

# محاسبات عددی

قابل استفاده برای دانشجویان رشته‌های فنی مهندسی و علوم پایه

مؤلفان:

دکتر غلامرضا کر معلی

عضو هیأت علمی دانشگاه علوم و فنون شهید ستاری  
و دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

دکتر علیرضا هاشمی

عضو هیأت علمی دانشگاه آزاد اسلامی (واحد اسلام شهر)

نیاز دانش

# پیشگفتار

امروزه با توسعه‌ی علم کامپیوتر حل بسیاری از مسائل به روش‌های عددی و به کمک کامپیوتر انجام می‌شود. هدف این کتاب ارائه مطالبی از ریاضیات است که در مسائل فیزیکی و مهندسی و علوم پایه کاربردهای متنوع دارند و حل آنها به روش‌های عددی و کامپیوتر صورت می‌گیرد.

در تهیه این کتاب ریز مواد برنامه انقلاب فرهنگی برای درس محاسبات عددی مورد نظر بوده است و کتاب طوری تنظیم شده است که همه مطالبی را که دانشجویان در این درس نیاز دارند در بر داشته باشد. در پیوست آخر کتاب برنامه‌های کامپیوتری الگوریتم‌های ارائه شده در کتاب با استفاده از نرم‌افزار MATLAB نوشته شده است. یکی از مزیت‌های اصلی این کتاب در این است که تلاش زیادی شده که مفاهیم ریاضی مربوطه به زبان ساده بیان شوند تا دانشجوی علاوه بر سهولت در فراگیری آنها به اهمیت و در عین حال زیبایی خاص این شاخه از ریاضیات، وقوف بیشتری یابد و بتواند آموخته‌های خود را به صورت ابزاری نیرومند در حل مسائل به کار گیرد.

آرزومندیم که شما با مطالعه و بهره‌گیری از این کتاب با انتقادات و پیشنهادات خود ما را در هرچه بهتر و پر بارتر نمودن مطالب ارائه شده مدد نمائید. در پایان لازم می‌دانیم که از زحمات و همکاری‌های آقایان دکتر مجید کرمی، دکتر عبدالساده نیسی و دکتر محسن شاهرزائی که ما را در تهیه و تنظیم این کتاب یاری دادند صمیمانه تشکر کنیم.

مؤلفان

پاییز ۸۷



# فهرست موضوعات

۱۱	فصل اول: خطاها
۳۳	فصل دوم: حل عددی معادلات $f(x) = 0$
۷۹	فصل سوم: حل دستگاه معادلات
۱۱۹	فصل چهارم: درون‌یابی (واسطه‌یابی)
۱۶۳	فصل پنجم: مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری عددی
۱۹۷	فصل ششم: حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی
۲۲۳	پیوست: برنامه‌های کامپیوتری با استفاده از نرم‌افزار MATLAB
۲۵۶	منابع

# فهرست مطالب

خطاها



۱۱	۱-۱- مقدمه
۱۱	۲-۱- انواع خطا
۱۲	۱-۲-۱- خطای مطلق
۱۲	۲-۲-۱- خطای مطلق حدی
۱۲	۳-۲-۱- خطای نسبی
۱۳	۴-۲-۱- خطای روش
۱۴	۳-۱- منابع خطا (منشأ خطا)
۱۴	۱-۳-۱- خطای ذاتی
۱۴	۲-۳-۱- خطای برشی
۱۴	۳-۳-۱- خطای روند کردن
۱۶	۱-۳-۳-۱- روش گرد کردن اعداد
۱۷	۴-۱- عملیات جبری روی خطاها (انتشار خطا)
۱۷	۱-۴-۱- خطای مطلق حاصل جمع
۱۷	۲-۴-۱- خطای مطلق تفاضل
۱۸	۳-۴-۱- خطای مطلق خطی حاصل ضرب

۱۸	خطای مطلق خطی خارج قسمت
۱۹	خطا در هنگام محاسبه توابع و فرمول‌ها (به طور کلی)
۱۹	خطای مطلق و نسبی توابع یک متغیره
۲۱	خطای مطلق و نسبی توابع دو متغیره
۲۱	خطای مطلق و نسبی توابع چند متغیره
۲۴	مسائل حل شده
۳۰	تمرینات

### حل عددی معادلات



۳۳	مقدمه
۳۵	تعیین تعداد و محل تقریبی ریشه‌ها (تفکیک ریشه‌ها)
۳۵	رسم منحنی
۳۷	جدول بندی مقادیر تابع
۳۸	تعیین ریشه‌ها با دقت مطلوب
۳۹	روش دو بخشی (تنصیف)
۴۱	همگرایی روش دو بخشی
۴۲	اشکال روش دوبخشی
۴۲	معیارهای توقف
۴۳	روش نابه‌جائی
۴۵	خصوصیات روش نابه‌جائی
۴۵	روش اصلاح شده نابه‌جائی
۴۵	روش تکرار ساده (تکرار نقطه ثابت)
۴۹	همگرایی روش تکرار نقطه ثابت
۵۳	تعبیر عددی مرتبه همگرایی
۵۳	روش نیوتن رافسون
۵۳	فرمول تکراری روش نیوتن به روش هندسی
۵۴	فرمول تکراری روش نیوتن به روش جبری
۵۵	همگرایی روش نیوتن

۵۶	۴-۷-۲- خصوصیات روش نیوتن
۵۷	۵-۷-۲- مرتبه همگرایی روش نیوتن هنگام تعیین ریشه تکراری
۵۷	۸-۲- روش وتری
۶۰	۹-۲- مسائل حل شده
۷۷	۱۰-۲- تمرینات

### حل دستگاه معادلات



۷۹	۱-۳- مقدمه
۸۰	۲-۳- حل دستگاه معادلات خطی به روش‌های مستقیم
۸۰	۱-۲-۳- حل دستگاه معادلات خطی به روش حذفی گاوس
۸۳	۱-۱-۲-۳- اشکالات روش حذفی گاوس
۸۷	۲-۲-۳- حل دستگاه معادلات خطی به روش تجزیه کردن به صورت LU
۸۹	۳-۲-۳- روش چالسکی
۹۰	۴-۲-۳- حل دستگاه معادلات خطی به روش گاوس جردن
۹۵	۳-۳- حل دستگاه معادلات خطی به روش‌های تکراری
۹۶	۱-۳-۳- حل دستگاه معادلات خطی به روش ژاکوبی
۹۸	۲-۳-۳- حل دستگاه معادلات خطی به روش گاوس سایدل
۱۰۰	۴-۳- حل دستگاه معادلات غیرخطی
۱۰۰	۱-۴-۳- حل دستگاه معادلات غیرخطی به روش نیوتن رافسون
۱۰۲	۱-۱-۴-۳- معیارهای توقف
۱۰۵	۵-۳- مسائل حل شده
۱۱۶	۶-۳- تمرینات

### درون‌یابی (واسطه‌یابی)



۱۱۹	۱-۴- مقدمه
۱۲۰	۲-۴- درون‌یابی خطی (درون‌یابی کلی)

۱۲۱	۳-۴- روش تفاضل تقسیمی نیوتن (درون یابی کلی)
۱۲۵	۴-۴- روش لاگرانژ (درون یابی کلی)
۱۲۷	۵-۴- خطای چند جمله‌ای درون یاب
۱۲۹	۶-۴- روش تفاضلات پیشرو نیوتن (درون یابی برای نقاط متساوی الفاصله)
۱۳۲	۷-۴- روش تفاضلات پسرو نیوتن (درون یابی برای نقاط متساوی الفاصله)
۱۳۳	۸-۴- درونیابی معکوس
۱۳۵	۹-۴- برازش منحنی به روش کمترین مربعات
۱۳۵	۴-۹-۱- چند جمله‌ای درجه اول
۱۳۶	۴-۹-۲- چند جمله‌ای درجه دوم
۱۳۹	۴-۱۰- مسائل حل شده
۱۵۹	۴-۱۱- تمرینات

### مشتق گیری و انتگرال گیری عددی



۱۶۳	۵-۱- مشتق گیری عددی
۱۶۴	۵-۲- روش گاوس برای محاسبه تقریبی مشتق
۱۶۶	۵-۳- محاسبه مشتق برای نقاط متساوی الفاصله به روش تفاضلات پیشرو نیوتن
۱۶۸	۵-۴- محاسبه مشتق برای نقاط متساوی الفاصله به روش تفاضلات پسرو نیوتن
۱۶۸	۵-۵- یافتن ماکزیمم و مینیمم یک تابع از روی جدول
۱۶۹	۵-۶- انتگرال گیری عددی
۱۷۰	۵-۷- روش مستطیلی
۱۷۱	۵-۸- روش دوزنقه‌ای
۱۷۳	۵-۸-۱- خطای روش دوزنقه
۱۷۵	۵-۹- روش سیمپسون
۱۷۶	۵-۹-۱- استخراج فرمول سیمپسون به روشی دیگر
۱۷۸	۵-۱۰- روش رامبرگ
۱۸۰	۵-۱۱- فرمول مشتق گیری به روش ریچاردسون
۱۸۲	۵-۱۲- مسائل حل شده
۱۹۵	۵-۱۳- تمرینات





## حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی

- ۱۹۷..... ۱-۶- مقدمه
- ۱۹۸..... ۲-۶- روش اویلر ساده (تیلور مرتبه یک)
- ۲۰۰..... ۳-۶- روش اویلر پیراسته (اصلاح شده - دوزنقه‌ای)
- ۲۰۲..... ۴-۶- روش رونگ - کوتا
- ۲۰۲..... ۱-۴-۶- فرمول روش رونگ کوتای مرتبه دوم
- ۲۰۴..... ۲-۴-۶- فرمول روش رونگ کوتای مرتبه چهارم
- ۲۰۶..... ۵-۶- مسائل حل شده
- ۲۲۰..... ۶-۶- تمرینات

۲۲۳ پیوست: برنامه‌های کامپیوتری با استفاده از نرم‌افزار **MATLAB**

۲۵۶ منابع: