ریاضیات مهندسی

قابل استفاده برای دانشجویان
رشته‌های فنی، مهندسی و علوم پایه

مؤلفین:

دکتر غلامرضا کرمعلی

عضو هیأت علمی دانشگاه علوم و فنون شهید ستاری

دکتر صادق امیری

عضو هیأت علمی دانشگاه علوم و فنون شهید ستاری

نیاز دانش

مقدمه مؤلف

این کتاب با عنوان "ریاضیات مهندسی" شامل چهار فصل است که مطابق با سرفصل وزارت علوم، تحقیقات و فنّ آوری برای دانشجویان رشته‌های فنی مهندسی تألیف شده است.

هدف از ارائه مطالب این کتاب، آشنایی دانشجویان با مطالب و موضوعاتی از ریاضیات است که در شاخه‌های گوناگون علوم فیزیک و مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

پیش نیاز مطالب کتاب ریاضی مهندسی، یک دوره کامل از حساب دیفرانسیل و انتگرال و معادلات دیفرانسیل معمولی است. هر فصل شامل تعداد زیادی مثال و مسئله حل شده است. پیشنهاد می‌کنیم که دانشجویان قبل از مطالعه پاسخ مسائل، به حل مسائل پرداخته و سپس به مطالعه پاسخ مسائل بپردازند. همچنین حل تمرین‌های پایانی هر فصل، کمک بسیار زیادی در فهم مطالب دارد.

برای آماده سازی این اثر تلاش زیادی شده است. همچنین از همه مسئولان محترم آموزش و پژوهش دانشگاه هوایی که در چاپ این کتاب همکاری صمیمانه داشته‌اند، قدردانی می‌شود.

از عموم خوانندگان گرامی دعوت می‌کنیم که از مشکلات احتمالی کتاب، ما را آگاه سازند.

غلامرضا کرمعلی
g_karamali@iust.ac.ir
صادق امیری
sadegh.amiri@modares.ac.ir

فهرست موضوعات

فصل اول: اعداد مختلط ----- ۹

فصل دوم: حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ----- ۴۷

فصل سوم: توابع مختلط ----- ۷۹

فصل چهارم: انتگرال‌گیری از توابع مختلط ----- ۱۱۹

ضمیمه یک: جدولهای تبدیلات فوریه ----- ۱۴۵

ضمیمه دو: فرمول‌های مهم ----- ۱۴۹

ضمیمه سه: حروف یونانی ----- ۱۵۵

منابع و مراجع ----- ۱۵۶

فهرست مطالب

فصل اول: اعداد مختلط

۱-۱- سریهای فوریه (سری‌های مثلثاتی) Fourier series ۹

۱-۲- بسط‌های نیم دامنه‌ای ۱۶

۱-۳- صورت مختلط سری فوریه ۲۰

۱-۴- مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری از سری فوریه ۲۳

۱-۵- انتگرال فوریه ۲۴

۱-۶- انتگرال فوریه در حالت مختلط ۲۷

۱-۷- تبدیلات فوریه ۲۸

۱-۸- مسائل حل شده ۳۶

۱-۹- تمرینات ۴۵

فصل دوم: حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

۲-۱- مقدمه ۴۷

۲-۲- مسأله موج ۴۹

۲-۲-۱- حل مسأله موج همگن یک بعدی با شرایط مرزی همگن ۵۰

۲-۲-۲- حل مسأله موج همگن با شرایط مرزی نا همگن ۵۲

۲-۲-۳- حل مسأله موج غیر همگن با شرایط مرزی مشتقی ۵۵

۲-۳- حل مسأله حرارت نا همگن ۵۸

۲-۴- حل مسأله پواسن دو بعدی ۶۰

۲-۵- کاربرد تبدیلات فوریه در حل مسائل دیفرانسیل جزئی ۶۳

۲-۵-۱- حل مسائل مشتق جزئی نیمه متناهی به کمک تبدیل فوریه ۶۴

۲-۵-۲- حل مسائل مشتق جزئی نا متناهی به کمک تبدیل فوریه ۶۶

۲-۶- حل دالامبر معادله موج $(D'Alembert's)$ ۶۹

۲-۷- مسائل حل شده ۷۱

۲-۸- تمرینات ۷۵

فصل سوم: توابع مختلط

۳-۱- اعداد مختلط ۷۹
۳-۱-۱- عملیات جبری در مجموعه اعداد مختلط ۸۰
۳-۱-۲- شکل قطبی و نمایی اعداد مختلط ۸۰
۳-۱-۳- ریشه یابی در مجموعه اعداد مختلط ۸۱
۳-۱-۴- نواحی در صفحه مختلط ۸۲
۳-۲- تابع مختلط ۸۳
۳-۲-۱- حد و پیوستگی توابع مختلط ۸۳
۳-۲-۲- مشتق توابع مختلط ۸۴
۳-۲-۳- معادلات کوشی ریمان در دستگاه قطبی ۸۷
۳-۳- توابع همساز $(Harmonic\ Functions)$ ۹۰
۳-۴- نگاشت‌ها ۹۱
۳-۴-۱- تابع همانی: $f(z)=z$ ۹۱
۳-۴-۲- نگاشت ثابت: $f(z)=a\ ;\ (a\in \mathbb{C})$ ۹۱
۳-۴-۳- نگاشت انتقال: $f(z)=z+a\ ;\ (a\in \mathbb{C})$ ۹۲
۳-۴-۴- نگاشت $f(z)=az\ ;\ (a\in \mathbb{C})$ ۹۲
۳-۴-۵- نگاشت خطی: $f(z)=az+b\ ;\ (a,b\in \mathbb{C})$ ۹۳
۳-۴-۶- نگاشت مزدوج: $f(z)=\bar{z}$ ۹۴
۳-۴-۷- نگاشت $f(z)=z^{2}$ ۹۵
۳-۴-۸- نگاشت توان $f(z)=z^{n}$ ۹۶
۳-۴-۹- نگاشت نمایی $w=e^{z}$ ۹۸
۳-۴-۱۰- نگاشت $w=\mathrm{Ln}\,z$ ۹۹
۳-۴-۱۱- نگاشت $w=\frac{1}{z}\ ;\ z\neq 0$ ۱۰۰
۳-۴-۱۲- نگاشت موبیوس (کسری خطی): $w=\frac{az+b}{cz+d}\ ;\ a,b,c,d\in \mathbb{C}\ ;\ ad-bc\neq 0$ ۱۰۲
۳-۴-۱۳- نگاشت سه نقطه ۱۰۴

۳-۴-۱۴- نگاشت $w = e^{i\alpha}\frac{z-z_0}{z-\bar{z}_0}$ ۱۰۵
۳-۴-۱۵- نگاشت $w = \sin z$ ۱۰۶
۳-۴-۱۶- نگاشت $w = \tan z$ ۱۰۷
۳-۵- مسائل حل شده ۱۰۸
۳-۶- تمرینات ۱۱۵

فصل چهارم: انتگرال‌گیری از توابع مختلط

۴-۱- روش‌های محاسبه انتگرال ۱۱۹
۴-۱-۱- روش اول: محاسبه انتگرال با استفاده از نمایش مسیر ۱۲۰
۴-۱-۲- روش دوم محاسبه انتگرال: انتگرال گیری معین از توابع تحلیلی ۱۲۲
۴-۱-۳- روش سوم محاسبه انتگرال ۱۲۳
۴-۱-۴- روش چهارم محاسبه انتگرال ۱۲۴
۴-۲- سری لوران ۱۲۶
۴-۳- محاسبه انتگرالهای حقیقی ۱۳۱
۴-۳-۱- محاسبه انتگرال توابع مثلثاتی ۱۳۱
۴-۳-۲- محاسبه انتگرالهای ناسره حقیقی $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$ ۱۳۳
۴-۴- مسائل حل شده ۱۳۶
۴-۵- تمرینات ۱۴۱

ضمیمه یک: جدولهای تبدیلات فوریه ۱۴۵

ضمیمه دو: فرمول‌های مهم ۱۴۹

ضمیمه سه: حروف یونانی ۱۵۵

منابع و مراجع ۱۵۶

فصل ۱

سریها، انتگرال‌ها و تبدیلات فوریه

۱-۱- سریهای فوریه[۱] (سری‌های مثلثاتی)

در عمل بسط یک تابع بر حسب توابع هموار مانند توابع مثلثاتی از نوع سینوسی و کسینوسی برای برخورد ساده‌تر با مسایل مهندسی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. بسیاری از توابع متناوب در مسایل مهندسی توابع پیچیده‌ای هستند و لذا مناسب‌تر این است که این توابع بر حسب توابع متناوب ساده‌تری بیان شوند تا تحلیل آنها آسان‌تر شود. یکی از ابزارهای موثر بسط توابع متناوب و حتی غیر متناوب در علوم مهندسی استفاده از سریهای فوریه است.

یادآوری (سری توانی یا سری تیلور): اگر تابع $y = f(x)$ در نقطه ی x_0 از هر مرتبه‌ای مشتق پذیر باشد آنگاه سری توانی تابع $f(x)$ حول نقطه x_0 به صورت $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(x - x_0)^n$ است که در آن $a_n = \frac{f^{(n)}(x_0)}{n!}$.
در حالت خاص که $x_0 = 0$ باشد سری مکلورن تابع $f(x)$ به صورت $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ به دست می‌آید که در آن $a_n = \frac{f^{(n)}(0)}{n!}$ است.

هنگام نوشتن بسط مکلورن تابع $f(x)$، در واقع $f(x)$ را به صورت توانهایی از x و به صورت عبارتهای جبری می‌نویسیم.

---

[۱] Fourier series