

فهرست مطالب

ریاضی و آمار (۱)

شماره صفحه	فهرست مطالب
۶	آزمون نوبت اول (۱)
۸	آزمون نوبت اول (۲)
۱۰	آزمون نوبت اول (۳)
۱۲	آزمون نوبت اول (۴)
۱۴	آزمون نوبت دوم (۱)
۱۶	آزمون نوبت دوم (۲)
۱۸	آزمون نوبت دوم (۳)
۲۰	آزمون نوبت دوم (۴)
۲۲	آزمون نوبت دوم (۵)
۲۴	آزمون نوبت دوم (۶)
۲۶	آزمون نوبت دوم (۷)
۲۸	آزمون نوبت دوم (۸)
۳۰	آزمون نوبت دوم (۹)
۳۲	آزمون نوبت دوم (۱۰)
۳۴	پاسخنامه تشریحی
۵۱	خلاصه درس‌ها

سوالات آزمون های

ترم اول

و

ترم دوم

آزمون نوبت اول (۱)

الف) درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید

درست نادرست

مجموع اعداد سطر n ام مثلث خیام 2^{n-1} است.

درست نادرست

در سهمی $y = ax^2 + b + c$, $x = -\frac{b}{2a}$ مختصات طول رأس سهمی است.

ب) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

هر خط موازی محور تابع است.

در نقطه سر به سر میزان صفر است.

ج) گزینه درست را انتخاب کنید.

اگر $(x-1, 3) = (4, y+5)$ باشد (x, y) کدام است؟

(۱, ۶) (۳, ۶) (۲, ۱۰) (۳, ۰) (۴, ۲) (۵, ۲)

کدام تابع نیست؟

$y = x^2 + 2$ (۱) $y = |x|$ (۲) $x = y^2 + 1$ (۳) $y = |x| + 3$ (۴)

د) وصل کنید.

عبارت‌های مرتبط با یکدیگر را به هم وصل کنید.

<input type="radio"/> الف) جمع ریشه‌های $x^2 - 1 = 0$	<input type="radio"/> (a) $(a-2)(a+2)$
<input type="radio"/> ب) تجزیه $a^2 - 4$	<input type="radio"/> (b) $\mathbb{R} - \{2\}$
<input type="radio"/> ج) دامنه $f(x) = \frac{3x}{x-2}$	<input type="radio"/> (c) Δ
	<input type="radio"/> (d) \circ

ه) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

با استفاده از اتحادها حاصل عبارت‌های زیر به دست آورید.

الف) 999^2

ب) 998×1002

عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

الف) $4x^2 + 4x - 3$

ب) $2x^2 - 8x$

عبارت گویای $\frac{5x^6 - 2x}{4x^2 - 16}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف شده است؟

آزمون نوبت اول (۱)

۳/۵

۱

۱

۰/۵

۱

۱

۱

۲

حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

(الف) $\frac{2x+1}{x-1} - \frac{5x}{x+1}$

(ب) $\frac{x^3 - 7x + 6}{2x+2} \div \frac{7x}{2x+2}$

(ج) $\frac{y-3}{y^2-4} - \frac{y+2}{y^2-4y+4} - \frac{2}{2-y}$

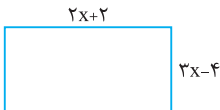
معادلات زیر را به روش خواسته شده حل کنید.

(الف) $x^2 - 15x - 16 = 0$ (تجزیه)

(ب) $5x^2 - 3x - 8 = 0$ (دلتا)

(ج) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ (مربع کامل)

اگر مساحت شکل زیر ۱۲ باشد x را بیابید.



در معادله $ax^2 + 3x - 4 = 0$ اگر مقدار Δ ، ۴ باشد، مقدار a را حساب کنید.

به ازای کدام مقدار از m معادله دارای ریشه مضاعف است؟

$mx^2 + (m-1)x + 1 = 0$

معادله گویای زیر را حل کنید.

$\frac{x-1}{2x} = \frac{3}{x+1}$

مقادیر x و y را طوری بیابید که رابطه زیر یک تابع شود؟

$f = \{(2-x, 3), (x, 3y-2), (2, 1)\}$

برد هر یک از توابع زیر را با توجه به دامنه داده شده به دست آورید.

$f: \begin{cases} A \rightarrow B, & A = \{1, 2, 3\} \\ f(x) = x^2 \end{cases}$

$g: \begin{cases} A \rightarrow B, & A = \{\sqrt{3}, 2, 4, \sqrt{5}\} \\ g(x) = x \end{cases}$

۱۱

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

۱۶

۱۷

۱۸

آزمون نوبت دوم (۱۰)

۱/۵

- درست نادرست
- درست نادرست
- درست نادرست

الف) درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.

۱. در معادله درجه دوم $3x^2 + 5x - 1 = 0$ ضرب ریشه‌ها $-\frac{1}{3}$ است.
۲. انحراف معیار یکی از شاخص‌های پراکنندگی است.
۳. هر خط موازی محور x ها نمودار تابع را در یک نقطه قطع می‌کند.

ب) جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۴. در منحنی نرمال ۶۸ درصد داده‌ها در بازه هستند.
۵. دادگان‌ها شامل اطلاعات هستند.

ج) گزینه درست را انتخاب کنید.

ضریب جمله چهارم در بسط $(a+b)^5$ کدام است؟

- | | | | |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| ۲۰ (۴) <input type="radio"/> | ۵ (۳) <input type="radio"/> | ۱۰ (۲) <input type="radio"/> | ۴ (۱) <input type="radio"/> |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
- اگر در تابع $f(x) = 2ax^2 - 2x - (a+3)$ ، $f(2) = 7$ باشد، a چقدر است؟
- | | | | |
|--|---|-----------------------------|-------------------------------|
| $\frac{14}{9}$ (۴) <input type="radio"/> | $\frac{8}{7}$ (۳) <input type="radio"/> | ۲ (۲) <input type="radio"/> | صفر (۱) <input type="radio"/> |
|--|---|-----------------------------|-------------------------------|

د) وصل کنید.

عبارت‌های مرتبط را به هم وصل کنید.

- | | |
|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> الف) مقداری که ۲۵ درصد داده‌ها قبل از آن هستند. | <input type="checkbox"/> (a) یک |
| <input type="checkbox"/> ب) شیب خط $y = 4$ | <input type="checkbox"/> (b) صفر |
| <input type="checkbox"/> ج) داده‌ای با بیشترین فراوانی | <input type="checkbox"/> (c) چارک اول |
| <input type="checkbox"/> د) تعداد جواب‌های $x + \frac{1}{x} - 2$ | <input type="checkbox"/> (d) صدک |
| | <input type="checkbox"/> (e) مد |

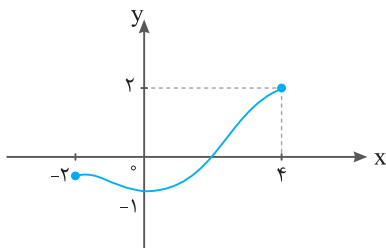
ه) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

عبارت گویای زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$A = \frac{x^4 - x^2}{x^3 - 6x^2 + 5x}$$

معادله $3x^2 - 5x - 8 = 0$ را به روش مربع کامل حل کنید.

۱۰. معادله درجه دومی بنویسید که ریشه مضاعف $\frac{1}{4}$ داشته باشد و ضریب x^2 آن ۳ باشد.
۱۱. با توجه به نمودار مقابل برد و دامنه تابع را بیابید.



۱/۵

پاسخ نامه تشریحی

پاسخ آزمون نوبت اول (۱)

ریاضی و آمار (۱)

$\Delta = 9 + 16 = 25$ (ب)

$$x = \frac{3 \pm 5}{10} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{16}{10} = 1.6 \end{cases}$$

(ج)

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{9}{16} - \frac{3}{2}x = -\frac{1}{2} + \frac{9}{16} = -\frac{8}{16} + \frac{9}{16} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow (x - \frac{3}{4})^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow x - \frac{3}{4} = \pm \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{16} + \frac{3}{4} = \frac{11}{16} \\ x = +\frac{1}{16} + \frac{3}{4} = \frac{13}{16} \end{cases}$$

۱۳

$$(2x+2)(3x-4) = 12$$

$$6x^2 - 8x + 6x - 8 = 12 \Rightarrow 6x^2 - 2x - 20 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4 + 480 = 484, x = \frac{2 \pm 22}{12} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

۱۴

$$ax^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Delta = 9 + 16a = 4 \Rightarrow 16a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{16}$$

۱۵

$$\Delta = (m-1)^2 - 4m = 0 \Rightarrow m^2 - 2m + 1 - 4m = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 6m + 1 = 0$$

$$\Delta = 36 - 4 = 32$$

$$m = \frac{6 \pm \sqrt{32}}{2} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

۱۶

$$\frac{x-1}{2x} = \frac{3}{x+1} \Rightarrow x^2 - 1 = 6x \Rightarrow x^2 - 6x - 1 = 0$$

$$\Delta = 36 + 4 = 40, x = \frac{6 \pm \sqrt{40}}{2} = 3 \pm \sqrt{10}$$

۱۷

$$\text{اگر } 2-x = x \Rightarrow 2 = 2x \Rightarrow x = 1$$

$$3y - 2 = 3 \Rightarrow 3y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{3}$$

$$2-x \neq 2 \Rightarrow -x \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$$

x نمی‌تواند ۰ باشد. اگر x = 1 باشد y باید $\frac{5}{3}$ باشد.

برای $\{0, 1\} \in \mathbb{R}, x, y$ می‌تواند هر مقداری باشد.

۱۸

$$f(1) = 1, f(2) = 4, f(3) = 9 \Rightarrow R_f = \{1, 4, 9\}$$

$$g(\sqrt{3}) = \sqrt{3}, g(2) = 2$$

$$g(4) = 4, g(\sqrt{5}) = \sqrt{5} \Rightarrow R_g = \{\sqrt{3}, 2, 4, \sqrt{5}\}$$

۱ درست

۲ درست

۳ xها

۴ سود

۵ گزینه ۴

۶ گزینه ی ۳

۷

(الف) جمع ریشه‌های $x^2 - 1 = 0$

(a) $(a-2)(a+2)$

(ب) تجزیه $a^2 - 4$

(b) $\mathbb{R} - \{2\}$

(ج) دامنه $f(x) = \frac{3x}{x-2}$

(c) ۵

(d) ۰

۸

(الف) $999^2 = (1000-1)^2 = 1000000 + 1 - 2000 = 998001$

(ب) $(1000-2)(1000+2) = 1000000 - 4 = 999996$

۹

(الف) $(2x+3)(2x-1)$ (ب) $2x(x-4)$

۱۰

$4x^2 - 16 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

$D = \mathbb{R} - \{2, -2\}$

۱۱

(الف)

$$\frac{2x+1}{x-1} - \frac{5x}{x+1} = \frac{(2x+1)(x+1) - 5x(x-1)}{x^2-1} = \frac{-3x^2+8x+1}{x^2-1}$$

(ب) $\frac{x^2-7x+6}{2x+2} \times \frac{2x+2}{7x} = \frac{x^2-7x+6}{7x}$

(ج) $(y-2)^2(y+2) =$ مخرج مشترک ۳ کسر

$$\frac{y-3}{y^2-4} - \frac{y+2}{y^2-4y+4} - \frac{2}{-(y-2)} = \frac{x(y+2)(y-2)^2}{-1}$$

$$(y-2)(y-3) - (y+2)^2 - 2 \frac{(y-2)(y+2)}{-1}$$

$$= y^2 - 5y + 6 - y^2 - 4y - 4 + 2(y^2 - 4) = 2y^2 - 9y - 6$$

۱۲

(الف) $x^2 - 15x - 16 = 0 \Rightarrow (x-16)(x+1) = 0$

$\Rightarrow x = 16, x = -1$

پایه نهم آزمون نوبت اول (۲)

ریاضی و آمار (۱)

۱

پنجم - $160501 = 1 \times 10^5 + 5 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 1 \times 10^0 = (10+1)^5$

۲ $n - 2^{n-1}$

۳ تفاضل مکعب دو جمله‌ای

۴ گزینه ۴

۵ گزینه ۳

۶

عبارت گویا هستند. چون صورت و مخرج آن‌ها چند جمله‌ای است.

$\frac{5x-1}{2\sqrt{3}}, \frac{3z+5}{3z-5}$

۷

$(x-5)(x+3) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$

$\xrightarrow{\times 2} 2x^2 - 4x - 30 = 0$

۸

$(x-3)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 0$

۹

الف $3x^2 - 5x - 2 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 + 2 = 0 + 2$

$\xrightarrow{\div 3} x^2 - \frac{5}{3}x = \frac{2}{3} \Rightarrow x^2 - 2 \times \frac{5}{3}x = \frac{2}{3} \Rightarrow x^2 - 2(\frac{5}{6})x = \frac{2}{3}$

$\Rightarrow x^2 - 2(\frac{5}{6})x + (\frac{5}{6})^2 = \frac{2}{3} + (\frac{5}{6})^2 \Rightarrow (x - \frac{5}{6})^2 = \frac{49}{36}$

$\Rightarrow x - \frac{5}{6} = \pm \frac{7}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{3} \\ x = 2 \end{cases}$

ب $x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 5 + 4 \Rightarrow (x+2)^2 = 9$

$\Rightarrow x + 2 = \pm 3$

$\Rightarrow x = 1, x = -5$

۱۰

$x + x + 1 + x + 2 = 483 \Rightarrow 3x + 3 = 483$

$\Rightarrow x = \frac{480}{3} = 160 \Rightarrow 162 = \text{عدد بزرگتر} \Rightarrow 6 = \text{دهگان}$

۱۱

الف $\frac{k}{x} = \frac{x+1}{x+k} \Rightarrow kx + k^2 = x^2 + x$

$\Rightarrow x^2 + x - kx - k^2 = 0 \Rightarrow x^2 + (1-k)x - k^2 = 0$

$x = 1 \Rightarrow (1)^2 + (1-k) - k^2 = 0 \Rightarrow 1 + 1 - k - k^2 = 0 \Rightarrow k^2 + k = 2$

$\Rightarrow k = 1$

ب $\frac{x-2}{x-4} = \frac{x+1}{x+3} \Rightarrow x^2 + x - 6 = x^2 - 3x - 4$

$\Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

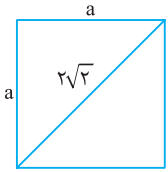
۱۲

$a^2 + 6a + 9 = (a+3)^2$

$a^2 - 9 = (a+3)(a-3)$

م.م.ک = $(a+3)^2(a-3)$

۱۳



مربع قطر = $a\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$a^2 + a^2 = (2\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$

مربع محیط = $4a = 4 \times 2 = 8$

۱۴

$2(x+1+3x+2) = 6+2x+3x+6$

محیط مستطیل محیط مثلث

$2(4x+3) = 12+5x \Rightarrow 8x+6 = 12+5x \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

۱۵

هزینه - درآمد = سود

الف

سود = $21x - x^2 - 100 - x = -x^2 + 20x - 100$

سود = 0 $\Rightarrow -x^2 + 20x - 100 = 0$

ب

نقطه سر به سر $x = \frac{-20}{-2} = 10$

از کالای ۱۱ام به بعد سود می‌کند.

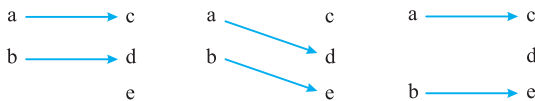
۱۶

الف $A = \{a, b\}$ دو عضو

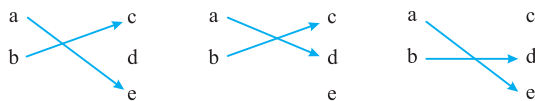
سه عضو $B = \{c, d, e\}$

$f = \{(a, d), (b, c)\}$

$g = \{(a, c), (b, d)\}$



ب



$2 \text{ حالت} \times 3 \text{ حالت} = 6$

برای عضو دوم برای عضو اول

۶ تابع می‌توان نوشت.

۱۷

$4x + 8 = 0 \Rightarrow x = -2$

۱۸

برای اینکه رابطه f تابع باشد، باید داشته باشیم:

$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

$3x = 9 \Rightarrow x = 3, y = -2$

$x^3 + y^3 = 3^3 + (-2)^3 = 27 - 8 = 19$

♦ زوج مرتب: هر نقطه در صفحه دکارتی که مختصات y_1, x_1 را دارد $\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} \right)$ به صورت (x_1, y_1) می‌نویسیم و به آن زوج مرتب x_1 و y_1 می‌گوییم. دقت کنید که ترتیب بسیار مهم است یعنی زوج مرتب (x_1, y_1) با زوج مرتب (y_1, x_1) بسیار متفاوت است و $(x_1, y_1) \neq (y_1, x_1)$ دو زوج مرتب (x_1, y_1) و (x_2, y_2) زمانی با هم برابرند که $x_1 = x_2$ و $y_1 = y_2$

♦ رابطه: یک رابطه اعضای مجموعه A را به اعضای مجموعه B ربط می‌دهد. یعنی یک رابطه چیزی است که هر یک از اعضای مجموعه A را به یک عضو یا عضوهایی از مجموعه B مربوط می‌کند. هر رابطه را می‌توانیم با مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب نشان دهیم که در آن برای هر زوج مرتب به شکل (a, b) داریم: $a \in A$ و $b \in B$.

مثال اگر $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ باشند در این صورت $R = \{(1, 4), (1, 5), (2, 5)\}$ یک رابطه بین A و B است.

♦ تابع: یک رابطه بین دو مجموعه A و B (از مجموعه A به مجموعه B) یک تابع نامیده می‌شود هرگاه متناظر با هر عضو A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را بتوان نظیر یا مربوط کرد.

♦ از نظر زوج مرتبی: اگر یک رابطه را به صورت زوج مرتب نشان دهیم در صورتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه‌های اول برابر نداشته باشیم. اگر مؤلفه‌های اول برابر بود باید مؤلفه‌های دوم هم برابر باشند.

♦ نمودار ون: اگر رابطه را با نمودار ون نشان دهیم در صورتی این رابطه تابع است که از هر عضو A دقیقاً یک پیکان خارج شود.

♦ نمودار تابع در صفحه مختصات: اگر نمودار مختصاتی یک رابطه داده شود در صورتی این رابطه تابع است که هیچ خطی موازی محور yها نمودار را در بیش از یک نقطه قطع نکند. (هر خط موازی محور yها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند).

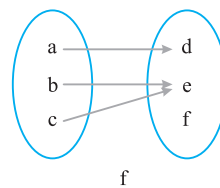
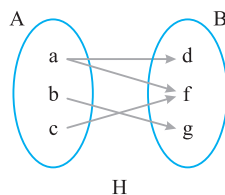
مثال در هر قسمت کدام یک از موارد داده شده تابع است؟

الف) $g = \{(1, 3), (1, 1), (2, 3), (2, 4), (5, 1)\}$

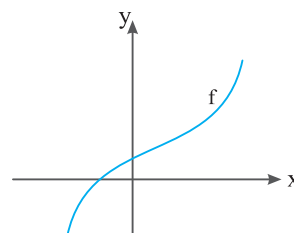
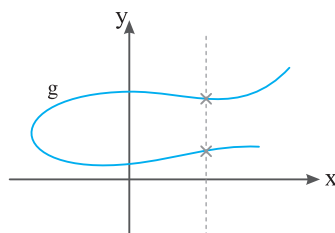
ب) $f = \{(1, 3), (2, 3), (5, 1)\}$

f تابع است اما g تابع نیست.

ج)



H تابع نیست زیرا از a دو پیکان رسم شده است.



f تابع است، زیرا هر خط که موازی محور yها رسم کنیم نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

ضابطه تابع

◆ دامنه: در نمایش زوج مرتبی تابع مجموعه شامل همه مولفه‌های اول تابع را دامنه تابع می‌گویند.

◆ برد: در نمایش زوج مرتبی تابع مجموعه شامل همه مولفه‌های دوم تابع را برد تابع می‌گویند.

برای نمایش تابعی مانند f از مجموعه A به مجموعه B می‌نویسیم: $f: A \rightarrow B$ که $y = f(x)$ را ضابطه تابع و A را دامنه تابع در نظر می‌گیریم.

مثال با توجه به ضابطه تابع $f: A \rightarrow B$ دامنه و برد آن را مشخص کنید.
 $f(x) = 2x^2 + 1$
 دامنه تابع $A = [1, +\infty) \Rightarrow$ برد تابع $\Rightarrow 2x^2 + 1 \geq 1 \Rightarrow x^2 \geq 0 \Rightarrow A$ دامنه تابع

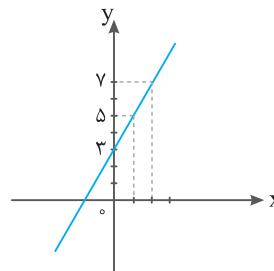
◆ توابع خطی: هر تابع با ضابطه $y = ax + b$ یک تابع خطی نامیده می‌شود و در نمودار دکارتی با یک خط راست مشخص می‌شود.

برای رسم نمودار توابع خطی دو نقطه از تابع را در دستگاه مختصات مشخص می‌کنیم سپس آن دو نقطه را به هم وصل می‌کنیم.

در تابع خطی $y = ax + b$ ، a شیب خط نامیده می‌شود.

مثال نمودار تابع $y = 2x + 3$ را رسم کنید

x	۱	۲
y	۵	۷



در این مثال شیب خط ۲ است.

◆ پیدا کردن معادله خط با داشتن ۲ نقطه:

فرض کنید دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) به ما داده شده است و معادله خطی را می‌خواهیم که از این دو نقطه می‌گذرد. فرمول معادله خط به صورت زیر است:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

برای پیدا کردن شیب از فرمول $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ کمک می‌گیریم.

مثال معادله خطی که از دو نقطه $(1, 2)$ و $(4, 5)$ می‌گذرد را بیابید.

$$m = \frac{5 - 2}{4 - 1} = \frac{3}{3} = 1$$

$$y - 2 = 1 \times (x - 1) \Rightarrow y - 2 = x - 1 \Rightarrow y = x + 1$$

◆ توابع درجه ۲ (سهمی): هر تابع به فرم $y = ax^2 + bx + c$ معادله یک سهمی نامیده می‌شود. برای رسم یک سهمی ابتدا طول راس آن را پیدا می‌کنیم:

$$\text{طول راس سهمی} = \frac{-b}{2a}$$

سپس به علامت a دقت می‌کنیم. اگر $a > 0$ دهانه سهمی به طرف بالا و اگر $a < 0$ دهانه سهمی را به طرف پایین رسم می‌کنیم.

