عبارت‌ها رو باید مساوی با صفر قرار بدیم: مثلاً در معادله $3x(x-2)(x+4) = 0$ ضرب سه عامل $3x$ ، $x-2$ و $x+4$ برابر صفر شده: پس تک‌تک اون‌ها رو مساوی با صفر قرار میدیم تا ریشه‌های معادله به دست بیان:

$$\begin{cases} 3x = 0 \Rightarrow x = \frac{0}{3} = 0 \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases} \Rightarrow \text{ریشه‌های معادله } -4 \text{ و } 0 \text{ و } 2 \text{ هستن.}$$

پس توی این روش ابتدا عبارت موجود در معادله رو تجزیه می‌کنیم سپس از خاصیت فاکتور صفر استفاده می‌کنیم. (حالا کمی جلوتر بهترتون میگیم که اگه عبارتی قابل تجزیه نبود معادله داده‌شده رو چجوری حل می‌کنیم)

دست‌گرمی: معادلات زیر را به روش تجزیه حل کنید:

الف) $x^2 - 12x^2 = 0$

ب) $x^2 + 6x + 9 = 0$

ج) $x^2 - 10x + 25 = 0$

د) $x^2(x-3) = 4(x-3)$

پاسخ: باید از تمام روش‌هایی که برای تجزیه کردن یک عبارت به‌تون یاد دادیم استفاده کنیم و بعدش به کمک خاصیت فاکتور صفر، ریشه یا ریشه‌های معادله‌ها رو به‌دست بیارید:

الف) $x^2 - 12x^2 = 0 \xrightarrow{\text{فاکتور از } x^2} x^2(x^2 - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \xrightarrow{\text{جذر}} x = 0 \\ x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 = 12 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm\sqrt{12} \end{cases}$

ب) $x^2 + 6x + 9 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه با اتحاد اول}} (x+3)^2 = 0 \xrightarrow[\text{دو طرف}]{\text{جذر از}} x+3 = 0 \Rightarrow x = -3$

بد تست بدوتین وقتی معادله درجه دوم فقط یه ریشه داره به اون ریشه می‌گیم ریشه مضاعف

ج) $x^2 - 10x + 25 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه با اتحاد دوم}} (x-5)^2 = 0 \xrightarrow[\text{طرف}]{\text{جذر از دو}} x-5 = 0 \Rightarrow x = 5$

باز هم همیشه گفت $x = 5$ ریشه مضاعف معادله است.

د) $x^2(x-3) = 4(x-3) \xrightarrow[\text{می‌بریم}]{\text{همه رو به چپ}} x^2(x-3) - 4(x-3) = 0$

$\xrightarrow{\text{فاکتور از } (x-3)} (x-3)(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow (x-3)(x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x+2 = 0 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$

تجزیه یا اتحاد مزدوج

اگه یادتون باشه اول درس گفتیم هر معادله درجه دوم حداکثر ۲ ریشه داره ولی الان ۳ تا جواب به‌دست لومده پس معادله بالا درجه ۲ نیست. پس فکر نکند همیشه با معادله درجه ۲ طرف هستین. (معادله الف) هم درجه ۲ نبود ولی مشابه تمرین کتاب درسی‌تونه)

یہ راز مهم: در مثال قبلی، معادله $x^2(x-3) = 4x(x-3)$ رو به شکل ساده‌تر و کوتاه‌تری هم میشد حل کرد، یعنی میشه $(x-3)$ رو همون اول از دو طرف معادله، خط زد (ساده کرد) البته به شرطی که $x = 3$ رو جزء جواب‌های معادله حساب کنیم. چون ریشه معادله $x-3 = 0$ برابر ۳ هست. پس داریم:

$x^2(x-3) = 4x(x-3) \xrightarrow{\text{جذر}} x^2 = 4 \xrightarrow{\text{یک ریشه است.}} x = \pm 2$

پس ریشه‌های معادله ۳ و ۲ و -۲ خواهند بود. ■

تست نمونه: قدر مطلق تفاضل ریشه‌های معادله $9x^2 + 3x - 2 = 0$ کدام است؟

۲ (۴)

۱/۵ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

ضریب x^2 یک نیست؛ پس عبارت داده‌شده رو به روشی که در فصل قبلی گفتیم تجزیه می‌کنیم (اگه یادتون رفته یه نیگا به این قسمت در فصل قبلی بندازین):

$9x^2 + 3x - 2 \Rightarrow x^2 + 3x - 18 \xrightarrow[\text{جمله مشترک}]{\text{تجزیه با}} (x+6)(x-3)$

ضرب می‌کنیم

در پرانتز اول x رو در ۹ ضرب می‌کنیم
در پرانتز دوم عدد رو بر ۹ تقسیم می‌کنیم

$(9x+6)(x-\frac{2}{9}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 9x+6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-6}{9} = \frac{-2}{3} \\ x-\frac{2}{9} = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{9} \end{cases}$

\Rightarrow قدر مطلق تفاضل ریشه‌ها $= \left| \frac{2}{9} - \left(-\frac{2}{3}\right) \right| = \left| \frac{2}{9} + \frac{6}{9} \right| = \left| \frac{8}{9} \right| = \frac{8}{9}$

البته جواب $\left| \frac{-2}{3} - \frac{2}{9} \right|$ هم برابر با ۱ میشه، پس فرقی نداره کدوم ریشه رو متهای کدوم کنیم چون قدر مطلق داریم.

۲. روش جذرگیری (ریشه‌گیری)

از این روش بارها و بارها استفاده کرده‌ایم. این روش میگه اگه از دو طرف یه معادله جذر بگیریم، باید به یک طرف اون، علامت‌های مثبت و منفی نسبت بدیم. (البته ما این \pm رو همیشه به سمت راست میدیم) حواستون باشه که از عدد منفی همیشه جذر گرفت. یعنی معادلاتی شبیه $x^2 = -25$ جواب ندارن.



$0^2 = \square^2 \Rightarrow 0 = \pm \square$ مثال: $x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$

یا
 $0^2 = \square \Rightarrow 0 = \pm \sqrt{\square}$ مثال: $x^2 = 7 \Rightarrow x = \pm \sqrt{7}$

دست‌گرمی: معادلات زیر را به روش ریشه‌گیری حل کنید.

الف) $x^2 - 100 = 0$

ب) $2x^2 - 8 = 0$

ج) $5x^2 + 125 = 0$

د) $(x-1)^2 - 16 = 0$

ه) $25(3-x)^2 - 64 = 0$

پاسخ:

الف) $x^2 - 100 = 0 \Rightarrow x^2 = 100 \xrightarrow[\text{دو طرف}]{\text{جذر از}} x = \pm\sqrt{100} = \pm 10$

ب) $2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 8 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$

معادله جواب ندارد چون همیشه از ۲۵- جذر گرفت $5x^2 + 125 = 0 \Rightarrow 5x^2 = -125 \Rightarrow x^2 = -25$

د) $(x-1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x-1)^2 = 16 \xrightarrow{\text{جذر}} x-1 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x-1=4 \Rightarrow x=5 \\ x-1=-4 \Rightarrow x=-3 \end{cases}$

ه) $25(3-x)^2 - 64 = 0 \Rightarrow 25(3-x)^2 = 64 \Rightarrow (3-x)^2 = \frac{64}{25} \xrightarrow{\text{جذر}} 3-x = \pm\sqrt{\frac{64}{25}}$

$$\Rightarrow 3-x = \pm \frac{8}{5} \Rightarrow \begin{cases} 3-x = \frac{8}{5} \Rightarrow -x = \frac{8}{5} - 3 \Rightarrow -x = \frac{-7}{5} \Rightarrow x = \frac{7}{5} \\ 3-x = -\frac{8}{5} \Rightarrow -x = -\frac{8}{5} - 3 \Rightarrow -x = \frac{-23}{5} \Rightarrow x = \frac{23}{5} \end{cases}$$

یہ راز مهم: در تمام معادلات مثال بالا دیدید که در سمت راست معادله، فقط عدد وجود داشت، ولی گاهی اوقات در سمت راست هم، یک عبارت شامل x وجود دارد که در این گونه معادلات پس از جذر گرفتن از دو طرف، به سمت راست، علامت‌های $+$ و $-$ رو نسبت میدیم. مثلاً در معادله $(3x+4)^2 = (x-1)^2$ با دو عبارت شامل x مواجه‌ایم که توان ۲ دارن پس از دو طرف معادله جذر می‌گیریم:

$$3x+4 = \pm(x-1) \Rightarrow \begin{cases} 3x+4 = x-1 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = \frac{-5}{2} \\ 3x+4 = -(x-1) \Rightarrow 4x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{4} \end{cases}$$

؟ تست نمونه: مجموع جواب‌های معادله $(2x-3)^2 - (x+4)^2 = 0$ کدام است؟

۴) $\frac{20}{3}$

۳) $\frac{17}{3}$

۲) $\frac{12}{5}$

۱) $\frac{9}{5}$

ابتدا عبارت $(x+4)^2$ رو به سمت راست معادله می‌بریم تا بتونیم از دو طرف جذر بگیریم: **۱ ۲ ۳ ۴**

$(2x-3)^2 - (x+4)^2 = 0 \Rightarrow (2x-3)^2 = (x+4)^2 \xrightarrow[\text{دو طرف}]{\text{جذر از}}$

$$2x-3 = \pm(x+4) \Rightarrow \begin{cases} 2x-3 = x+4 \Rightarrow 2x-x = 4+3 \Rightarrow x=7 \\ 2x-3 = -x-4 \Rightarrow 2x+x = 3-4 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = \frac{-1}{3} \end{cases}$$

\Rightarrow مجموع جواب‌ها $= 7 + (\frac{-1}{3}) = \frac{20}{3}$

۳. روش مربع کامل کردن

همزمان با حل معادله $2x^2 - 12x - 1 = 0$ روش مربع کامل رو آموزش میدیم:

مرحله ۱: اگه ضریب x^2 یک نبود تمام جملات معادله رو بر اون ضریب، تقسیم می‌کنیم تا به این ترتیب، ضریب x^2 برابر یک بشه:

$2x^2 - 12x - 1 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 6x - \frac{1}{2} = 0$

$x^2 - 6x = \frac{1}{2}$

مرحله ۲: عدد ثابت رو به سمت راست می‌بریم:

مرحله ۳: ضریب x رو نصف کرده و به توان ۲ می‌رسونیم عدد حاصل رو به دو طرف معادله اضافه می‌کنیم، الان ضریب x برابر ۶- است که نصفش برابر همیشه با (-3) حالا (-3) رو به توان ۲ می‌رسونیم که همیشه ۹ پس ۹ رو به دو طرف معادله اضافه می‌کنیم:

$x^2 - 6x + 9 = \frac{1}{2} + 9$

(اگه ضریب x رو b بنامیم در واقع عدد $(\frac{b}{2})^2$ رو به دو طرف اضافه کرده‌ایم)

مرحله ۴: سمت چپ معادله رو به کمک اتحاد اول یا دوم تجزیه کرده و از دو طرف جذر می‌گیریم تا ریشه‌ها به دست بیان:

$$(x-3)^2 = \frac{19}{2} \xrightarrow{\text{جذر}} x-3 = \pm\sqrt{\frac{19}{2}} \Rightarrow \begin{cases} x-3 = \sqrt{\frac{19}{2}} \Rightarrow x = 3 + \sqrt{\frac{19}{2}} \\ x-3 = -\sqrt{\frac{19}{2}} \Rightarrow x = 3 - \sqrt{\frac{19}{2}} \end{cases}$$



حواستون باشه: اگه در مرحله آخر، یعنی قبل از جذر گرفتن، عدد سمت راست، منفی باشه، معادله جواب نخواهد داشت. در مثالی که حل کردیم اگه به عبارتی شبیه $(x-3)^2 = \frac{-19}{4}$ می‌رسیدیم می‌گفتیم معادله جواب نداره. ■

دست‌گرمی: معادلات زیر را به روش مربع کامل کردن حل کنید:

الف) $x^2 + 6x + 5 = 0$

ب) $9x^2 - 3x - 2 = 0$

پاسخ: الف) ضرب x^2 یک است پس فقط ۵ رو به راست برده و عدد $(\frac{b}{2})^2$ یعنی $(\frac{6}{2})^2 = 3^2$ رو به دو طرف اضافه می‌کنیم:

$$x^2 + 6x = -5 \xrightarrow[\text{تجزیه با اتحاد اول}]{\substack{\text{عدد } 3^2 \text{ رو} \\ \text{به دو طرف اضافه می‌کنیم}}} x^2 + 6x + 3^2 = -5 + 3^2 \Rightarrow (x+3)^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} x+3 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x+3=2 \Rightarrow x=-1 \\ x+3=-2 \Rightarrow x=-5 \end{cases}$$

دقت کنید اگه در آخر حل معادله، مثلاً به رابطه $(x+3)^2 = -4$ می‌رسیدیم می‌گفتیم معادله جواب نداره چون همیشه از -4 جذر گرفت. همچنین اگه به رابطه $(x+3)^2 = 0$ می‌رسیدیم می‌گفتیم معادله، ریشه مضاعف داره که این ریشه، برابر $x = -3$ می‌شد.

ب) ضرب x^2 یک نیست پس اول همه جملات رو بر ۹ تقسیم می‌کنیم:

$$9x^2 - 3x - 2 = 0 \xrightarrow{\div 9} x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{2}{9} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{2}{9} \xrightarrow[\text{تجزیه با اتحاد دوم}]{\substack{\text{عدد } (\frac{b}{2})^2 \text{ یعنی } (\frac{-1/3}{2})^2 = (\frac{-1}{6})^2 \\ \text{رو به دو طرف اضافه می‌کنیم}}} x^2 - \frac{1}{3}x + (\frac{1}{6})^2 = \frac{2}{9} + (\frac{1}{6})^2$$

$$\Rightarrow (x - \frac{1}{6})^2 = \frac{2}{9} + \frac{1}{36} \Rightarrow (x - \frac{1}{6})^2 = \frac{9}{36} \Rightarrow (x - \frac{1}{6})^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{\text{جذر}} x - \frac{1}{6} = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \\ x - \frac{1}{6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3} \end{cases}$$

تست نمونه: در حل معادله $x^2 + \frac{1}{4} = -x$ به روش مربع کامل کردن، در مرحله آخر از چه عددی باید جذر بگیریم؟

- ۱) صفر
 ۲) ۱
 ۳) $\frac{1}{4}$
 ۴) $\frac{1}{4}$

۱ ۲ ۳ ۴ $-x$ باید بیاد به چپ و $\frac{1}{4}$ باید بره به راست، بعدش $(\frac{b}{2})^2$ رو به دو طرف اضافه می‌کنیم:

$$x^2 + 1x = \frac{-1}{4} \xrightarrow[\text{تجزیه با اتحاد اول}]{\substack{\text{عدد } (\frac{b}{2})^2 \text{ یعنی } (\frac{1}{2})^2 \\ \text{رو به دو طرف اضافه می‌کنیم}}} x^2 + 1x + (\frac{1}{2})^2 = \frac{-1}{4} + (\frac{1}{2})^2 \Rightarrow (x + \frac{1}{2})^2 = 0 \Rightarrow \text{از عدد صفر باید جذر بگیریم}$$

۴. روش کلی (دلتا)

از دل معادله $ax^2 + bx + c = 0$ به موجود جالبی به نام دلتا (Δ) یا مبین معادله متولد میشه. این دلتا چیه؟ اینته: $\Delta = b^2 - 4ac$ چرا بهش میگیم مبین؟ چون با پیدا کردن اون، می‌فهمیم معادله چندتا ریشه داره و با توجه به علامت اون، سه حالت زیر رو خواهیم داشت:



دلتا (مبین)	وضعیت ریشه‌ها	مقدار ریشه
$\Delta > 0$	۲ ریشه متمایز	$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$
$\Delta = 0$	۱ ریشه مضاعف (۲ ریشه یکسان)	$x = -\frac{b}{2a}$
$\Delta < 0$	فاقد ریشه	-

فقط حواستون باشه قبل از استفاده از دلتا معادله رو استاندارد کنید (اگه استاندارد نبود) یعنی همه جملات، یک طرف معادله باشن و اول ax^2 بعد bx و در آخر c قرار بگیره. مثلاً معادله $x^2 - 2x - 1 = 0$ استاندارد نیست برای استاندارد کردنش یا x^2 رو می‌بریم به سمت چپ یا این که $(-1 - 2x)$ رو می‌بریم به سمت راست.

ما به دلخواه $(-1 - 2x)$ رو می‌بریم به راست:

$$x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$$

پرسش‌های چهارگزینه‌ای



معادله درجه اول و کاربرد آن در حل مسائل توصیفی

۶۵. کدام معادله، درجه یک (درجه اول) است؟

(۱) $2x + \frac{1}{x} = 8$ (۲) $x - \frac{1}{x} = 0$ (۳) $\frac{2}{x-1} = x$ (۴) $x - x^2 = 5$

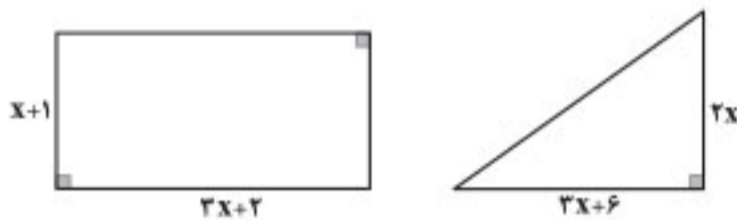
۶۶. جواب معادله $\frac{3x-1}{4} + \frac{13}{3} = \frac{5}{6} - \frac{x-14}{2}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) -۲

۶۷. عددی که ۵ برابر آن به علاوه ۲، برابر با ۳ برابر آن عدد، منهای ۲ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

(۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۶۸. مساحت مثلث و مستطیل شکل مقابل، با هم برابرند. محیط مستطیل کدام است؟



(۱) ۱۰

(۲) ۱۸

(۳) ۱۲

(۴) ۲۲

۶۹. مجموع نصف عددی با ثلث همان عدد، ۱۵ واحد کمتر از ربع همان عدد است. آن عدد کدام است؟

(۱) $\frac{211}{7}$ (۲) $\frac{180}{7}$ (۳) $\frac{-211}{7}$ (۴) $\frac{-180}{7}$

۷۰. حاصل ضرب جواب و قرینه جواب معادله $\frac{2-4x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{x+7}{5}$ کدام است؟

(۱) $-14/2$ (۲) $-15/2$ (۳) $-13/69$ (۴) $-18/93$

۷۱. مجموع چهار عدد متوالی ۶۴ است. مجموع بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین آن‌ها کدام است؟

(۱) ۲۸ (۲) ۳۲ (۳) ۳۰ (۴) ۲۶

۷۲. عرض یک مستطیل، ثلث طول آن است. اگر محیط این مستطیل ۲۰ باشد، مجموع طول و عرض آن چقدر است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۱۶

۷۳. یک مجتمع تولیدی بستنی، از روز شنبه هر روز مقدار تولید خود را ۳ برابر کرده است. در پایان روز چهارشنبه، مقدار بستنی تولید شده به سقف ۸۱۰ تن

(مشابه تمرین کتاب درسی)

رسیده است. مجموع تولید بستنی در این پنج روز چند تن بوده است؟

(۱) ۱۰۱۰ (۲) ۱۱۰۰ (۳) ۱۲۱۰ (۴) ۱۳۱۰

۷۴. در یک شرکت دریافتی یک مدیر، $\frac{4}{5}$ برابر دریافتی یک مهندس و دریافتی یک مهندس، ۳ برابر دریافتی یک کارگر ساده است. این شرکت ۲ مدیر، ۱۰ مهندس و

۸۰ کارگر ساده دارد. اگر حقوق ماهیانه کل پرسنل این شرکت ۸۰۰ میلیون تومان باشد، دریافتی هر کارگر ساده در ماه تقریباً چند میلیون تومان است؟

(مشابه تمرین کتاب درسی)

(۱) ۷ (۲) $7/5$ (۳) ۸ (۴) $8/5$

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۷۵. شش برابر عددی بعلاوه ۴، برابر است با نصف همان عدد، منهای یک. معکوس این عدد کدام است؟

(۱) $-\frac{10}{11}$ (۲) $-\frac{11}{10}$ (۳) $\frac{10}{11}$ (۴) $\frac{11}{10}$

حل معادله درجه دوم به روش‌های مختلف

۷۶. جواب‌های معادله $4x^2 - 2x = 0$ کدام است؟

(۱) صفر و $\frac{1}{2}$ (۲) فقط $\frac{1}{2}$ (۳) صفر و $-\frac{1}{2}$ (۴) فقط $-\frac{1}{2}$

۷۷. جواب‌های معادله $x(x+2) - 3(x+2) = 0$ کدام است؟

(۱) ۳ و -۲ (۲) ۲ و -۲ (۳) -۲ و -۳ (۴) ۲ و ۳

۷۸. مجموعه جواب‌های معادله $4(x-2)^2 - 9 = 0$ کدام است؟

(۱) $\{2, \frac{1}{2}\}$ (۲) $\{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\}$ (۳) $\{\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\}$ (۴) $\{\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\}$



۷۹. مجموع جواب‌های معادله $(2x-1)^2 = (x+1)^2$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) $\frac{8}{3}$ (۴) $-\frac{8}{3}$

۸۰. تعداد جواب‌های حقیقی معادله $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۸۱. ریشه بزرگ‌تر معادله $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

۸۲. برای حل معادله درجه دوم $(9x-7)^2 = 1$ از خاصیت ریشه زوج استفاده نموده‌ایم، یکی از جواب‌های این معادله کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{7}{10}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{9}{8}$

۸۳. برای حل معادله $x^2 - x - 2 = 0$ به روش مربع کامل، کدام عدد را باید به طرفین تساوی اضافه کرد؟

- (۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۸۴. در حل معادله $x^2 + 3x - 2 = 0$ به روش مربع کامل، در مرحله آخر از کدام عدد جذر گرفته می‌شود؟

- (۱) ۹ (۲) $\frac{17}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) ۱۱

۸۵. در حل معادله $x^2 + 2x = 24$ به روش مربع کامل، به عبارت $(x-a)^2 = b$ رسیده‌ایم، $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۲۲ (۲) ۳۰ (۳) ۳۵ (۴) ۲۴

۸۶. کدام یک از مقادیر زیر، ریشه معادله $100x^2 - 99x - 1 = 0$ است؟

- (۱) $\frac{99}{100}$ (۲) $-\frac{99}{100}$ (۳) $\frac{1}{100}$ (۴) $-\frac{1}{100}$

۸۷. اگر $x=1$ یکی از جواب‌های معادله $kx^2 + 2kx - 5k = 2$ باشد، مقدار k کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $-\frac{1}{4}$

۸۸. ریشه مضاعف معادله $mx^2 - mx + 1 = 0$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) صفر

۸۹. به ازای چه مقداری از m ، معادله $x^2 - mx + m - 1 = 0$ ریشه مضاعف دارد؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۹۰. معادله درجه دوم $x(2x-5) = a$ ، به ازای یک مقدار a ریشه مضاعف دارد. مقدار ریشه مضاعف کدام است؟

- (۱) $-\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۹۱. حدود a برای آن که معادله $(a+1)x^2 - x + 3 = 0$ ریشه حقیقی نداشته باشد، کدام است؟

- (۱) $a > \frac{-11}{12}$ (۲) $a < \frac{-11}{12}$ (۳) $a > \frac{11}{12}$ (۴) $a < \frac{11}{12}$

۹۲. اگر معادله $mx^2 + 2x - 1 = 0$ دو ریشه حقیقی داشته باشد، محدوده m کدام است؟

- (۱) $m > 2$ (۲) $m > -1$ (۳) $m < 1$ (۴) $m > -2$

۹۳. در معادله $(m-5)x^2 + (m+1)x + m - 4 - 1 = 0$ ، مقدار m کدام می‌تواند باشد تا معادله دارای ریشه مضاعف باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۵

۹۴. اگر یکی از ریشه‌های معادله $ax^2 + 3x - 2a + 2 = 0$ برابر ۲ باشد، ریشه مثبت معادله $(a+1)x^2 - ax + 7 = 0$ کدام است؟

- (۱) $\frac{11}{2}$ (۲) ۵ (۳) ۱ (۴) $\frac{7}{3}$

۹۵. اگر معادله $x^2 - 10x = 2k$ ریشه حقیقی نداشته باشد، محدوده k کدام است؟

- (۱) $k > -12/5$ (۲) $k < 12$ (۳) $k < -12/5$ (۴) $k > 12$

۹۶. اگر ریشه مضاعف معادله $4x^2 - 12x = k$ برابر $x = a$ باشد، k کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) ۹ (۳) -۳ (۴) ۳

(خارج ۹۲)

(سراسری ۹۱)

(کانون فرهنگی آموزش)

(کانون فرهنگی آموزش)

(کانون فرهنگی آموزش)

(کانون فرهنگی آموزش)

مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم

۹۷. اگر $x=1$ یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $5x^2 - 3x + k = 0$ باشد، ریشه دیگر آن کدام است؟

- (۱) -0.4 (۲) -0.3 (۳) 0.3 (۴) 0.4

۹۸. ریشه‌های کدام معادله به صورت $1 \pm \sqrt{5}$ می‌باشند؟

- (۱) $x^2 - 2x - 4 = 0$ (۲) $x^2 - 2x + 8 = 0$ (۳) $x^2 - 4x - 8 = 0$ (۴) $x^2 - 8x - 4 = 0$

۹۹. مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های $-(m+1)x^2 - 3x + 2m = 0$ با هم برابرند. قدر مطلق تفاضل ریشه‌ها کدام است؟

- (۱) $\sqrt{\frac{39}{5}}$ (۲) $\frac{2\sqrt{39}}{5}$ (۳) $\sqrt{17}$ (۴) $\frac{2\sqrt{17}}{5}$

۱۰۰. اگر عدد $\frac{3}{4}$ یکی از ریشه‌های معادله درجه دوم $mx^2 - 8x + m - 1 = 0$ باشد، حاصل ضرب ریشه‌های معادله کدام است؟

- (۱) 4 (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۰۱. در معادله درجه دوم $4x^2 + kx = 21$ ، اگر مجموع دو ریشه، برابر -2 باشد، ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{7}{2}$

(خارج ۹۰)

۱۰۲. در معادله درجه دوم $2x^2 + ax + 4 = 0$ ، به‌ازای یک مقدار a مجموع دو ریشه حقیقی معادله، $-\frac{9}{4}$ است. ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۰۳. اگر اعداد -1 و 1 ، ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، کدام یک از روابط زیر برقرار است؟

- (۱) $a - b = 0$ (۲) $a - c = 0$ (۳) $a + b = 0$ (۴) $a + c = 0$

۱۰۴. به‌ازای چه مقدار m ، جواب‌های معادله درجه دوم $x^2 - (2m-3)x + m^2 = 0$ با هم مساوی‌اند؟

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) -1 (۴) $-\frac{3}{4}$

۱۰۵. اگر عدد 2 یک ریشه معادله $(a+2)x^2 + 2(a-1)x + 4 = 0$ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

- (۱) -2 (۲) 2 (۳) -1 (۴) 1

۱۰۶. در معادله درجه دوم $x^2 - (b-2)x + 2b = 0$ ، مجموع ریشه‌ها برابر 1 است. ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) 5 (۲) 6 (۳) 7 (۴) 8

۱۰۷. ریشه‌های معادله $x^2 + (m-1)x + m - 2 = 0$ قرینه یکدیگرند. m کدام است؟

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) 2 (۴) نشدنی

۱۰۸. در معادله درجه دوم $6x^2 + (k+1)x + k = 0$ ، اگر مجموع دو ریشه حقیقی برابر $\frac{1}{6}$ باشد، ریشه مثبت آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) 1 (۴) $\frac{4}{3}$

(سراسری ۹۷)

۱۰۹. در معادله درجه دوم $2x^2 + (m+1)x - 12 = 0$ مجموع دو ریشه $\frac{5}{4}$ می‌باشد، ریشه مثبت کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴) 6

(خارج ۹۷)

۱۱۰. در معادله درجه دوم $3x^2 + 7x - 2m + 2 = 0$ حاصل ضرب دو ریشه -2 می‌باشد. ریشه بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) 1 (۴) 2

۱۱۱. اعداد 2 و 3 ریشه‌های کدام یک از معادله‌های زیر هستند؟

- (۱) $2x^2 + 10x - 12 = 0$ (۲) $2x^2 - 5x + 6 = 0$ (۳) $2x^2 - 6x + 5 = 0$ (۴) $2x^2 - 10x + 12 = 0$

۱۱۲. مجموعه جواب کدام معادله به صورت $\{-1, \frac{1}{3}\}$ است؟

- (۱) $2x^2 + x - 1 = 0$ (۲) $2x^2 + x + 1 = 0$ (۳) $2x^2 - x + 1 = 0$ (۴) $2x^2 - x - 1 = 0$

۱۱۳. اگر یک ریشه معادله $2x^2 - mx - 1 = 0$ برابر 2 باشد، ریشه دیگر کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) 2

۱۱۴. اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $-4x^2 - ax + 9 = 0$ و $x_1 = -3$ باشد، مقدار $\frac{x_1}{x_2}$ کدام است؟

- (۱) -4 (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) 4

تست

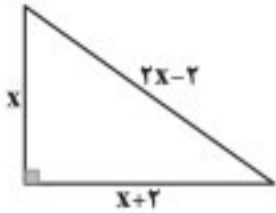
کاربرد معادله درجه دوم در حل مسائل توصیفی

۱۱۵. از دو برابر مربع عددی، ۱۶ واحد کم می‌کنیم؛ حاصل برابر ۱۱۲ می‌شود، آن عدد کدام است؟

- ۱۸ (۴) ۱۶ (۳) -۶ (۲) -۸ (۱)

۱۱۶. کدام عدد طبیعی است که حاصل ضرب عدد قبل از آن در عدد بعد از آن برابر ۴۸ است؟

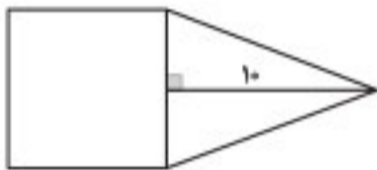
- ۷ (۴) ۶ (۳) ۵ (۲) ۴ (۱)



۱۱۷. اضلاع مثلث قائم‌الزاویه مقابل بر حسب x بیان شده‌اند، x کدام است؟

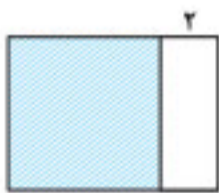
- ۶ (۲) ۵ (۱)
۸ (۴) ۷ (۳)

۱۱۸. در شکل مقابل، مساحت مثلث متساوی الساقین، از $\frac{2}{3}$ مساحت مربع به اندازه $\frac{A}{3}$ واحد مربع، کمتر است. مساحت مثلث کدام است؟ (سراسری ۹۹)



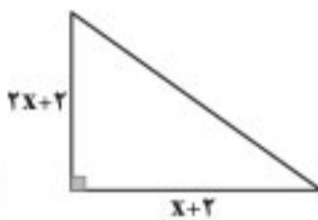
- ۳۵ (۲) ۳۰ (۱)
۴۵ (۴) ۴۰ (۳)

۱۱۹. در شکل مقابل، مساحت مربع از $\frac{3}{4}$ مساحت مستطیل بزرگ‌تر، ۱۸ واحد مربع بیشتر است. محیط مستطیل کدام است؟ (خارج ۹۹)



- ۴۸ (۲) ۴۴ (۱)
۵۴ (۴) ۵۲ (۳)

۱۲۰. اگر مساحت مثلث مقابل، برابر با محیط مربعی به ضلع $x+2$ باشد، طول ضلع قائم کوچک‌تر کدام است؟



- ۵ (۲) ۸ (۱)
۶ (۴) ۳ (۳)

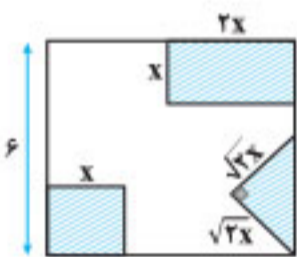
۱۲۱. محیط مربعی که اندازه قطر آن $4\sqrt{5}$ می‌باشد کدام است؟

- $8\sqrt{10}$ (۴) $6\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{10}$ (۱)

۱۲۲. علی از برادرش ۲ سال بزرگ‌تر است. اگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۱۴۳ باشد تفاضل مربعات سن آن‌ها کدام است؟ ($\sqrt{576} = 24$)

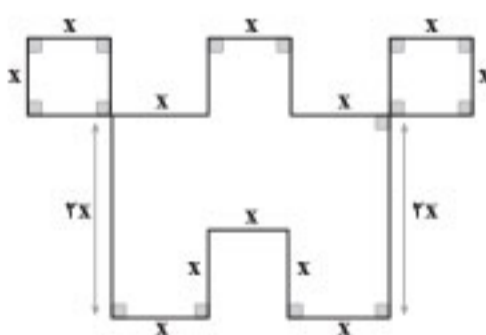
- ۳۵ (۴) ۲۴ (۳) ۵۲ (۲) ۴۸ (۱)

۱۲۳. از مربعی به ضلع ۶cm سه شکل مقابل بریده شده است. مساحت باقی مانده 24cm^2 شده است. طول ضلع کوچک بریده شده کدام است؟



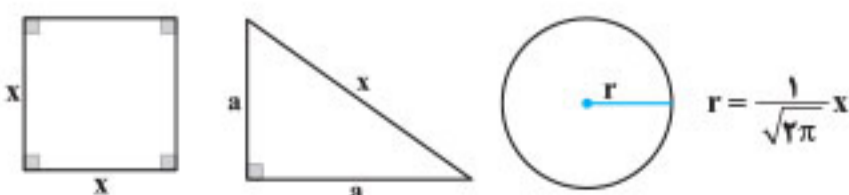
- $2\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۱)
 $2\sqrt{3}$ (۴) $\sqrt{3}$ (۳)

۱۲۴. در شکل مقابل، طول تمام پاره خط‌ها به جز دو پاره خط مشخص شده، برابر x است. اگر اندازه مساحت شکل با اندازه محیط آن برابر باشند، مقدار x کدام است؟



- $\frac{13}{4}$ (۱)
۵ (۲)
 $\frac{11}{4}$ (۳)
۶ (۴)

۱۲۵. اگر مجموع مساحت‌های سه شکل زیر برابر ۷ واحد مربع باشد طول ضلع مربع کدام است؟



- $1/5$ (۱)
۲ (۲)
 $2/5$ (۳)
۳ (۴)

مسائل سود

۱۲۶. اگر درآمد و هزینه یک شرکت به ترتیب $x^2 + 4x + 2$ و $x + 12$ باشد، نقطه سربه سر کدام است؟ (x تعداد کالاهاست)

- (۱) ۲ (۲) ۵ (۳) ۳ (۴) ۷

۱۲۷. در یک شرکت هزینه ثابت تولید برابر ۱۰۰ میلیون تومان و هزینه تولید هر کالا ۲ میلیون تومان است اگر بین x و p (تعداد کالا و قیمت هر کالا) رابطه

$$4x = 6 - 2p$$

برقرار باشد تابع سود شرکت کدام است؟

- (۱) $y = x^2 - x + 100$ (۲) $y = 2x^2 + x - 200$ (۳) $y = -2x^2 + x - 100$ (۴) $y = -x^2 - x + 200$

۱۲۸. در یک شرکت، درآمد از رابطه $R = 200x - 10x^2$ و هزینه از رابطه $C = 50x + 300$ به دست می آید؟ کدام رابطه، معادله سود شرکت است؟ (x تعداد کالاهاست)

(۱) $P(x) = 10x^2 - 150x + 200$ (۲) $P(x) = 10x^2 - 150x - 300$

(۳) $P(x) = -10x^2 + 150x - 300$ (۴) $P(x) = -10x^2 + 150x + 200$

۱۲۹. در یک کارخانه دوچرخه سازی، هزینه اولیه شامل ۷۰۰ میلیون تومان برای خرید دستگاهها و تبلیغات است، هزینه تولید هر دوچرخه ۴ میلیون تومان است.

اگر p قیمت هر دوچرخه و x تعداد دوچرخهها باشد و رابطه $x = 2000 - 10p$ برقرار باشد تابع سود کارخانه کدام است؟

(۱) $p(x) = \frac{x^2}{10} - 196x - 700$ (۲) $p(x) = -x^2 + 200x + 700$

(۳) $p(x) = x^2 + 200x - 700$ (۴) $p(x) = \frac{-x^2}{10} + 196x - 700$

معادله های شامل عبارت های گویا

(سراسری ۹۹)

۱۳۰. مجموع ریشه های معادله $\frac{2x-1}{x+2} - \frac{x-3}{x-2} = \frac{2}{3}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲

(خارج ۹۹)

۱۳۱. قدر مطلق تفاضل ریشه های معادله $\frac{x-3}{x-4} + \frac{1}{2x-2} = \frac{2}{3}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۵ (۴) ۵/۵

(سراسری ۹۰)

۱۳۲. ریشه بزرگ تر معادله کسری $\frac{6x}{x-1} + \frac{x-1}{3x} = 3$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۱۳۳. مربع جواب معادله $\frac{2x-2}{x} + \frac{2x+5}{x+3} = 5$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۱۶ (۳) ۹ (۴) ۴

(سراسری ۹۲)

۱۳۴. در معادله $\frac{x^2}{x-4} - \frac{2x+8}{x-4} = 2x$ ، تفاضل معکوس جواب از خودش، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۳۵. در معادله $\frac{x}{x-2} + \frac{1}{x} = 3$ ، حاصل ضرب ریشه ها کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۱ (۴) ۲

(کانون فرهنگی آموزش)

۱۳۶. در مورد معادله $\frac{x+3}{x-1} + \frac{x}{x+1} = \frac{17}{x^2-1}$ کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) یک جواب مثبت و یک جواب منفی دارد. (۲) دو جواب مثبت دارد.
(۳) دو جواب منفی دارد. (۴) جواب ندارد.

۱۳۷. به ازای چه مقدار از m ، معادله $\frac{x-1}{mx} + \frac{x-2}{x-1} = \frac{x}{5}$ دارای جوابی برابر ۲ است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{15}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

(سراسری ۹۸)

۱۳۸. به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{x-2}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1$ ، دارای جواب $x=3$ است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$ ، -2 (۲) $-\frac{1}{3}$ ، 2 (۳) $-\frac{2}{3}$ ، 1 (۴) $\frac{2}{3}$ ، 1

(خارج ۹۸)

۱۳۹. به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{4}{a-2x} + \frac{a}{x+1} = \frac{a}{x}$ ، دارای جواب $x=1$ است؟

- (۱) -4 ، 2 (۲) -2 ، 4 (۳) 2 ، 4 (۴) -2 ، 3

تست

کاربرد معادلات گویا در حل مسائل توصیفی

۱۴۰. مجموع معکوس دو عدد طبیعی متوالی $\frac{7}{12}$ است. عدد بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۴۱. یک کیک را بین همه اعضای خانواده به‌طور مساوی تقسیم می‌کنیم. اگر پدر سهم خودش را به دیگران ببخشد و کیک دوباره بین سایر اعضای خانواده به‌طور مساوی تقسیم شود، سهم هر فرد $\frac{1}{6}$ بیشتر می‌شود. تعداد اعضای این خانواده کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۴۲. اگر شیر A و B با هم باز شوند، استخر در سه ساعت پر می‌شود. اگر شیر A به تنهایی باز شود، استخر در ۴ ساعت پر می‌شود. در صورتی که شیر B به تنهایی باز شود، چند ساعت طول می‌کشد تا استخر پر شود؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۵

۱۴۳. چاپگر قدیمی کاری را ۶ ساعته و چاپگر جدید همان کار را ۲ ساعته انجام می‌دهد. اگر هر دو چاپگر با هم کار کنند، کار در چند ساعت تمام می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{5}$

۱۴۴. اگر دو نقاش (یکی تازه‌کار و یکی حرفه‌ای) با هم کار کنند کار رنگ‌آمیزی یک اتاق در ۴ ساعت تمام می‌شود. اگر نقاش تازه‌کار به تنهایی برای این کار ۲ ساعت زمان بیشتری نسبت به نقاش حرفه‌ای نیاز داشته باشد در این صورت نقاش حرفه‌ای به تنهایی در چند ساعت، رنگ‌آمیزی اتاق را تمام می‌کند؟

- (۱) $\frac{1+\sqrt{73}}{2}$ (۲) $\frac{5+\sqrt{73}}{2}$ (۳) ۶ (۴) ۸

آزمون ۲ (آزمون فصل ۱)

۱۴۵. اگر فقط یکی از جواب‌های معادله‌های $(x-2)^2 = 9$ و $ax^2 - 4 = 0$ برابر باشد، حاصل ضرب مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) $-\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{16}{25}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۱۴۶. اگر در شکل مقابل، مساحت قسمت رنگی برابر $8 - 2\pi$ باشد، اندازه قطر مربع برابر کدام گزینه است؟

- (۱) ۲ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{2}$

۱۴۷. اگر عبارت $x^2 + 5x - 1$ به صورت $(x-\alpha)(x-\beta)$ تجزیه شده باشد، حاصل $\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{1}{5}$

۱۴۸. تعداد جواب‌های دو معادله $x^2 + 4x + 4 = 0$ و $x^2 + 4x - 4 = 0$ با هم برابر است. k برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- (۱) ۴ و -۱ (۲) ۴ و -۱ (۳) ۴ (۴) ۱

۱۴۹. معادله $ax^2 + (b+1)x - 1 = 0$ دارای جواب‌های $x = 2$ و $x = -3$ است. حاصل $a - b$ برابر کدام گزینه می‌باشد؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۱

۱۵۰. اگر در معادله درجه دوم $fax^2 + bx - c = 0$ که $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، مجموع جواب‌ها، یک واحد کمتر از حاصل ضرب جواب‌ها باشد، چند مقدار متفاوت برای $a + b + c$ موجود است؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴) چهار

۱۵۱. اگر یک جواب معادله $3x^2 - ax - 4 = 0$ برابر m باشد، جواب دیگر آن برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{4}{3m}$ (۲) $\frac{m}{3}$ (۳) $-\frac{4}{3m}$ (۴) $-\frac{m}{3}$

۱۵۲. به ازای مجموعه مقادیر a ، معادله $\frac{a+x-4}{x-4} = x+1$ ، فاقد جواب است؟

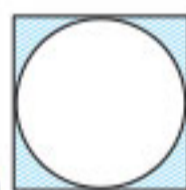
- (۱) $a < -4$ (۲) $a > -4$ (۳) $a > 0$ (۴) $a < 0$

۱۵۳. اگر استخری توسط شیر A پر شود، پر شدن آن ۶ ساعت و اگر توسط شیر B پر شود، پر شدن آن ۴ ساعت زمان می‌برد. اگر ابتدا فقط شیر A را به مدت ۲ ساعت باز کرده و سپس هر دو شیر را باز کنیم، پر شدن این استخر چقدر زمان می‌برد؟

- (۱) ۲۳۰ دقیقه (۲) ۲۴۰ دقیقه (۳) ۲۵۲ دقیقه (۴) ۲۷۲ دقیقه

۱۵۴. اگر $x = 1$ جواب معادله $\frac{a}{x+1} = \frac{a+3}{ax}$ باشد، چند مقدار قابل قبول برای a وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه



آزمون ۳ (آزمون دشوار فصل ۱)

۱۵۵. اگر معادله $(x+5)^2 = k-2$ ریشه مضاعف داشته باشد، جواب‌های معادله $(x-2)^2 = k+2$ کدام است؟

- (۱) صفر و ۴ (۲) صفر و -۴ (۳) ۲ و -۲ (۴) صفر و -۲

۱۵۶. معادله $(a+b+c)x^2 + (a+b)x - c = 0$ ، همواره _____

- (۱) ریشه ندارد. (۲) دو ریشه گنگ دارد.

(۳) ۲ ریشه دارد که یکی از آن‌ها متفی است. (۴) یک ریشه مثبت و یک ریشه متفی دارد.

۱۵۷. در معادله $\sqrt{2}x^2 + mx + 2\sqrt{2} + 1 = 0$ ، اگر یکی از ریشه‌ها برابر با $\frac{2\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{18}$ (۲) $-1 + \sqrt{18}$ (۳) $-(1 + \sqrt{18})$ (۴) $1 - \sqrt{18}$

۱۵۸. اگر α یکی از جواب‌های معادله $4x^2 - 8x + 1 = 0$ باشد، حاصل عبارت $4\alpha(\alpha-2)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۵۹. اگر $x < 0$ باشد، ریشه‌های معادله $x^2 + |x| - 2 = 0$ کدام است؟

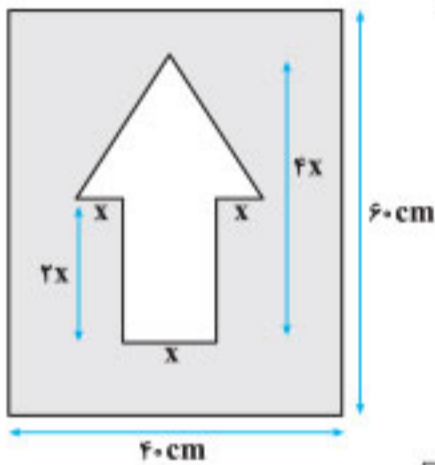
- (۱) -۱ (۲) -۲ و -۱ (۳) -۲ (۴) -۲

۱۶۰. به‌ازای کدام مقادیر m ، معادله $2x^2 + (m-1)x - 3 = 0$ دارای دو جواب حقیقی متمایز است؟

- (۱) هیچ مقدار m (۲) هر مقدار m (۳) $m > 1$ (۴) $m > \frac{3}{2}$

۱۶۱. در معادله درجه دوم $4x^2 - 4x + a = 0$ به‌ازای کدام مقدار a ، یکی از ریشه‌ها ۲ واحد بیشتر از ریشه دیگر است؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) ۳



۱۶۲. برای ساخت یک تابلوی راهنمایی و رانندگی، از برچسب‌های سفید و رنگی استفاده می‌شود. هزینه 1 cm^2 برچسب سفید ۲۰ تومان و هزینه 1 cm^2 برچسب رنگی ۱۰ تومان است. مجموع هزینه برچسب‌های سفید و رنگی

۲۷,۰۰۰ تومان شده است، مقدار x کدام است؟

- (۱) $\sqrt{20}$ (۲) $\sqrt{30}$

- (۳) $\sqrt{40}$ (۴) $\sqrt{50}$

۱۶۳. در معادله درجه دوم $(x-1)^2 + 2\sqrt{3}(x-1) = 6$ ، بزرگ‌ترین جواب x کدام است؟

- (۱) $4 - \sqrt{3}$ (۲) $2 - \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۶۴. معادله $(x^2 - 4)^2 + 8(x^2 - 4) + 15 = 0$ ، چند جواب طبیعی دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۶۵. اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 + 5x - 8m + 16 = 0$ باشند، به‌ازای کدام مقادیر m ، نقطه $M(x_1, x_2)$ در ناحیه دوم یا چهارم قرار می‌گیرد؟

- (۱) $m = 2$ (۲) $m \neq 2$ (۳) $m < 2$ (۴) $m > 2$

۱۶۶. اگر در یک قالی با ابعاد $2/10 \text{ m} \times 2/8 \text{ m}$ (که عموماً 2×3 نامیده می‌شود) تعداد گره‌های قالی ۵,۸۸۰,۰۰۰ عدد باشد این قالی چند رج دارد؟ (تعداد

(مشابه تمرین کتاب درسی)

رج‌های قالی یعنی تعداد گره‌های موجود در 7 cm از طول یا عرض قالی)

- (۱) ۵۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴) ۸۰

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۱۶۷. اگر برای هر گره 2 cm نخ قالی یا همان خامه قالی استفاده شود، در این قالی چند متر نخ قالی استفاده شده است؟

- (۱) ۱۱۷۶۰۰ (۲) ۱۱۷۶۰ (۳) ۱۱۷۶ (۴) ۱۱۷۶۰۰۰

۱۶۸. یک قالی باف حرفه‌ای در یک روز می‌تواند ۵۰۰۰ گره قالی ببافد. اگر این قالی باف ۶ روز در هفته کار کند برای اتمام این قالی، چند هفته باید کار کند؟

(مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱) ۱۶۰ (۲) ۱۸۶ (۳) ۱۹۶ (۴) ۲۰۰

۱۶۹. اگر این قالی باف برای خرید مواد اولیه، ۱۰ میلیون تومان هزینه کرده باشد و بتواند قالی را به قیمت ۵۹ میلیون تومان بفروشد این قالی باف برای هر هفته

(مشابه تمرین کتاب درسی)

کار خود چه دستمزدی دریافت کرده است؟

- (۱) ۲۵۰ هزار تومان (۲) ۲۷۰ هزار تومان (۳) ۳۰۰ هزار تومان (۴) ۳۵۰ هزار تومان



پاسخنامه تشریحی

یادآوری: اتحادها و تجزیه عبارت‌های جبری

۱. ۲

روش اول: به کمک اتحادهای اول و دوم، حاصل تک‌تک عبارت‌های $(3x + y)^2$ و $(3x - y)^2$ رو به‌دست می‌آوریم و جواب‌هاشونو از هم کم می‌کنیم:

$$(3x - y)^2 - (3x + y)^2 = (9x^2 + y^2 - 6xy) - (9x^2 + y^2 + 6xy) = 9x^2 + y^2 - 6xy - 9x^2 - y^2 - 6xy = -12xy$$

روش دوم: اگر $3x - y$ رو a و $3x + y$ رو b فرض کنیم عبارت داده‌شده به شکل $a^2 - b^2$ درمیاد و می‌تونیم از اتحاد مزدوج استفاده کنیم:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) \Rightarrow \frac{(3x - y)^2}{a} - \frac{(3x + y)^2}{b} = (3x - y - 3x - y)(3x - y + 3x + y) = (-2y)(6x) = -12xy$$

۲. ۲

$\sqrt{2x}$ رو a و $\frac{1}{\sqrt{2x}}$ رو b فرض کرده و به کمک اتحاد اول، حاصل رو به‌دست می‌آوریم:

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\left(\sqrt{2x} + \frac{1}{\sqrt{2x}}\right)^2 = (\sqrt{2x})^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2x}}\right)^2 + 2 \times \sqrt{2x} \times \frac{1}{\sqrt{2x}} = 2x + \frac{1}{2x} + \sqrt{2}$$

۳. ۳

با توجه به اتحاد دوم یعنی $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ، حاصل اتحاد رو به‌دست می‌آوریم: البته دقت کنید که b در اتحاد بالا با b توی عبارت داده شده فرق داره پس بهتره توی این جور سوالات، از نمادهای \square و \circ به جای a و b استفاده کنیم:

$$(\circ - \square)^2 = \circ^2 - 2 \times \circ \times \square + \square^2$$

$$\left(\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}b\right)^2 = (\sqrt{2})^2 - 2 \times (\sqrt{2}) \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}b\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}b\right)^2 = 2 - 2b + \frac{1}{2}b^2$$

۴. ۴

به جای x در عبارت $x^2 - 4x$ مقدار اون رو جای‌گذاری می‌کنیم:

$$x^2 - 4x = (2 + \sqrt{3})^2 - 4(2 + \sqrt{3}) = 2^2 + 2(2)(\sqrt{3}) + (\sqrt{3})^2 - 8 - 4\sqrt{3} = 4 + 4\sqrt{3} + 3 - 8 - 4\sqrt{3} = -1$$

۵. ۵

اگر عبارت گزینه‌ها رو بتونیم به شکل $(\circ + \square)(\circ - \square)$ یا $(\circ - \square)(\circ + \square)$ تبدیل کنیم به این معنی که همیشه از اتحاد مزدوج استفاده کرد:

بررسی گزینه‌ها:

۱ $(x + 1)(x - 1) \Rightarrow$ درسته

۲ $(-t + 2)(t + 2) = (2 - t)(2 + t) \Rightarrow$ درسته
جاهاشونو عوض می‌کنیم

۳ $(x - \sqrt{2} - \sqrt{3})(x + \sqrt{2} + \sqrt{3}) =$
فاکتور از منفی

$= (x - (\sqrt{2} + \sqrt{3}))(x + (\sqrt{2} + \sqrt{3})) \Rightarrow$ درسته

۴ $(-a + 1)(a - 1) \Rightarrow$ هر کاری کنیم شکل اتحاد مزدوج همیشه پس غلطه.

۶. ۱

زیر رادیکال رو به کمک اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\sqrt{504^2 - 496^2} = \sqrt{\frac{(504 - 496)(504 + 496)}{1 \times 1000}} = \sqrt{8 \times 1000}$$

$$= \sqrt{8000} = \sqrt{8 \times 1000} = \sqrt{2^3 \times 10^3} = 2 \times 10 = 20$$

۷. ۲

ابتدا حاصل ضرب دو پرانتز اول رو به کمک اتحاد مزدوج حساب می‌کنیم، سپس حاصل رو در پرانتز سوم ضرب می‌کنیم:

$$\frac{(1-x)(1+x)(x^2+2)}{\text{اتحاد مزدوج}} = (1-x^2)(x^2+2) = (1-x^2)(x^2+2)$$

حالا دو پرانتز رو به شکل معمول درهم ضرب می‌کنیم:

$$(1-x^2)(x^2+2) = 1x^2 + 2 - x^4 - 2x^2 = -x^4 - x^2 + 2$$

این دوتا باهم جمع و تفریق میشن

۸. ۱

دو عدد رو a و b فرض می‌کنیم، به طوری که a از b بزرگ‌تره: بنابراین داریم:

$$a^2 - b^2 = 4 \Rightarrow \text{اختلاف مربعات دو عدد}$$

$$a + b = 1 \Rightarrow \text{مجموع دو عدد}$$

عبارت $a^2 - b^2 = 4$ رو با اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$$a^2 - b^2 = 4 \Rightarrow (a - b)(a + b) = 4 \Rightarrow a - b = 4$$

۹. ۱

عبارت $3x + 2$ در هر دو پرانتز مشاهده میشه پس اون رو a فرض می‌کنیم، قاعدتاً y رو هم b فرض کرده و از اتحاد مزدوج استفاده می‌کنیم:

$$(3x + y + 2)(3x - y + 2) = [(3x + 2) + y][(3x + 2) - y]$$

$$= (3x + 2)^2 - y^2 = 9x^2 + 4 + 12x - y^2$$

۱۰. ۳

دو طرف عبارت $(5x - \frac{3}{2x}) = 4$ رو به توان دو می‌رسونیم تا حاصل عبارت خواسته‌شده رو به‌دست بیاریم:

$$\left(5x - \frac{3}{2x}\right)^2 = 4^2 \Rightarrow (5x)^2 - 2 \times (5x) \times \left(\frac{3}{2x}\right) + \left(\frac{3}{2x}\right)^2 = 16$$

اتحاد دوم

$$\Rightarrow 25x^2 - 15 + \frac{9}{4x^2} = 16 \Rightarrow 25x^2 + \frac{9}{4x^2} = 16 + 15 = 31$$

۱۱. ۴

برای به‌دست آوردن $9x^2 + \frac{1}{4x^2}$ از روی $(3x + \frac{1}{2x}) = 5$ باید هر دو طرف رو به توان دو برسانیم:

$$\left(3x + \frac{1}{2x}\right)^2 = (5)^2 \Rightarrow (3x)^2 + 2(3x)\left(\frac{1}{2x}\right) + \left(\frac{1}{2x}\right)^2 = 25$$

اتحاد اول

$$\Rightarrow 9x^2 + 3 + \frac{1}{4x^2} = 25 \Rightarrow 9x^2 + \frac{1}{4x^2} = 25 - 3 = 22$$

۱۲. ۴

$$2x + \frac{5}{x} = 9 \xrightarrow{\text{دو طرف به توان دو}} (2x + \frac{5}{x})^2 = 9^2$$

$$\Rightarrow 4x^2 + \frac{25}{x^2} + 2(2x)\left(\frac{5}{x}\right) = 81 \Rightarrow 4x^2 + \frac{25}{x^2} + 20 = 81$$

$$\Rightarrow 4x^2 + \frac{25}{x^2} = 81 - 20 = 61$$

روش دوم: این مدل سوآلارو میشه به کمک نکته تستی زیر حل کرد:

فرمول ممنوع: اگه $f(x)$ یه عبارت جبری باشه، برای آنکه ببینیم $f(x)$ بر عبارتی مثل $g(x)$ بخش پذیره یا نه کافیه ریشه $g(x)$ رو به دست بیاریم و در f به جای متغیرها قرار بدیم اگه جواب، صفر شد می گیم $f(x)$ بر $g(x)$ بخش پذیره (یا میشه گفت در تجزیه شده f ، عامل g هم وجود داره)

خب طبق نکته بالا الان $f(x) = x^5 - 81x$ هست و عبارت های گزینته ها رو $g(x)$ فرض می کنیم حالا ریشه تک تک گزینته ها رو به دست میاریم و در f قرار میدیم. جواب نباید صفر بشه (به آخر سوال خوب دقت کنید) بهتره سراغ گزینته هایی بریم که x توانش یک باشه: $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$: گزینته ۲،

حالا $x = 1$ رو در f قرار میدیم: $f(1) = 1^5 - 81(1) = 1 - 81 = -80$.

پس همین گزینته درسته و سراغ بقیه گزینته ها نمیرویم.

۱۷. ۲

روش اول: عبارت رو تجزیه می کنیم. برای این کار ابتدا از $2x$ که در تمام جملات

مشترک فاکتور می گیریم: $4x^2 - 6x^2 + 2x = 2x(2x^2 - 3x + 1)$

حالا عبارت داخل پرانتز رو به روش ذکر شده در درسته تجزیه می کنیم. اول ضریب x^2 یعنی عدد ۲ رو در جمله آخر یعنی عدد ۱ ضرب کرده و حاصل رو به کمک اتحاد جمله مشترک تجزیه می کنیم:

$$2x^2 - 3x + 1 \Rightarrow x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1)$$

حالا در پرانتز اول، عدد ثابت رو بر ۲ تقسیم کرده و در پرانتز دوم x رو در ۲

$$\Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = (x - 1)(2x - 1)$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 6x^2 + 2x = 2x(x - 1)(2x - 1)$$

فقط $(2x - 1)$ در گزینته ها مشاهده میشه.

۱۸. ۳

روش دوم: اگه بخوایم به روش تستی عمل کنیم باید گزینته ها رو مساوی صفر قرار بدیم و ریشه اون ها رو در عبارت اصلی قرار بدیم. این دفعه جواب باید صفر بشه، ما فقط گزینته «۲» رو که درسته بررسی می کنیم شما اگه دوس داشتن بقیه رو هم بررسی کنین:

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = 4x^2 - 6x^2 + 2x \xrightarrow{x = \frac{1}{2}} f\left(\frac{1}{2}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$= 4\left(\frac{1}{4}\right) - 6\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{2}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + \frac{2}{2} = 0$$

۱۸. ۳

عبارت $(x^2 - 12)$ رو a و عبارت $4x$ رو b در نظر می گیریم: بنابراین عبارت داده شده به شکل $a^2 - b^2$ تبدیل میشه پس از اتحاد مزدوج استفاده می کنیم:

$$(x^2 - 12)^2 - (4x)^2 = (x^2 - 12 - 4x)(x^2 - 12 + 4x)$$

$$= (x^2 - 4x - 12)(x^2 + 4x - 12) = (x - 6)(x + 2)(x + 6)(x - 2)$$

تجزیه با تجزیه با اتحاد جمله مشترک اتحاد جمله مشترک

۱۹. ۳

ابتدا پرانتزها رو دوبه دو از چپ به راست در هم ضرب می کنیم:

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{9}\right)\left(1 + \frac{1}{81}\right)$$

$$\downarrow$$

$$\text{اتحاد مزدوج} = 1^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9}$$

$$= \left(1 - \frac{1}{9}\right)\left(1 + \frac{1}{9}\right)\left(1 + \frac{1}{81}\right) = \left(1 - \frac{1}{81}\right)\left(1 + \frac{1}{81}\right) = 1 - \left(\frac{1}{81}\right)^2$$

$$\downarrow$$

$$\text{اتحاد مزدوج} = 1^2 - \left(\frac{1}{81}\right)^2 = 1 - \frac{1}{81}$$

اکنون حاصل ضرب پرانتزها رو با بقیه عبارت جمع می کنیم:

$$1 - \left(\frac{1}{81}\right)^2 + \frac{1}{81 \times 81} = 1 - \frac{1}{81 \times 81} + \frac{1}{81 \times 81} = 1$$

۱۳. ۳

الان دو راه پیش روی شماست. می تونید بلافاصله هر جا x دیدین به جاش $\sqrt{2} + 1$ رو قرار بدین و یا این که اول، صورت و مخرج رو به کمک اتحادها تجزیه کنید و بعدش به جای x ها $\sqrt{2} + 1$ رو قرار بدین، معمولاً روش دوم، کوتاه تره پس ما هم همین کارو می کنیم:

$$A = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 2x + 1} \xrightarrow{\text{صورت و مخرج رو به کمک اتحاد اول و دوم تجزیه می کنیم}} A = \frac{(x+1)^2}{(x-1)^2}$$

$$\xrightarrow{x = \sqrt{2} + 1} A = \frac{(\sqrt{2} + 1 + 1)^2}{(\sqrt{2} + 1 - 1)^2} = \frac{(\sqrt{2} + 2)^2}{(\sqrt{2})^2}$$

$$\xrightarrow{\text{صورت: اتحاد مربع مجموع دو جمله ای}} A = \frac{(\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2})(2) + 2^2}{2}$$

$$= \frac{2 + 4\sqrt{2} + 4}{2} = \frac{6 + 4\sqrt{2}}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{در صورت از ۲ فاکتور می گیریم}} A = \frac{2(3 + 2\sqrt{2})}{2} = 3 + 2\sqrt{2}$$

۱۴. ۳

روش اول: باز هم می تونیم به کمک اتحادهای اول و دوم حاصل دو عبارت

$$(x + 3y^2)^2 \text{ و } (x - 3y^2)^2 \text{ رو به دست بیاریم و جواب ها رو کم کنیم}$$

$$(x + 3y^2)^2 - (x - 3y^2)^2 = x^2 + 6xy^2 + 9y^4 - x^2 + 6xy^2 - 9y^4$$

$$= 12xy^2 \xrightarrow{xy^2 = \frac{4}{3}} 12\left(\frac{4}{3}\right) = 16$$

روش دوم: با فرض $x + 3y^2 = a$ و $x - 3y^2 = b$ می تونیم از اتحاد مزدوج

استفاده کنیم:

$$(x + 3y^2)^2 - (x - 3y^2)^2 = (x + 3y^2 + x - 3y^2)(x + 3y^2 - x + 3y^2)$$

$$= (2x)(6y^2) = 12xy^2 \xrightarrow{xy^2 = \frac{4}{3}} 12\left(\frac{4}{3}\right) = 16$$

۱۵. ۳

ظاهراً در تساوی $a^2 + 4b^2 = 4ab$ ، نه میشه از هیچ اتحادی استفاده کرد نه میشه چیزی رو تجزیه کرد ولی اگه $4ab$ رو به سمت چپ ببریم می فهمیم که میشه به کمک اتحاد دوم، عبارت رو تجزیه کرد:

$$a^2 + 4b^2 = 4ab \Rightarrow a^2 - 4ab + 4b^2 = 0 \Rightarrow (a - 2b)^2 = 0$$

تجزیه با اتحاد دوم

اگه مجذور عبارتی برابر صفر باشه، آن عبارت رو مساوی صفر قرار میدیم، بنابراین:

$$a - 2b = 0 \Rightarrow a = 2b$$

حالا با جای گذاری $a = 2b$ در $a^2 - 4b^2$ حاصل اون رو به دست میاریم:

$$a^2 - 4b^2 \xrightarrow{a = 2b} (2b)^2 - 4b^2 = 4b^2 - 4b^2 = 0$$

۱۶. ۲

روش اول: عبارت $x^5 - 81x$ رو تجزیه می کنیم. ابتدا از x که در هر دو جمله وجود

داره، فاکتور می گیریم، سپس با اتحاد مزدوج عبارت رو به طور کامل تجزیه می کنیم:

$$x^5 - 81x \xrightarrow{\text{از } x \text{ فاکتور می گیریم}} x(x^4 - 81)$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

جذر ۹ جذر x^2

$$= x(x^2 - 9)(x^2 + 9) = x(x - 3)(x + 3)(x^2 + 9)$$

فقط عامل گزینته «۲» در عبارت وجود نداره.

۲۰. ۴

بچه‌های عزیز، حل این گونه سؤالات به کمک اتحادهای اول و دوم کمی وقت گیر و دشواره پس در این تست‌ها از نکته زیر استفاده می‌کنیم:

راهنما: اگر بخواهیم یک سه‌جمله‌ای شبیه $ax^2 + bx + c$ مربع کامل باشد کافیست دلتای اون یعنی $b^2 - 4ac$ رو مساوی صفر قرار بدیم. (لطفاً کاری به اثباتش نداشته باشیم)

در این سؤال $a = 4, b = A, c = \frac{9}{4}$ هستن، بنابراین داریم:

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow A^2 - 4(4)\left(\frac{9}{4}\right) = 0 \Rightarrow A^2 - 36 = 0$$

$$A^2 = 36 \xrightarrow{\text{جذر}} A = \pm 6$$

۲۱. ۴

فرق این سؤال با سؤال قبلی، اینه که دیگه نمی‌خواهیم به عدد رو به عبارت اضافه کنیم بلکه با توجه به گزینه‌ها، عبارتی که x داره باید به عبارت اصلی اضافه بشه پس باید تک‌تک گزینه‌ها رو بررسی کنیم ما گزینه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ رو بررسی می‌کنیم شما خودتون گزینه‌های ۲، ۳ و ۴ رو بررسی کنید.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ $(4x^2 - 10x + 9) + 2x = 4x^2 - 8x + 9$

جواب صفر نشد پس غلطه $\Delta = (-8)^2 - 4(4)(9) = 64 - 144 = -80 \Rightarrow$

۴ $(4x^2 - 10x + 9) - 2x = 4x^2 - 12x + 9$

درسته $\Delta = (-12)^2 - 4(4)(9) = 144 - 144 = 0 \Rightarrow$

۲۲. ۱

اگر عددی که قراره به عبارت داده شده اضافه بشه k در نظر بگیریم طبق نکته گفته شده، کافیست دلتا رو مساوی صفر قرار بدیم:

$$4x^2 - 6x + \frac{1}{4} + k \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -6 \\ c = \frac{1}{4} + k \end{cases}$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-6)^2 - 4(4)\left(\frac{1}{4} + k\right) = 0$$

$$\Rightarrow 36 - 4 - 16k = 0 \Rightarrow -16k = -32 \Rightarrow k = \frac{-32}{-16} = 2$$

۲۳. ۴

روش اول:

$$(x^2 - 6x - 4)^2 - 144 = (x^2 - 6x - 4)^2 - 12^2$$

هر دو عبارت مربع کامل (مجذور کامل) هستند و بین اون‌ها علامت منفی وجود داره، بنابراین میشه اون رو با اتحاد مزدوج تجزیه کرد:

$$(x^2 - 6x - 4)^2 - 12^2 = (x^2 - 6x - 4 - 12)(x^2 - 6x - 4 + 12)$$

$$\begin{aligned} &\text{تجزیه با اتحاد جمله مشترک} \quad \text{تجزیه با اتحاد جمله مشترک} \\ &= (x^2 - 6x - 16) \times (x^2 - 6x + 8) \\ &= (x - 8)(x + 2)(x - 4)(x - 2) \end{aligned}$$

بنابراین $(x + 4)$ بین عوامل تجزیه نیست.

روش دوم:

باز هم می‌تونیم از گزینه‌ها استفاده کنیم الان اگر اعداد $x = 8$ و $x = 4$ و $x = -2$ که ریشه‌های عبارت‌های $x - 8$ و $x - 4$ و $x + 2$ هستند رو در عبارت اصلی متن سؤال قرار بدین جواب عبارت، صفر میشه پس جواب، $x + 4$ است که ریشه اون $(x = -4)$ عبارت رو به صفر تبدیل نمیکنه:

$$f(x) = (x^2 - 6x - 4)^2 - 144 \xrightarrow{x = -4}$$

$$f(-4) = (16 + 24 - 4)^2 - 144 = 36^2 - 144 \Rightarrow$$

۲۴. ۱

ابتدا ضرب‌ها رو انجام میدیم:

$$a(a + 2) + 4b(b + 1) + 4ab = a^2 + 2a + 4b^2 + 4b + 4ab$$

حالا یک دسته‌بندی انجام میدیم، یعنی $a^2, 4b^2$ و $4ab$ رو کنار هم قرار میدیم (چون به کمک اتحاد اول، میشه عبارت حاصل رو تجزیه کرد) همچنین $2a$ و $4b$ رو هم کنار هم می‌نویسیم و از اون‌ها فاکتور می‌گیریم:

$$\begin{aligned} (a^2 + 4b^2 + 4ab) + (2a + 4b) &= (a + 2b)^2 + 2(a + 2b) \\ &= 3^2 + 2(3) = 9 + 6 = 15 \end{aligned}$$

۲۵. ۳

عبارت رو با فاکتورگیری و اتحادها تجزیه می‌کنیم:

$$a(a - 3)(a - 4) - 12a + 36 = a(a - 3)(a - 4) - 12(a - 3)$$

$$\begin{aligned} &\xrightarrow{\text{فاکتور می‌گیریم}} \xrightarrow{\text{از } -12} (a - 3)(a(a - 4) - 12) \\ &\xrightarrow{\text{فاکتور می‌گیریم}} (a - 3)(a^2 - 4a - 12) \end{aligned}$$

$$= (a - 3)(a^2 - 4a - 12)$$

تجزیه با اتحاد جمله مشترک

$$= (a - 3)(a - 6)(a + 2)$$

بنابراین $(a - 2)$ جزء عوامل تجزیه نیست.

۲۶. ۴

عبارت رو دسته‌بندی می‌کنیم:

$$x^2 + 4y^2 - 4xy - 2x + 4y = (x^2 + 4y^2 - 4xy) - 2(x - 2y)$$

دسته دوم (از ۲ فاکتور می‌گیریم)

دسته اول

$$(x - 2y)^2 - 2(x - 2y)$$

پرانتر اول اتحاد مربع دو جمله‌ای است:

با توجه به متن سؤال، به جای $(x - 2y)$ ، عدد ۱ رو قرار میدیم:

$$\text{جواب} = 1^2 - 2(1) = 1 - 2 = -1$$

۲۷. ۱

ابتدا اتحاد $(x + \frac{1}{x})^2$ رو به کمک اتحاد اول باز می‌کنیم:

$$(x + \frac{1}{x})^2 = 5 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2(x)(\frac{1}{x}) = 5$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 5 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

حال طرفین تساوی بالا رو به توان ۲ می‌رسونیم:

$$(x^2 + \frac{1}{x^2})^2 = 3^2 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} + 2(x^2)(\frac{1}{x^2}) = 9$$

$$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} + 2 = 9 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 7$$

۲۸. ۳

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\begin{cases} a + 2b = 9 & \text{رابطه ۱،} \\ a^2 - 4b^2 = 9 \Rightarrow (a - 2b)(a + 2b) = 9 & \text{تجزیه با اتحاد مزدوج} \\ a + 2b = 9 \rightarrow (a - 2b) \times 9 = 9 \Rightarrow a - 2b = 1 & \text{رابطه ۲،} \end{cases}$$

با رابطه ۱، و رابطه ۲، یک دستگاه می‌سازیم و a و b رو به دست میاریم:

$$\begin{cases} a + 2b = 9 \\ a - 2b = 1 \end{cases}$$

$$2a = 10 \Rightarrow a = 5, b = 2 \Rightarrow a + b = 5 + 2 = 7$$

۲۹. ۴

در سه جمله‌ای داده شده، ضریب x^2 یک نیست پس به روش سریعی که در دستنامه گفتیم اون رو تجزیه می‌کنیم. اول ضریب x^2 رو در عدد ثابت (جمله آخر) ضرب کرده و سپس حاصل رو به کمک اتحاد جمله‌مشتک تجزیه می‌کنیم:

$$8x^2 + 10x - 3 \Rightarrow x^2 + 10x - 24 = (x+12)(x-2)$$

حالا در یکی از پرانتزها (به دلخواه) عدد ثابت رو بر ۸ تقسیم می‌کنیم و در پرانتز دیگه، x رو در ۸ ضرب می‌کنیم:

$$= (x + \frac{12}{8})(8x - 2) = (x + \frac{3}{2})(8x - 2)$$

فاکتوراز

$$= (x + \frac{3}{2}) \times 2(4x - 1) = (2x + 3)(4x - 1)$$

پس عامل $2x+3$ در گزینه ۴، در تجزیه شده عبارت ما وجود داره.

۳۰. ۳

به یادآوری زیر توجه کنید.

یادآوری: عبارت‌های گویا کسرهایی هستند که صورت و مخرج اون‌ها چندجمله‌ای هستن. (متغیرها نباید داخل قدرمطلق و زیر رادیکال باشن) و توان متغیرها باید عدد حسابی باشه.

بررسی موارد:

الف $\sqrt{x^2 + 1} \leftarrow$ به علت وجود $\sqrt{x^2}$ گویا نیست: زیرا: $\sqrt{x^2} = |x|$

ب $\frac{x^2 - 1}{x + 1} \leftarrow$ گویا است.

ج $\frac{\sqrt{5x}}{x} \leftarrow$ گویا است (عدد ۵ در زیر رادیکال مشکلی نداره فقط، متغیر نباید زیر رادیکال باشه).

د $\frac{x+y}{\sqrt{z}} \leftarrow$ به علت وجود \sqrt{z} گویا نیست.

ه $\frac{|x|}{x+2} \leftarrow$ به علت وجود $|x|$ گویا نیست.

۳۱. ۳

اعدادی که مخرج‌ها رو صفر می‌کنن، پیدا می‌کنیم:

مخرج اول: $x = 0$

مخرج دوم: $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

بنابراین، عبارت گویا به‌ازای مقادیر ۰ و ۳ تعریف نشده است.

۳۲. ۳

در عبارت گویایی که به‌ازای تمام مقادیر x تعریف شده است، مخرج هیچ وقت صفر نمیشه: بنابراین گزینه‌های درسته که آگه مخرجش رو مساوی صفر قرار بدیم، معادله جواب نداشته باشه.

بررسی گزینه‌ها:

۱ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ مخرج

به‌ازای -2 و $+2$ x تعریف نشده است.

۲ به‌ازای $x = 0$ تعریف نشده است. $x = 0 \Rightarrow$ مخرج

۳ $x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1$ مخرج

مجذور یک عبارت هیچ‌گاه منفی نمیشه، پس عبارت گویای داده شده همواره تعریف شده است.

۴ $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ مخرج

به‌ازای $x = 0$ تعریف نشده است.

۳۳. ۲

عبارت $\frac{x^2 + 3x - 1}{2x - a}$ به‌ازای $x = 4$ تعریف نشده است، یعنی $x = 4$ ریشه مخرج و مخرج به‌ازای $x = 4$ صفر میشه.

$$2x - a = 0 \xrightarrow{x=4} 2(4) - a = 0 \Rightarrow 8 - a = 0 \Rightarrow a = 8$$

حالا با داشتن $a = 8$ ، عبارت گویا به شکل زیر میشه:

$$\frac{x^2 + 3x - 1}{2x - 8}$$

اکنون حاصل عبارت رو به‌ازای $x = 1$ به دست میاریم:

$$\frac{x^2 + 3x - 1}{2x - 8} \xrightarrow{x=1} \frac{1^2 + 3(1) - 1}{2(1) - 8} = \frac{1 + 3 - 1}{2 - 8} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2}$$

۳۴. ۳

روش اول: صورت کسر رو به کمک اتحاد اول و مخرج کسر رو به کمک اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$$\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9} = \frac{(x+3)^2}{(x-3)(x+3)} \xrightarrow{\text{از صورت و مخرج کسر عامل } (x+3) \text{ رو حذف می‌کنیم}} \frac{x+3}{x-3}$$

روش دوم:

فرمول ممنوع: در مبحث عبارت‌های گویا خیلی وقتا به جای استفاده از اتحاد و تجزیه، می‌تونیم از عددگذاری استفاده کنیم یعنی به عدد دلخواه مثل ۰، ۱، -۱ رو به جای متغیر در عبارت متن سؤال قرار میدیم. فرض کنید جواب عبارت بشه عدد k حالا میریم سراغ گزینه‌ها و در اون‌ها همون عدد ۰، ۱ یا -۱ اولیه رو میناریم جواب باید k بشه. آگه جواب دو یا سه گزینه k شد عدد اولیه تون رو عوض کنید. ضمناً طوری عدد بدین که مخرج هیچ کسری صفر نشه.

ما به دلخواه به x عدد ۱ رو نسبت میدیم:

$$\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9} \xrightarrow{x=1} \text{حاصل کسر} = \frac{1^2 + 6(1) + 9}{1^2 - 9} = \frac{16}{-8} = -2$$

حالا توی عبارت‌های گزینه‌ها هم هر جا x دیدیم ۱ قرار میدیم.

بررسی گزینه‌ها:

۱ $\frac{x+9}{x+3} \xrightarrow{x=1} \frac{1+9}{1+3} = \frac{10}{4} \neq -2$

۲ $\frac{x-3}{x+3} \xrightarrow{x=1} \frac{1-3}{1+3} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} \neq -2$

۳ $\frac{x+3}{x-3} \xrightarrow{x=1} \frac{1+3}{1-3} = \frac{4}{-2} = -2 \Rightarrow$ درست است

۴ $\frac{x-9}{x-3} \xrightarrow{x=1} \frac{1-9}{1-3} = \frac{-8}{-2} = 4 \neq -2$

۳۵. ۳

روش اول: صورت و مخرج رو با فاکتورگیری و اتحادها تجزیه می‌کنیم، سپس عوامل مشترک صورت و مخرج رو با هم ساده می‌کنیم.

$$\frac{2x^2 - 8x + 8}{4 - 2x} \xrightarrow{\text{تجزیه با اتحاد دوم}} \frac{2(x^2 - 4x + 4)}{2(2-x)} = \frac{(x-2)^2}{(2-x)}$$

در صورت و مخرج از ۲ فاکتور می‌گیریم

چون $(x-2)^2 = (2-x)^2$ پس داریم:

$$\frac{(2-x)^2}{(2-x)} = 2-x$$

روش دوم: به جای x به دلخواه عدد ۱ رو قرار میدیم (شما هر عددی رو خواستید قرار بدید، فقط عدد راحتی باشه، مثلاً عدد ۱۰۰ خوب نیست!)

$$x = 1 \Rightarrow \text{عبارت} = \frac{2(1)^2 - 8(1) + 8}{4 - 2(1)} = \frac{2 - 8 + 8}{4 - 2} = \frac{2}{2} = 1$$

فقط عبارت گزینه ۳، به‌ازای $x = 1$ حاصلش عدد ۱ میشه. بقیه گزینه‌ها این‌طور نیستند. (خودتون بررسی کنید)

گزینه ۲: $2-x \xrightarrow{x=1} 2-1=1$