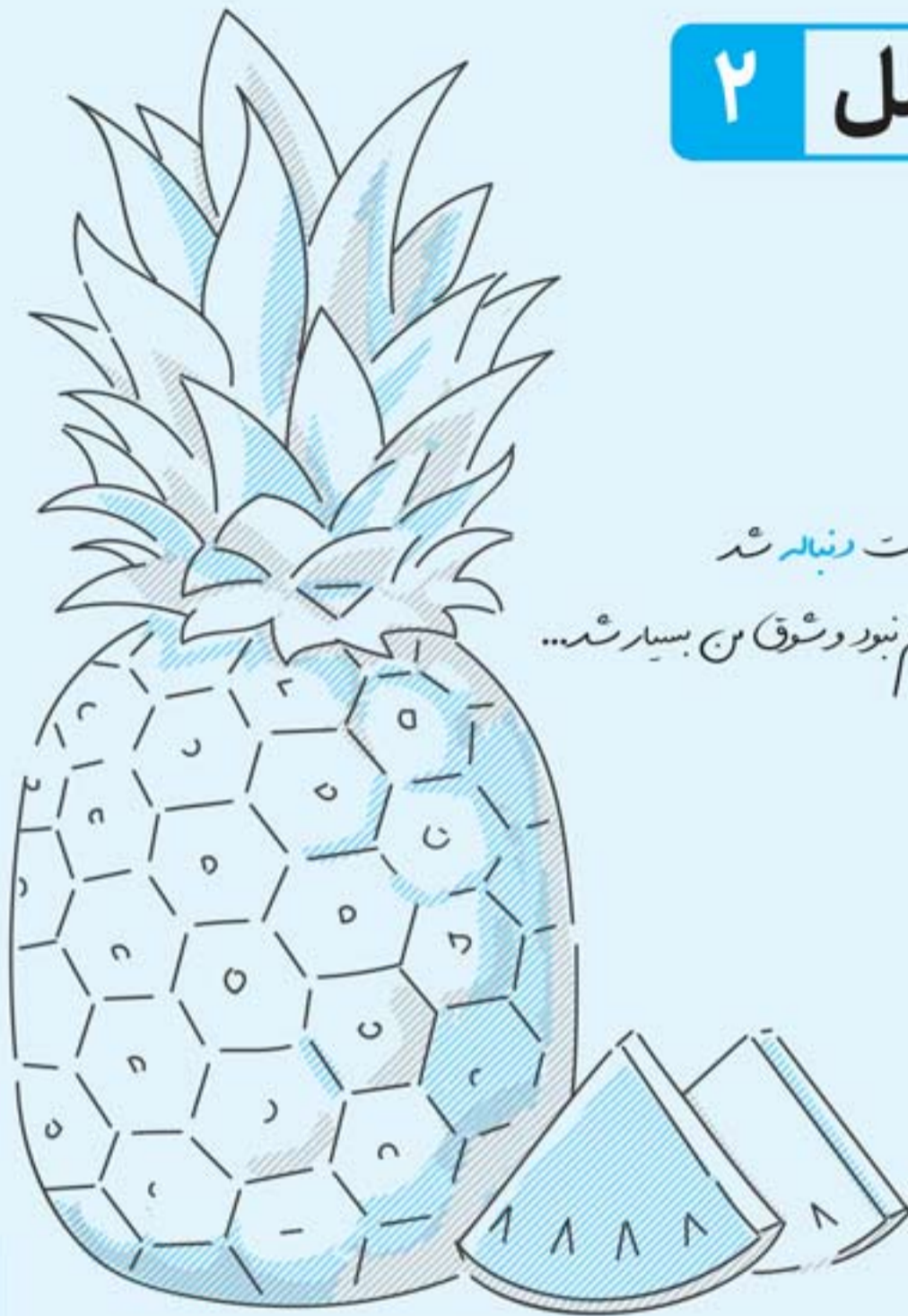


فصل ۲



روزهای دیدنت دنباله شد
قدر نسبت کم نبود و شوق من بسیار شد...

الگو و دنباله

یافتن عدد بعدی در میان چند عدد داده شده، یکی از قدیمی ترین سؤالات هوش و سرگرمی بوده...

ارتباط الگو با دنباله و انواع دنباله ها، که حسابی و هندسی اند؛ مباحث مورد بررسی این فصل اند، خیلی کنکوری و در عین حال، کلاسیک! تست های بسیار خلاقانه ای در دنباله های حسابی و هندسی نمی بینیم و نظم مشخص این درس، امید موفقیت زود هنگام را در این موضوع به شما می دهد. برای نتیجه گیری بهتر به محاسبات عددی و جبری احتیاج خواهید داشت.

این فصل بسیار مورد علاقه ی طراحان کنکور است، به جانتان بند باشد...

ایستگاه ۱: الگو و مفهوم دنباله

در این بخش ارتباط الگو را با دنباله و همچنین مفاهیم ابتدایی مرتبط با دنباله را بررسی می‌کنیم. یافتن جمله بعدی، جمله عمومی دنباله و دنباله‌ی خطی از مباحث مهم این بخش‌اند...

دنباله؛ مفاهیم ابتدایی

تعریف: به هر تعداد عدد که پشت سر هم نوشته شده باشند، دنباله می‌گوییم. **ببین:** $3, 7, 15, 31, \dots$

جمله‌های دنباله را به ترتیب و از سمت چپ به راست شماره‌گذاری می‌کنیم و منظورمان از t_n ، جمله‌ی شماره‌ی n ام دنباله است.

این طوری:

$$\begin{array}{cccc} 3 & 7 & 15 & 31 & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & \end{array}$$

جمله عمومی دنباله: عبارتی است بر حسب n که برای t_n داده می‌شود. $(n \in \mathbb{N})$ **ببین:** $t_n = 2n^2 + 1$ فایده‌ی داشتن t_n این است که ما با گذاشتن اعداد $1, 2, 3, \dots$ در آن، می‌توانیم جملات اول، دوم، سوم و... را در دنباله پیدا کنیم.

تستی که از شما می‌پرسد: «کدام جمله‌ی دنباله، t_n است؟» و یا «جمله‌ی چندم دنباله، t_n است؟»، دنبال n است! در این مدل از تست‌ها که ما t_n را داریم، شرط داده‌شده‌ی تست را برای t_n اجرا کرده و n را پیدا می‌کنیم...

تست: در دنباله‌ای با جمله عمومی $t_n = \frac{n^2 + 7n}{2n - 1}$ ، کدام جمله‌ی دنباله، برابر ۸ است؟

$$t_1 (1) \quad t_8 (2) \quad t_9 (3) \quad t_{10} (4)$$

پاسخ:

$$t_n = 8 \xrightarrow{\text{جمله عمومی را مساوی ۸ بنویس}} \frac{n^2 + 7n}{2n - 1} = 8 \xrightarrow{\text{طرفین وسطین کن}} n^2 + 7n = 16n - 8$$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه کن}} n^2 - 9n + 8 = 0 \xrightarrow{\text{مرتب و ساده کن}} (n - 8)(n - 1) = 0 \Rightarrow n = 1, 8$$

دنباله‌ی خطی

۱ این‌ها دنباله‌هایی هستند که اختلاف هر دو جمله متوالی آن‌ها، یک عدد ثابت است. **ببین:** $5, 12, 19, 26, \dots \Rightarrow t_n = 7n - 2$

۲ جمله عمومی دنباله‌ی خطی، عبارتی درجه اول بر حسب n است. اینم حالت کلی جمله عمومی دنباله‌ی خطی: $t_n = an + b$ ، $(a$ و b دو عدد ثابتند) **این جوړی هم ببین:** اگر جمله عمومی دنباله‌ی خطی، $t_n = an + b$ باشد، اختلاف هر جمله‌ی دنباله با قبلی خودش، برابر ضریب n یا همان a است! **تعبیر هندسی:** در دنباله‌ی خطی اگر نقطه‌های $(1, t_1), (2, t_2), (3, t_3), \dots$ را روی دستگاه مختصات مشخص کنیم، همگی روی خط راستی قرار می‌گیرند که شیب آن خط، ضریب n است.

با داشتن دو جمله از دنباله‌ی خطی، می‌توانیم جمله عمومی و در نتیجه تمام جملات دنباله را پیدا کنیم، کافی است جمله عمومی دنباله‌ی خطی، را $t_n = an + b$ بگیریم و دستگاه حاصل را حل کنیم.

تست: در یک دنباله‌ی خطی، جمله سوم برابر ۲۹ و جمله نهم ۹۵ است. جمله دوم این دنباله کدام است؟

$$7 (1) \quad 18 (2) \quad 16 (3) \quad 15 (4)$$

پاسخ:

$$t_n = an + b \begin{cases} n=3 \rightarrow 3a + b = 29 \\ n=9 \rightarrow 9a + b = 95 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{از هم کم کن}} 9a - 3a = 95 - 29 \xrightarrow{\text{دستگاه را حل کن}} 6a = 66 \Rightarrow a = 11$$

$$\xrightarrow{\text{معادله حل کن}} 6a = 66 \Rightarrow a = 11$$

$$\xrightarrow{\text{جمله عمومی}} t_n = 11n - 4 \xrightarrow{\text{جمله دوم}} t_2 = 11(2) - 4 = 22 - 4 = 18$$

$$\xrightarrow{\text{جای گذاری کن}} 3a + b = 29 \rightarrow 33 + b = 29 \Rightarrow b = -4$$

کتاب درسی به دنباله‌ی خطی، الگوی خطی هم می‌گوید...

الگوی هندسی دنباله

دنباله‌هایی که آن‌ها را به شکل عددهای پشت سر هم می‌نویسیم، معمولاً یک الگوی هندسی هم دارند که در واقع شکل‌هایی هست که برای هر کدام از جمله‌های اولیه‌ی دنباله کشیده می‌شود؛ تعداد نقطه‌ها، خط‌ها یا شکل‌هایی که با نظم خاصی پیش می‌روند! گاهی توجه به خود عددها و گاهی هم دقت در ترتیب شکل‌های داده‌شده، الگویی به ما می‌دهد تا بتوانیم عدد بعدی را حدس بزنیم...

تست: در الگوی مقابل، تعداد نقطه‌های شکل نهم کدام است؟

- ۲۵۶ (۱)
- ۵۱۲ (۲)
- ۱۰۲۴ (۳)
- ۱۲۸ (۴)

پاسخ:

طبق شکل‌ها، تعداد نقطه‌ها از هر مرحله به مرحله بعدی، دو برابر می‌شود. این هم به زبان عددی، اگر نقطه‌ها را بشمارید:

$$۲, ۴, ۸ \xrightarrow{\text{جمله‌ی عمومی را بگو همگی توان‌های ۲ هستند}} t_n = 2^n \xrightarrow{\text{جمله‌ی نهم } n=9} 2^9 = ۵۱۲$$

جمله‌ی عمومی دنباله‌های معروف...

در اینجا دنباله‌هایی که جمله‌ی عمومی مشخص می‌دهند را در سه دسته‌ی کلی بررسی می‌کنیم و بعد هم به دنباله‌هایی می‌پردازیم که جمله‌ی عمومی آن‌ها برای شما قابل به دست آوردن نیست و تنها می‌توانید با الگوی داده‌شده، عدد بعدی را بگویید...
دسته‌ی اول: این‌ها را حفظ باشید:

نام دنباله	جمله‌ی عمومی دنباله	الگوی هندسی
۱ مضارب یک عدد خاص	فرم کلی اعداد مضرب k را به صورت kn ، نشان می‌دهیم؛ مثل $۳n$	
۲ مربعی	این‌ها اعداد مربع کامل هستند، همان‌هایی که جذر کامل دارند، فرم کلی آن‌ها هم n^2 است.	
۳ مثلثی	فرم کلی این‌ها $\frac{n(n+1)}{۲}$ است.	

دسته‌ی دوم: بعضی از جملات دنباله، به شکل متناوب و منظمی منفی هستند؛ چیزی که برای ما منفی تولید می‌کند، $(-۱)^n$ است. خوب اگر جمله‌های دنباله به صورت یک در میان، منفی و مثبت هستند، عبارت منفی ساز $(-۱)^n$ یا $(-۱)^{n+1}$ است، بسته به این که جمله‌ی اول منفی باشد یا مثبت!
ببین:

الف) $۱, ۳, -۶, ۱۰, \dots$ $\xrightarrow{\text{یک در میان + و - هستند اعداد مثلثی هستند}} t_n = (-1)^n \frac{n(n+1)}{۲}$

ب) $۱, -۴, ۹, -۱۶, \dots$ $\xrightarrow{\text{یک در میان + و - هستند اعداد مربعی هستند}} t_n = (-1)^{n+1} n^2$

دسته‌ی سوم: اعداد موجود در دنباله، همگی توان‌هایی از یک عدد ثابت و مشخص هستند. باید توجه کنید که اعداد دنباله ممکن است کسری باشند، که در این صورت، می‌فهمید که عدد ثابت شما به توان عددی منفی رسیده است!
ببین:

$۰, ۱, ۰, ۰, ۱, ۰, ۰, ۰, ۱, \dots$ $\xrightarrow{\text{صورت دیگر نمایش}} \frac{1}{۱۰}, \frac{1}{۱۰۰}, \frac{1}{۱۰۰۰}, \dots \xrightarrow{\text{جمله‌ی عمومی دنباله}} t_n = \left(\frac{1}{۱۰}\right)^n$

ساختن دنباله با استفاده از دنباله‌های معروف

حالا که دنباله‌های معروف دارای جمله‌ی عمومی را شناختید، بدانید که طراح می‌تواند با آن‌ها، چنین کارهایی هم بکند:

۱) تمام جمله‌های دنباله‌ی معروف را با عددی ثابت جمع یا منها کند: **ببین:**

$۱, ۴, ۹, ۱۶, \dots$ $\xrightarrow{+۲} ۳, ۶, ۱۱, ۱۸, \dots \xrightarrow{\text{جمله‌ی عمومی}} t_n = n^2 + ۲$

۲) تمام جمله‌های دنباله‌ی معروف را در عددی ثابت ضرب یا تقسیم کند: **ببین:**

$۱, ۳, ۶, ۱۰, \dots$ $\xrightarrow{\times ۲} ۲, ۶, ۱۲, ۲۰, \dots \xrightarrow{\text{جمله‌ی عمومی}} t_n = n(n+۱)$

۳) جمله‌های دو دنباله‌ی معروف را نظیر به نظیر با هم جمع یا از هم کم کند: **ببین:**

$\left. \begin{array}{l} \text{مربعی: } ۱, ۴, ۹, ۱۶, \dots \\ \text{مثلثی: } ۱, ۳, ۶, ۱۰, \dots \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{نظیر به نظیر جمع کن}} ۲, ۷, ۱۵, ۲۶, \dots \xrightarrow{\text{جمله‌ی عمومی}} t_n = n^2 + \frac{n(n+1)}{۲}$

ممکن است ترکیبی از کارهای ۱، ۲ و ۳ با هم اتفاق بیفتد! یعنی مثلاً طراح ابتدا جمله‌های دنباله‌ی معروفی را در عددی ضرب و بعد با جمله‌های دنباله‌ی دیگری جمع کند.

دنباله‌ی درجه‌ی دو

تعریف: جمله‌ی عمومی دنباله‌ی درجه‌ی دو، درست مثل چندجمله‌ای درجه‌ی دو، به صورت $t_n = an^2 + bn + c$ است. باید دقت کنید که در فرضی که گفتیم، a, b, c سه عدد ثابت باشند و a هم صفر نباشد! **ببین:**

$t_n = n^2 + ۳ \xrightarrow{\text{جملات دنباله}} ۴, ۷, ۱۲, ۱۹, \dots$

اگر بگویند دنباله‌ای درجه‌ی دوم است، با داشتن ۳ تا از جملات آن می‌توانیم جمله‌ی عمومی‌اش را پیدا کنیم. **این طوری:**
فرض کنید جملات اول، دوم و سوم دنباله داده شده است، در فرم کلی که گفتیم، $t_n = an^2 + bn + c$ ، به ترتیب اعداد ۱، ۲ و ۳ را قرار داده و نظیر به نظیر مساوی جملات داده شده‌ی دنباله می‌گذاریم تا با حل دستگاه حاصل بتوانیم a ، b و c را بیابیم...

تست: در دنباله‌ی درجه‌ی دوم $5, 8, 13, \dots$ جمله‌ی هشتم کدام است؟

پاسخ: ۸۲ (۱) ، ۶۸ (۲) ، ۴۶ (۳) ، ۷۴ (۴)

فرم کلی را بنویس: $t_n = an^2 + bn + c$ دنباله درجه‌ی دوم است

فرض

$$\begin{cases} n=1 \rightarrow a + b + c = 5 \\ n=2 \rightarrow 4a + 2b + c = 8 \\ n=3 \rightarrow 9a + 3b + c = 13 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3a + b = 3 \\ 5a + b = 5 \end{cases}$$

کم کن $\rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$ جای‌گذاری کن $\rightarrow 3 + b = 3 \Rightarrow b = 0$

جمله‌ی عمومی را بنویس $a=1, b=0, c=4 \rightarrow t_n = n^2 + 4$ $\xrightarrow{n=8}$ جمله‌ی هشتم $t_8 = 8^2 + 4 = 64 + 4 = 68$

کم کن $\rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1$ $\xrightarrow{a+b+c=5}$ جای‌گذاری کن $\rightarrow 1 + 0 + c = 5 \Rightarrow c = 4$

شناسایی دنباله‌ی درجه‌ی دو

فرض کنید جملات یک دنباله را دارید و می‌خواهید بفهمید که آیا این دنباله، درجه‌ی دوم هست یا نه؟ یک ویژگی از دنباله‌های درجه‌ی دو، در این مورد به شما کمک می‌کند: اگر دنباله‌ای درجه‌ی دوم باشد و شما اختلاف جملات متوالی دنباله را بنویسید، خود اختلاف‌ها دنباله‌ای خطی تشکیل می‌دهند.

ببین: $t_n = 2n^2 + 1$ دنباله‌ی درجه‌ی دو $\xrightarrow{\text{جملات دنباله را بنویس}}$ $3, 9, 19, 33, 51, \dots$ اختلاف‌ها $6, 10, 14, 18, \dots$ $\xrightarrow{\text{دنباله حسابی}}$ $d = 4$

در دنباله‌ی درجه‌ی دو، اگر قدر نسبت اختلاف‌ها، d باشد، آن وقت ضریب n^2 در جمله‌ی عمومی دنباله، $\frac{d}{2}$ خواهد بود.

تست: در دنباله‌ی درجه‌ی دوم $4, 14, 30, 52, 80, \dots$ جمله‌ی دهم کدام است؟

پاسخ: ۳۲۰ (۱) ، ۲۰۰ (۲) ، ۲۵۲ (۳) ، ۳۱۰ (۴)

دنباله‌ی داده شده درجه‌ی دو است $\xrightarrow{d=6}$ ضریب $n^2 = \frac{d}{2} = 3$

جمله عمومی $t_n = 3n^2 + bn + c$

$$\begin{cases} n=1 \rightarrow 3 + b + c = 4 \Rightarrow b + c = 1 \\ n=2 \rightarrow 12 + 2b + c = 14 \Rightarrow 2b + c = 2 \end{cases} \rightarrow b = 1$$

کم کن $\rightarrow b = 1$

جای‌گذاری کن $\rightarrow c = 0$ $\xrightarrow{n=10}$ جمله‌ی دهم $t_{10} = 3(10)^2 + 10 = 310$

تشخیص جمله‌ی بعدی در یک دنباله‌ی داده شده...

حالا فرض کنید می‌خواهید اعداد دنباله‌ای را کامل کنید، اصلاً هدف شما پیدا کردن جمله‌ی عمومی نیست! فقط می‌خواهید تا هر کجا که خواستید اعداد بعدی دنباله را پیدا کنید:

دسته‌ی اول: دنباله‌ی اعداد اول: دقت کنید شاید خواسته‌اند اعداد اول را لیست کنید! **ببین:** $2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots$
دسته‌ی دوم: دنباله‌ی فیبوناچی: دو جمله‌ی اول این دنباله ۱ هستند و بعد از آن روال کار این طوری است که برای پیدا کردن هر جمله‌ای باید دو جمله‌ی را که دقیقاً قبل از این جمله مجهول قرار می‌گیرند، با هم جمع کنید. مثلاً جمله‌ی سوم می‌شود مجموع جمله‌های اول و دوم و...
ببین:

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$

این جوری هم ببین: در دنباله‌ی فیبوناچی به جز جمله‌ی اول و دوم که ۱ هستند، برای بقیه می‌توان گفت: $t_n = t_{n-1} + t_{n-2}$

تست: در دنباله‌ی $2, 2, 4, 6, 10, \dots$ جمله‌ی بعدی کدام است؟

پاسخ: ۱۴ (۱) ، ۱۶ (۲) ، ۱۸ (۳) ، ۱۲ (۴)

دنباله‌ی فیبوناچی $1, 1, 2, 3, 5, 8 \xrightarrow{\times 2} 2, 2, 4, 6, 10, 16$

دسته‌ی سوم: یک عدد خاص و ثابت در دنباله، به شکل متناوبی تکرار می‌شود، این عدد را کنار بگذارید و نظم بقیه را جست‌وجو کنید!

تست: عدد بعدی در دنباله‌ی $1, 1, \sqrt{2}, 1, \sqrt{3}, 1, \dots$ کدام است؟

پاسخ: ۲ (۱) ، ۱ (۲) ، $\sqrt{5}$ (۳) ، ۳ (۴)

عدد در جایگاه زوج تکرار می‌شود $\rightarrow \sqrt{1}, 1, \sqrt{2}, 1, \sqrt{3}, 1, \dots$

بقیه‌ی عددها، همان \sqrt{n} هستند! پس عدد بعدی $\sqrt{4}$ است، یعنی ۲.

ایستگاه ۲: دنباله‌ی حسابی و ویژگی‌های آن

تمام آن چیزهایی که باید درباره‌ی دنباله‌ی حسابی بدانید، در این بخش می‌بینید. دنباله‌ی حسابی، قسمت کنکوری و مهمی در ریاضی شماست. از دنباله‌ی حسابی خوب و کافی تست بزنید...

دنباله‌ی حسابی با مفاهیم ابتدایی

انواع دنباله‌های حسابی		قدرنسبت (با نماد d)	تعریف
دنباله حسابی صعودی: $d > 0$	دنباله حسابی نزولی: $d < 0$		
<p>جمله‌های این دنباله، در حال زیاد شدن هستند: ببین:</p> <p>$5, 7, 9, 11, \dots$</p>	<p>جمله‌های این دنباله، مُدام کم و کمتر می‌شوند! ببین:</p> <p>$5, 3, 1, -1, \dots$</p>	<p>۱ همان عدد ثابتی است که به جمله اضافه می‌شود تا جمله‌ی بعد، ساخته شود.</p> <p>۲ اختلاف هر جمله‌ی دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی قبلی خودش، قدرنسبت دنباله است.</p> <p>ببین: $d = t_2 - t_1$</p>	<p>در این دنباله جمله‌های دوم به بعد، با اضافه شدن عددی ثابت به جمله‌ی قبلی، به دست می‌آیند.</p> <p>ببین:</p> <p>$-2, 2, 6, 10, \dots$</p>

تست: در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی هفتم $3\sqrt{2} + 3$ و جمله‌ی ششم $2\sqrt{2} + 2$ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

پاسخ: $d = (3\sqrt{2} + 3) - (2\sqrt{2} + 2) = \sqrt{2} + 1$ شمی - هفتمی $\Rightarrow d =$ **جای‌گذاری کن** \rightarrow اختلاف دو جمله‌ی متوالی دنباله = قدرنسبت d

دنباله‌ی حسابی را گاهی دنباله‌ی عددی هم می‌گویند و باز هم t_n ، یعنی جمله‌ی n ام دنباله‌ی حسابی...!

پای سه جمله‌ی متوالی از دنباله‌ی حسابی، در میان است...

تست‌هایی که در آن‌ها صحبت از سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی شده است، در یکی از دو حالت زیر، قرار می‌گیرند که با تکنیک ارائه شده، حلشان می‌کنید:

<p>۱ آن سه جمله‌ی متوالی از دنباله، داده شده‌اند:</p> <p>جمله‌ی وسط را برابر میانگین دوتای دیگر قرار دهید...</p> <p>این جوری هم ببین: اگر a, b, c سه جمله‌ی متوالی دنباله‌ی حسابی بودند، آن وقت:</p> $b = \frac{a+c}{2}$	<p>۲ خود سه جمله‌ی متوالی داده نشده، اما ویژگی‌هایی از این جملات داده شده است:</p> <p>جمله‌های موردنظر را به ترتیب $a-d, a, a+d$ فرض کنید و بعدش هم ویژگی داده شده در مورد این سه جمله را برای آن‌ها اجرا کنید...</p>
--	--

در حالتی که $b = \frac{a+c}{2}$ است، b را واسطه‌ی حسابی بین دو عدد a و c می‌گویند...

تست: عددهای $5p-1, 3p+4$ و $2p+3$ جملات متوالی از یک دنباله‌ی حسابی هستند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

پاسخ: $d = 22 - 15 = 7$

حل: $5p-1, 3p+4, 2p+3$ (میانگین اولی و سومی) = وسطی $\rightarrow 3p+4 = \frac{(2p+3) + (5p-1)}{2}$ ساده کن $\rightarrow 3p+4 = \frac{7p+2}{2}$

سه جمله‌ی دنباله‌ی حسابی که داده شده‌اند!

اختلاف جملات متوالی قدرنسبت را پیدا کن $\rightarrow d = 22 - 15 = 7$ $\rightarrow 15, 22, 29$ **جای‌گذاری کن در $5p-1$ و $...$** $\rightarrow p = 6$ **معادله رو حل کن** $\rightarrow 6p+8 = 7p+2$ **طرفین وسطین کن**

تست: مجموع سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی، ۱۲ و حاصل ضرب آن‌ها ۴۸ است. قدرنسبت این دنباله‌ی نزولی کدام است؟

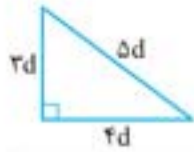
پاسخ: سه جمله‌ی متوالی این دنباله را $a-d, a, a+d$ می‌گیریم:

۱ $(a-d) + a + (a+d) = 12$ ساده کن $\rightarrow 3a = 12 \Rightarrow a = 4$ **جمع کن** **فرض**

۲ $(a-d)a(a+d) = 48$ اتحاد مزدوج $\rightarrow (a^2 - d^2)a = 48$ **طبق ۱** $\rightarrow (16 - d^2)4 = 48$ **ضرب کن** **فرض**

$16 - d^2 = 12$ **معادله حل کن** $\rightarrow d^2 = 4 \Rightarrow d = \pm 2$ **دنباله نزولی است** $\rightarrow d < 0 \rightarrow d = -2$ **+**

دنباله‌ی حسابی در مثلث قائم‌الزاویه



اگر سه ضلع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، دنباله‌ی حسابی بسازند، آن وقت اضلاع این مثلث را $5d, 4d, 3d$ بگیرید و ویژگی گفته‌شده در تست را برای این اضلاع اجرا کنید. d همان قدرنسبت دنباله است...

تست: اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای با مساحت ۲، دنباله‌ی حسابی می‌سازند. کوچک‌ترین ضلع مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

پاسخ:



مساحت را پیدا کن
نصف حاصل ضرب دو ضلع قائمه

$$S = \frac{3d \times 4d}{2} = 2 \quad \text{فرض} \quad \text{ساده کن} \rightarrow 6d^2 = 2 \Rightarrow d^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow d = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

کوچک‌ترین ضلع
 $3d$

$$3 \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی

کاربرد در حل تست...	فرمول جمله‌ی عمومی
وقتی می‌خواهید با داشتن جمله‌ی اول و قدرنسبت دنباله، جمله‌ی دیگر از دنباله را بنویسید. ببین: $t_1 = 4, d = \frac{1}{2} \xrightarrow[n=7]{\text{جمله‌ی هفتم}} t_7 = t_1 + 6d = 4 + 6(\frac{1}{2}) = 7$	$t_n = t_1 + (n-1)d$
گاهی یک جمله از دنباله یا رابطه‌ی بین چند جمله از دنباله داده شده است، در این حالت جملات موردنظر را برحسب t_1 و d باز می‌کنیم. ببین: $t_9 = t_1 + 8d$	

تست: جمله‌ی پنجم یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت $-\frac{1}{4}$ ، دو برابر جمله‌ی هفتم آن است. جمله‌ی سی و سوم این دنباله کدام است؟

پاسخ:

$$-6 \quad (1) \quad -7 \quad (2) \quad -5 \quad (3) \quad -8 \quad (4)$$

$$t_5 = 2t_7 \xrightarrow[\text{جمله‌ی عمومی}]{\text{فرمول}} t_1 + 4d = 2(t_1 + 6d) \xrightarrow{\text{ضرب کن}} t_1 + 4d = 2t_1 + 12d \xrightarrow{\text{ساده کن}} -t_1 = 8d$$

$$\xrightarrow[\text{طبق فرض}]{d = -\frac{1}{4}} -t_1 = -2 \Rightarrow t_1 = 2 \xrightarrow[n=33]{\text{جمله‌ی سی و سوم}} t_{33} = t_1 + 32d \xrightarrow[t_1=2]{d = -\frac{1}{4}} t_{33} = 2 + 32(-\frac{1}{4}) = -6$$

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی داده شده است...

حالا فرض کنید که تست، t_n را به شما داده باشد، مثلاً: $t_n = 3n - 1$ ، خب در این مورد، این‌ها را بدانید:

۱) جمله‌ی داده‌شده به عنوان t_n در دنباله‌ی حسابی، حتماً باید یک عبارت خطی برحسب n باشد. از این مورد برای تشخیص این که دنباله‌ای با ضابطه‌ی داده‌شده، دنباله‌ی حسابی هست یا نه، استفاده کنید.

۲) در عبارت t_n ، ضریب n ، همان قدرنسبت دنباله است.

این جوړی هم ببین: در حالت کلی: $t_n = an + b \xrightarrow{\text{دنباله‌ی حسابی}} d = a$ **ببین:**

۳) برای پیدا کردن t_1 ، کافی است در عبارت داده‌شده به عنوان t_n ، به جای n بگذارید ۱. حالا که t_1 و d را دارید، می‌توانید هر جمله‌ی دنباله را پیدا کنید...

تست: در یک دنباله‌ی حسابی، $t_n = \frac{5-n}{2}$ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۲

پاسخ:

$$t_n = \frac{5-n}{2} \xrightarrow{\text{کسر را تفکیک کن}} t_n = \frac{5}{2} - \frac{n}{2} \xrightarrow{\text{مرتب کن}} t_n = (-\frac{1}{2})n + \frac{5}{2}$$

ضریب $n = d \rightarrow d = -\frac{1}{2}$
جمله‌ی اول $n=1 \rightarrow t_1 = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 2$

تعداد اعداد موجود در یک دنباله‌ی حسابی

در اینجا تستی داریم که جمله‌ی اول و آخر از یک دنباله‌ی حسابی متناهی را داده و تعداد اعداد حاضر در این دنباله را می‌پرسد! خب شما بعد از پیدا کردن d دنباله، این کار را بکنید:

$$+1 = \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{d} = \text{تعداد اعداد حاضر در دنباله‌ی حسابی}$$

تست: در دنباله‌ی حسابی ۳، ۸، ۱۳، ...، ۱۲۳ چند عدد وجود دارد؟

پاسخ: ۲۴ (۱) ۲۵ (۲) ۲۶ (۳) ۲۳ (۴)

$3, 8, 13, \dots, 123 \xrightarrow{d=5} \text{تعداد عددها} = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{d} + 1 \xrightarrow{\text{جای گذاری کن}} n = \frac{123 - 3}{5} + 1 = 25$

مضارب عدد k، دنباله‌ی حسابی نهفته!

مضرب‌های متوالی عدد معلوم k، حتماً تشکیل دنباله‌ای حسابی، با قدرنسبت k را می‌دهند، با هر مضربی شروع شوند و به هر مضربی ختم شوند هم مهم نیست. **ببین:** دنباله‌ی حسابی $15, 20, 25, 30 \xrightarrow{d=5}$ بعضی از مضارب ۵

تست: تعداد اعداد دو رقمی مضرب ۷، کدام است؟

پاسخ: ۱۱ (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴)

$7 \times 2 = 14 \rightarrow \text{اولین عدد دو رقمی مضرب 7}$
 $7 \times 14 = 98 \rightarrow \text{آخرین عدد دو رقمی مضرب 7}$

$14, 21, 28, \dots, 98 \xrightarrow{d=7} \text{تعداد عددهای حاضر} = \frac{\text{اولی} - \text{آخری}}{d} + 1 \rightarrow n = \frac{98 - 14}{7} + 1 \Rightarrow n = 13$

تفاضل دو جمله‌ی دنباله‌ی حسابی؛ فرمول دو جمله و شماره!

کاربرد در حل تست‌هایی که...	
<p>۱ دو جمله از دنباله‌ی حسابی را داده‌اند؛ در سمت چپ، حاصل جمله‌ها را از هم کم کنید و در سمت راست هم شماره‌ی آن دو جمله را با همان ترتیب از هم کم کرده و در d ضرب کنید. ببین:</p> <p> $t_1, t_3 = (1_3 - 1_1)d \xrightarrow{\text{معلوم } t_3 \text{ و } t_1} d \text{ معلوم می‌شود}$ </p>	$t_m - t_n = (m - n)d$
<p>۲ تفاضل دو جمله از دنباله‌ی حسابی داده شده است؛ هر وقت تفاضل دو جمله از دنباله حسابی را دیدید، یاد این فرمول بیفتید، باز هم تفاضل آن جمله‌ها را مساوی تفاضل شماره‌هایشان ضرب در d بگذارید و d را بیابید...</p>	

تست: در یک دنباله‌ی حسابی، $t_2 = 60$ و جمله‌ی دهم برابر ۲۰ است. جمله‌ی پنجاهم این دنباله کدام است؟

پاسخ: ۲۰۰ (۱) ۱۴۰ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۸۰ (۴)

$t_2 = 60, t_{10} = 20 \xrightarrow{\text{فرمول دو جمله و شماره}} t_2 - t_{10} = (2 - 10)d \xrightarrow{\text{جای گذاری کن}} 60 - 20 = 10d$
 $40 = 10d \Rightarrow d = 4 \xrightarrow{\text{معادله حل کن}} t_{50} = t_1 + 49d \Rightarrow 60 = t_1 + (19 \times 4) \Rightarrow t_1 = -16 \xrightarrow{\text{جمله پنجاهم}} t_{50} = -16 + 49 \times 4 = 180$

تست: در یک دنباله‌ی حسابی $t_{17} - t_9 = 1$ است. اگر جمله‌ی سی‌ام دنباله $\frac{21}{8}$ باشد، جمله‌ی اول آن کدام است؟

پاسخ: صفر (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $-\frac{1}{8}$ (۴)

$t_{17} - t_9 = 1 \xrightarrow{\text{تفاضل دو جمله را داریم}} t_{17} - t_9 = (17 - 9)d \xrightarrow{\text{فرض}} 1 = 8d \xrightarrow{+8} d = \frac{1}{8}$
 $t_{30} = t_1 + 29d \Rightarrow \frac{21}{8} = t_1 + 29(\frac{1}{8}) \xrightarrow{\text{معادله حل کن}} t_1 = -\frac{29}{8} + \frac{21}{8} \Rightarrow t_1 = -\frac{8}{8} = -1$

سلیقه‌ی طراح تست در کنکور: خوب است این را بدانید که گاهی چهار جمله یا بیشتر از یک دنباله‌ی حسابی را به شما می‌دهند که بعضی از آن‌ها پارامتری هستند؛ کافی است در این حالت، دوتا از جمله‌های دنباله، معلوم باشند، انگار حالتی می‌شود که دو جمله از دنباله داده شده است. راستی جمله‌ها را به ترتیب، جمله‌ی اول، دوم و... نام‌گذاری کنید...

تست: اگر ۱۵۲، $3a - 1$ ، 62 و $4b + 1$ تشکیل دنباله‌ای حسابی بدهند، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

پاسخ: ۴ (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴)

$t_1 = 152, t_3 = 62 \xrightarrow{\text{فرمول دو جمله و شماره}} t_3 - t_1 = (3 - 1)d \xrightarrow{\text{جای گذاری کن}} 62 - 152 = 2d \Rightarrow -90 = 2d \Rightarrow d = -45$

اعداد دنباله $152, 107, 62, 17$

$\begin{cases} 3a - 1 = 107 \\ 4b + 1 = 17 \end{cases} \xrightarrow{\text{مقایسه با صورت تست}} \begin{cases} 3a = 108 \Rightarrow a = \frac{108}{3} = 36 \\ 4b = 16 \Rightarrow b = 4 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{36}{4} = 9$

قانون اندیس‌ها

این قانون را در تست‌هایی استفاده کنید که مجموع چند جمله از دنباله‌ی حسابی را در صورت تست، داشتید. اصلاً جمع جمله‌های دنباله‌ی حسابی را که دیدید، یاد قانون اندیس‌ها بیفتید...

<p>اگر $m+n=r+s$ باشد، در این صورت: $t_m + t_n = t_r + t_s$.</p> <p>این جوری هم ببین: شما می‌توانید به جای مجموع دو جمله از دنباله‌ی حسابی مثل $t_m + t_n$، مجموع دو جمله‌ی دیگر دنباله را قرار دهید، به شرط این که جمع اندیس‌های سمت چپ با مجموع شماره‌های سمت راست یکی باشد. ببین:</p> $t_5 + t_4 = t_3 + t_6 = t_1 + t_8$	حالت کلی قانون اندیس‌ها
<p>فرض کنید مجموع k جمله از دنباله‌ی حسابی را دارید، اگر جمع اندیس‌های موجود km شود، در این صورت به جای کل مجموع قبلی، می‌توانید بگذارید kt_m. ببین:</p> $t_3 + t_7 + t_2 \xrightarrow[3 \text{ جمله داریم}]{3+7+2=12=3 \times 4} t_3 + t_7 + t_2 = 3t_4$	حالت خاص قانون؛ وقتی جمع اندیس‌ها، مضربی از تعداد جمله‌هاست...

تست: در یک دنباله‌ی حسابی، $t_{15} - t_5 = 2100$ و $t_1 = 35$ است. قدرنسبت دنباله کدام است؟

پاسخ: (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

$t_{15} - t_5 = 2100 \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج را باز کن}} (t_{15} - t_5) \times (t_{15} + t_5) = 2100$

مجموع دو جمله، یاد قانون اندیس‌ها می‌افتیم. تفاضل دو جمله، یاد قانون دو جمله و شماره می‌افتیم.

$\xrightarrow{\text{قانون دو جمله و شماره}} (15-5)d \times (t_{15} + t_5) = 2100 \xrightarrow{\text{قانون اندیس‌ها برای } 2} \frac{15+5=20=2 \times 10}{10d} \rightarrow 10d \times 2t_{10} = 2100$

$\xrightarrow[t_1=35]{\text{طبق فرض}} 10d \times 2 \times 35 = 2100 \Rightarrow 700d = 2100 \Rightarrow d = 3$

تست: در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع جملات هفتم تا نهم برابر ۱۲ است. در این دنباله حاصل $t_5 + t_6 + \dots + t_{11}$ کدام است؟

پاسخ: وقتی مجموع‌ها را می‌بینیم، یعنی قانون اندیس‌ها: (۱) ۲۲ (۲) ۲۸ (۳) ۲۴ (۴) ۲۰

۱ $t_7 + t_8 + t_9 \xrightarrow[3 \text{ جمله داریم}]{7+8+9=24=3 \times 8} t_7 + t_8 + t_9 = 3t_8 \xrightarrow[\text{طبق فرض}]{\text{برابر ۱۲ شده}} 3t_8 = 12 \Rightarrow t_8 = 4$

۲ $t_5 + t_6 + \dots + t_{11} \xrightarrow[7 \text{ جمله داریم، بشمار!}]{5+6+\dots+11=56=7 \times 8} t_5 + t_6 + \dots + t_{11} = 7t_8 \xrightarrow[\text{طبق ۱}]{t_8=4} 7t_8 = 7 \times 4 = 28$

درج کردن چند واسطه‌ی حسابی

تعریف: اگر بخواهیم بین دو عدد معلوم a و b ، تعداد m واسطه‌ی حسابی درج کنیم، منظور این است که m تا عدد مناسب، طوری پیدا کرده و بین a و b قرار دهیم که دنباله‌ی حاصل از آن‌ها، دنباله‌ی حسابی گردد:

$$a, \underbrace{x_1, x_2, \dots, x_m}_{m \text{ تا}}, b$$

دنباله‌ی حسابی

موقع درج m واسطه‌ی حسابی بین a و b بدانید:

۱ a ، جمله‌ی اول دنباله بوده و تعداد جملات دنباله هم $m+1$ تا است.

۲ فرمول درج m واسطه‌ی حسابی بین عددهای a و b : $d = \frac{b-a}{m+1}$ ($a < b$)

تست: بین اعداد -12 و 52 ، سه واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. مجموع این سه واسطه کدام است؟

پاسخ: (۱) ۶۰ (۲) ۶۳ (۳) ۵۷ (۴) ۷۲

$-12, \underbrace{\quad, \quad, \quad}_{\text{درج سه واسطه‌ی حسابی}}, 52 \xrightarrow[m=3]{a=-12, b=52} d = \frac{b-a}{m+1} \xrightarrow{\text{جای گذاری کن}} d = \frac{52 - (-12)}{3+1} = \frac{64}{4} = 16$

$\xrightarrow{\text{جمع واسطه‌ها}} -12, \boxed{4}, \boxed{20}, \boxed{36}, 52 \xrightarrow{\text{جمله‌های دنباله را بنویس}} 4 + 20 + 36 = 60$

جالب است اگر جمله‌ی اول را 52 بگیریم، راه حل باز هم به همین صورت خواهد بود؛ امتحان کنید!

ایستگاه ۳: دنباله‌ی هندسی و ویژگی‌های آن

بسته‌ی کاملی مباحث مرتبط با دنباله‌ی هندسی، در این بخش آمده است. طراح کنکور از دنباله‌های حسابی یا هندسی، حتماً تستی به شما خواهد داد! به دنباله‌ی حسابی و هندسی و تست‌های ترکیبی آن‌ها اهمیت زیادی بدهید...

دنباله‌ی هندسی با مفاهیم ابتدایی

انواع دنباله‌های هندسی		قدرنسبت (با نماد r)	تعریف
دنباله‌ی هندسی نزولی	دنباله‌ی هندسی صعودی	<p>۱) همان عدد ثابتی است که در هر جمله ضرب می‌شود تا جمله‌ی بعدی ساخته شود.</p> <p>۲) حاصل تقسیم هر جمله‌ی دنباله‌ی هندسی بر جمله‌ی قبلی خودش، قدرنسبت دنباله است.</p> <p>بیین: $r = \frac{t_2}{t_1}$ ($r \neq 0$)</p>	<p>دنباله‌ای است که در آن، از جمله‌ی دوم به بعد هر جمله با ضرب شدن عددی ثابت در جمله‌ی قبلی به دست بیاید. بیین:</p> <p>$4, -8, 16, -32, \dots$</p> <p>$t_1 \neq 0$</p>

اگر r عددی منفی باشد، دنباله‌ی هندسی شما، نه صعودی است و نه نزولی، بلکه یک جمله در میان، زیاد و کم می‌شود. بیین:

الف) $4, -12, 36, -108, \dots$

ب) $32, -16, 8, -4, \dots$

در دنباله‌ی حسابی اگر $d = 0$ باشد، دنباله‌ی ثابت خواهیم داشت؛ یعنی تمام جمله‌ها مساوی‌اند. همچنین اگر در دنباله‌ی هندسی $r = 1$ باشد، باز هم دنباله‌ی حاصل ثابت است.

بیین: $4, 4, 4, 4, \dots$

اینجوری هم بیین: دنباله‌ی ثابت، هم حسابی است و هم هندسی!

پای سه جمله‌ی متوالی از دنباله‌ی هندسی، در میان است!

در اینجا تکنیکی ارائه می‌کنیم که به درد حل تست‌هایی می‌خورد که در آن‌ها، صحبت از سه جمله‌ی متوالی دنباله‌ی هندسی شده است:

۱	آن سه جمله‌ی متوالی از دنباله، داده شده‌اند:	مجذور جمله‌ی وسطی را برابر ضرب دوتای دیگر قرار دهید... این جوری هم بیین: اگر a, b, c سه جمله‌ی متوالی دنباله‌ی هندسی باشند، آن وقت: $b^2 = ac$
۲	خود سه جمله‌ی متوالی داده نشده و در عوض ویژگی‌هایی از این جملات داده شده است:	جمله‌های موردنظر تست را به ترتیب، $a, \frac{a}{r}, ar$ فرض کنید و بعدش هم ویژگی‌های داده شده در مورد این سه جمله را برای آن‌ها، اجرا کنید...

در حالتی که $b^2 = ac$ است، b را واسطه‌ی هندسی بین عددهای a و c هم می‌گویند...

تست: هرگاه $2a+1, 5a$ و $12a-4$ جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی باشند، در این صورت مقدار a کدام است؟

پاسخ: 2

$(5a)^2 = (2a+1)(12a-4)$ — ضرب دوتای دیگر = مجذور وسطی

سه جمله‌ی متوالی دنباله هندسی که داده شده‌اند!

$25a^2 = 24a^2 - 8a + 12a - 4$ — ضرب کن — $a^2 - 4a + 4 = 0$ — اتحاد است! — $(a-2)^2 = 0 \Rightarrow a = 2$

حاصل ضرب سه جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی ۲۷ و جمله‌ی سوم ۱۸ واحد از جمله‌ی دوم بزرگ‌تر است. قدرنسبت این دنباله‌ی هندسی کدام است؟

پاسخ: 3

$\frac{a}{r} \times a \times ar = a^3$ — ضرب کن — $\frac{a}{r}, a, ar$ — فرض کن — سه جمله‌ی متوالی نامعلوم از دنباله‌ی هندسی

$3r = 27 \Rightarrow r = 3$ — برابر ۲۷ بذار — $3r - 3 = 18$ — معادله حل کن — $3r = 21 \Rightarrow r = 7$ — جای گذاری کن در دنباله — $\frac{3}{r}, 3, 3r$ — ۱۸ = جمله‌ی دوم - جمله‌ی سوم — طبق فرض

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی

کاربرد در حل تست...		جمله‌ی عمومی
۱	وقتی می‌خواهید با داشتن جمله‌ی اول و قدرنسبت دنباله، جمله‌ی دیگری از دنباله را بنویسید. $t_1 = \frac{3}{5}, r = 5 \xrightarrow[n=4]{\text{جمله‌ی چهارم}=?} t_4 = t_1 r^3 = \frac{3}{5} (5)^3 = 75$ ببین:	$t_n = t_1 r^{n-1}$
۲	وقتی که تست یک جمله از دنباله یا رابطه‌ای بین چند جمله از دنباله را به شما داده است؛ در این صورت جملات داده‌شده را برحسب t_1 و r باز کرده و ساده کنید... ببین: $t_7 = t_1 r^6$	

تست: در دنباله‌ای هندسی، جمله‌ی پنجم نصف حاصل ضرب جملات دوم و چهارم است. اگر جمله‌ی اول دنباله مجذور قدرنسبت آن باشد، جمله‌ی هفتم دنباله کدام است؟

پاسخ: ۱۶

۲۰ (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۲۴ (۴)

پاسخ:

$$t_5 = \frac{t_2 t_4}{r} \xrightarrow{\text{همه را باز کن!}} t_1 r^4 = \frac{(t_1 r)(t_1 r^3)}{r} \xrightarrow{\text{ساده کن}} t_1 r^4 = \frac{t_1^2 r^4}{r} \xrightarrow{t_1 r^2=0} 1 = \frac{t_1}{r}$$

$$\Rightarrow t_1 = r \xrightarrow[\text{مجدور قدرنسبت = جمله‌ی اول}]{t_1 = r^2} r^2 = r \Rightarrow r = \pm\sqrt{2} \xrightarrow[n=7]{\text{نوشتن جمله‌ی هفتم}} t_7 = t_1 r^6$$

جای گذاری کن $\rightarrow t_7 = 2 \times (\pm\sqrt{2})^6 = 2 \times (\sqrt{2})^6 = 2 \times ((\sqrt{2})^2)^3 = 2 \times 2^3 = 2^4 = 16$
توان زوج است

جمله‌ی عمومی دنباله‌ی هندسی داده شده است...

وقتی t_n یک دنباله‌ی هندسی به شما داده شده است، یا قرار است تشخیص دهید که جمله‌ی عمومی داده‌شده، مربوط به یک دنباله‌ی هندسی هست یا نه، به این موارد توجه کنید:

۱) عبارت داده‌شده به عنوان t_n دنباله‌ی هندسی، حتماً باید به صورت تابعی نمایی از n باشد؛ مثل: $t_n = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1}$

این جور هم **ببین:** جمله‌ی عمومی هر دنباله‌ی هندسی، به صورت ab^{mn+k} است. با این توضیح که در این رابطه، فقط n پارامتر است و مابقی حروف، اعداد ثابت و معلوماند.

۲) در دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی ab^{mn+k} ، قدرنسبت دنباله b^m است، یعنی پایه به توان ضریب n .

ببین: $t_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^{2n-1} \Rightarrow r = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

۳) برای پیدا کردن t_1 از جمله‌ی عمومی داده‌شده، به جای n بگذارید ۱...

تست: در دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی $t_n = 2\left(-\frac{2}{3}\right)^{1-2n}$ و قدرنسبت r ، مقدار $\frac{r}{t_1}$ کدام است؟

پاسخ: ۲

۲ (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $-\frac{4}{3}$ (۴)

پاسخ:

$$t_n = 2\left(-\frac{2}{3}\right)^{1-2n} \begin{cases} \xrightarrow[\text{پایه به توان ضریب } n]{r=?} r = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \xrightarrow{\text{پایه را معکوس و توان را مثبت کن}} r = \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{27}{8} \\ \xrightarrow[\text{n را بگذار 1}]{t_1=?} t_1 = 2\left(-\frac{2}{3}\right)^{1-2(1)} = 2\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \xrightarrow{\text{پایه را معکوس و توان را مثبت کن}} 2\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = 2 \times \frac{9}{4} = \frac{9}{2} \end{cases}$$

پس:

$$\frac{r}{t_1} = \frac{\frac{27}{8}}{\frac{9}{2}} \xrightarrow{\text{ساده کن}} \frac{27}{8} \times \frac{2}{9} = \frac{3}{4}$$

فرمول دو جمله و شماره!

کاربرد در حل تست‌هایی که...		
دو جمله از دنباله‌ی هندسی را داده‌اند؛ در سمت چپ، خود جمله‌ها را بر هم تقسیم می‌کنید و در سمت راست، اختلاف شماره‌های همان جمله‌ها را به ترتیب در موقعیت توان r می‌نویسید...		$\frac{t_m}{t_n} = r^{m-n}$
ببین: $\frac{t_{10}}{t_7} = r^{10-7} \Rightarrow \frac{t_{10}}{t_7} = r^3 \xrightarrow{\text{معلوم } t_7 \text{ و } t_{10}} r$ معلوم می‌شود		

تست: اگر جمله‌های دوم و هشتم یک دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت مثبت ۶ و $\frac{3}{22}$ باشد، جمله‌ی دهم دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{64}$ (۲) $\frac{1}{24}$ (۳) $\frac{3}{128}$ (۴) $\frac{1}{18}$

پاسخ:

۱ $t_8 = \frac{3}{22}, t_2 = 6$ فرمول دو جمله و شماره دو جمله معلوم است $\rightarrow \frac{t_8}{t_2} = r^{8-2} \rightarrow \frac{\frac{3}{22}}{6} = r^6 \rightarrow \frac{1}{64} = r^6 \rightarrow \frac{1}{2} = r^2 \rightarrow r = \pm \frac{1}{2}$ ریشه‌ی ۶ بگیر $r > 0 \rightarrow r = \frac{1}{2}$

۲ t_8, t_4, t_1 $\xrightarrow{t_8 = \frac{3}{22}}$ $t_4 = \frac{3}{22} \times \frac{1}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{3}{22} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{128}$

وقتی دو جمله‌ی دنباله‌ای معلوم باشد، یعنی می‌توانید از فرمول دو جمله و شماره استفاده کنید...

تست: بزرگ‌ترین جمله‌ی دنباله‌ی هندسی $\frac{1}{24}, c, d, \frac{1}{3}, a, b, \frac{1}{2}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

پاسخ:

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵) (۶) $a, b, \frac{1}{2}, c, d, \frac{1}{24}$ فرمول دو جمله و شماره دو جمله معلوم است $\rightarrow \frac{t_6}{t_3} = r^{6-3} \rightarrow \frac{\frac{1}{24}}{\frac{1}{3}} = r^3 \rightarrow \frac{1}{8} = r^3 \Rightarrow r = \frac{1}{2}$

دنباله را مشخص کن $\rightarrow a, b, \frac{1}{2}, c, d, \frac{1}{24}$ $\Rightarrow d = \frac{1}{12}, c = \frac{1}{6}, b = \frac{2}{3}, a = \frac{4}{3}$ بزرگ‌ترین جمله‌ی موجود $\rightarrow \frac{4}{3}$

قانون اندیس‌ها

وقتی ضرب چند جمله از دنباله‌ی هندسی را دیدید، یاد قانون اندیس‌ها بیفتید و از آن به شکل زیر استفاده کنید:

<p>اگر $m+n = r+s$ باشد، در این صورت $t_m t_n = t_r t_s$.</p> <p>این جوری هم ببین: شما می‌توانید به جای ضرب دو جمله از دنباله‌ی هندسی، ضرب دو جمله‌ی دیگر را قرار دهید! به شرط این که جمع اندیس‌های سمت چپ با مجموع اندیس‌های سمت راست یکی باشد.</p> <p>$t_5 t_4 = t_2 t_7 = t_1 t_8 = t_3 t_6$</p>	حالت کلی قانون اندیس‌ها
<p>فرض کنید حاصل ضرب k تا جمله از یک دنباله‌ی هندسی را دارید، اگر مجموع اندیس‌های موجود km شود، در این صورت به جای کل حاصل ضرب قبلی، بگذارید t_m^k.</p> <p>ببین: $t_2 t_2 t_2 \xrightarrow{3 \times 2 = 6}$ جمله داریم t_2^3 (ب) $t_2 t_2 t_2 \xrightarrow{2 \times 3 = 6}$ جمله داریم t_2^3 (الف)</p>	حالت خاص قانون وقتی که جمع اندیس‌ها، مضربی از تعداد جمله‌هاست

تست: در یک دنباله‌ی هندسی $t_2 t_4 t_5 t_6 t_7 = 32$ است. مقدار t_4 کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

پاسخ:

۱ $t_2 t_4 t_5 t_6 t_7 \xrightarrow{2+4+5+6+7=25=5 \times 5}$ جمله داریم $t_5^5 = 32 \xrightarrow{32=2^5}$ فرض $t_5^5 = 2^5 \Rightarrow t_5 = 2$

۲ $t_2 t_4 \xrightarrow{1+4=5=2 \times 5}$ جمله داریم $t_5^2 \xrightarrow{t_5=2}$ $t_2 t_4 = t_5^2 = 2^2 = 4$

درج کردن چند واسطه‌ی هندسی

تعریف: اگر بخواهیم بین دو عدد معلوم a و b ، تعداد m واسطه‌ی هندسی درج کنیم، هدفمان این است که m تا عدد مناسب را طوری پیدا کرده و بین a و b بچینیم که دنباله‌ی حاصل از این عددها، تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند:

$a, \underbrace{x_1, x_2, \dots, x_m}_{m \text{ تا } m}, b$
دنباله‌ی هندسی

موقع درج کردن m واسطه‌ی هندسی بین a و b بدانید:

۱ a ، جمله‌ی اول دنباله می‌شود و تعداد جملات دنباله هم $(m+2)$ تا است.

این جوری هم ببین: $t_{m+2} = b$ و $t_1 = a$
 ۲) فرمول درج m واسطه‌ی هندسی بین a و b : $r^{m+1} = \frac{b}{a}$ ($a < b$)

تست: بین دو عدد $\frac{3}{8}$ و $\frac{128}{81}$ ، چهار عدد قرار داده‌ایم به گونه‌ای که دنباله‌ی حاصل، هندسی شده است. قدرنسبت این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{16}{3}$

پاسخ: $r^5 = \frac{128}{81} \Rightarrow r^5 = \frac{128}{81} \times \frac{8}{3} \Rightarrow r^5 = \frac{2^7}{3^4} \times \frac{2^3}{3^1} = \frac{2^{10}}{3^5} = \left(\frac{2^2}{3}\right)^5 = \left(\frac{4}{3}\right)^5 \Rightarrow r = \frac{4}{3}$
 جای‌گذاری در فرمول $b = \frac{128}{81}, a = \frac{3}{8} \Rightarrow m = 4$ تعداد واسطه‌ها

اگر موقع درج واسطه‌ها، m عددی فرد باشد، چون $m+1$ زوج می‌شود، از حل معادله‌ی $r^{m+1} = \frac{b}{a}$ ، دو جواب قرینه برای r به دست می‌آید، این طوری: $r = \pm 2 \Rightarrow r^4 = 16$ واضح است در این حالت a و b باید هم‌علامت باشند وگرنه مسئله جواب ندارد!

تست: بین دو عدد 2 و 128 ، سه واسطه‌ی هندسی قرار داده‌ایم. یکی از این سه عدد کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) 4 (۲) 8 (۳) 16 (۴) 32

پاسخ: $r^4 = \frac{128}{2} \Rightarrow r^4 = 64 \Rightarrow r^2 = 8 \Rightarrow r = \pm\sqrt{8}$
 در فرمول بنذار $b = 128, a = 2 \Rightarrow m = 3$ تعداد واسطه‌ها
 دنباله را بنویس با فرض $r = \sqrt{8}$: $2, 2\sqrt{8}, 16, 16\sqrt{8}, 128$ طبق گزینه‌ها $\rightarrow 16$

ترکیب دنباله‌ی حسابی و هندسی در یک تست

اگر به شما بگویند جمله‌های t_m, t_n, t_k از یک دنباله‌ی حسابی، خودشان سه‌تایی، جمله‌های متوالی دنباله‌ی هندسی هستند، قدرنسبت این

دنباله‌ی هندسی می‌شود: $r = \frac{k-n}{n-m}$

این جوری هم ببین: فقط با اندیس‌ها کار کنید، یعنی اندیس‌ها را به ترتیب در نظر بگیرید: در صورت کسر سومی منهای دومی و در مخرج هم، دومی منهای اولی!

تست: جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله‌ی حسابی، می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از دنباله‌ی هندسی باشند. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{3}$

پاسخ: $r = \frac{7}{3}$ ساده‌کن $r = \frac{12-5}{5-2} = \frac{7}{3}$ بنذار تو فرمول $2, 5, 12$ اندیس‌ها را به ترتیب در نظر بگیر t_2, t_5, t_{12}

اگر حالتی غیر از این نکته داشتید که ترکیبی از دنباله‌های حسابی و هندسی بود، به ترتیب مراحل زیر را اجرا کنید:

- ۱) اول آن سه عددی را که می‌توانند تشکیل دنباله‌ی هندسی بدهند، با مفهوم واسطه‌ی خودشان بازنویسی کنید:
 ۲) حالا فرمول جمله‌ی عمومی دنباله‌ی دیگر را برای شماره‌های موجود باز کرده و ساده کنید...

تست: جمله‌ی دوم و دو برابر جمله‌ی پنجم و جمله‌ی هشتم از یک دنباله‌ی هندسی، می‌توانند سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی باشند. بزرگ‌ترین این سه عدد، چند برابر کوچک‌ترین آن‌ها است؟

- (۱) $2 + \sqrt{3}$ (۲) $5 + 2\sqrt{3}$ (۳) $5 + 4\sqrt{3}$ (۴) $7 + 4\sqrt{3}$

پاسخ: $4t_5 = t_2 + t_8 \Rightarrow 4t_1 r^4 = t_1 r + t_1 r^7 \Rightarrow 4r^4 = 1 + r^6$ ساده‌کن $2(2t_5) = t_2 + t_8$ دنباله‌ی حسابی اند $t_2, 2t_5, t_8$ بازکن $4t_1 r^4 = t_1 r + t_1 r^7$ فرض کن $r^2 = A$ مرتب کن $A^2 - 4A + 1 = 0$ $4t_1 r^4 = t_1 r(1 + r^6)$ فاکتوراز $t_1 r$ در راست $A = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}$ به ۲ ساده کن $A = 2 \pm \sqrt{3} \Rightarrow r^2 = 2 \pm \sqrt{3}$
 بزرگ‌ترین جمله $\frac{t_8}{t_2} = \frac{t_1 r^7}{t_1 r} = r^6 = (r^2)^3 = (2 + \sqrt{3})^3 = 4 + 3 + 4\sqrt{3} = 7 + 4\sqrt{3}$
 کوچک‌ترین جمله $\frac{t_2}{t_8} = \frac{t_1 r}{t_1 r^7} = r^{-6} = (r^2)^{-3} = (2 - \sqrt{3})^3 = 4 - 3 - 4\sqrt{3} = 1 - 4\sqrt{3}$
 اگر $r^2 = 2 - \sqrt{3}$ باشد، آن وقت $\frac{t_2}{t_8} = \frac{1}{1 - 4\sqrt{3}}$ خواهد شد و نتیجه‌ی نهایی، دقیقاً مثل حالت بالاست...

فصل در یک نگاه

دنباله

مفهوم: تعدادی عدد که دنبال هم نوشته شده‌اند.

مفهوم: تفاضل جمله‌های متوالی این دنباله، عددی ثابت است: $5, 9, 13, 17, \dots$

جمله‌ی عمومی: $t_n = an + b$ حالت خاص $a=0$ دنباله ثابت است: $3, 3, 3, \dots$

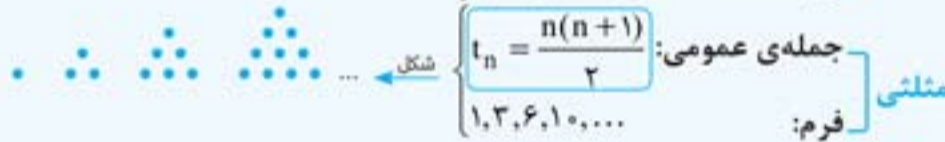
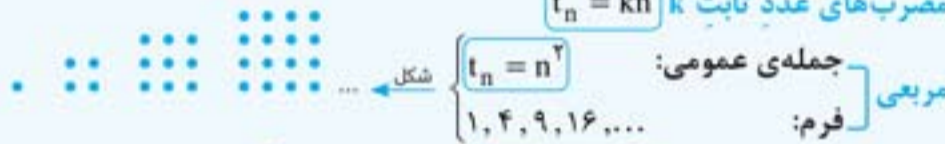
جمله‌ی عمومی: $t_n = an^2 + bn + c$

به‌دست آوردن ضابطه: با داشتن سه جمله از دنباله و شماره‌ی آن‌ها، درست مثل تابع، در جمله‌ی عمومی دنباله، شماره‌ها را جای‌گذاری کرده و مساوی مقدار جمله بگذارید. در آخر هم دستگاه حل کنید.

شناسایی: دنباله‌ای درجه‌ی دو است که اختلاف جمله‌های متوالی آن، به صورت یک دنباله‌ی حسابی پیش بروند.



مضرب‌های عدد ثابت k : $t_n = kn$



یک در میان + و - دارد

با منفی شروع می‌شود $\leftarrow (-1)^n$ در فرم کلی جمله‌ها ضرب کن.

با مثبت شروع می‌شود $\leftarrow (-1)^{n+1}$ در فرم کلی جمله‌ها ضرب کن.

فیبوناچی

دو جمله‌ی اول: همیشه ۱ و ۱ هستند.

جمله‌ی عمومی: از جمله‌ی سوم به بعد: $t_n = t_{n-1} + t_{n-2}$

جمله‌ها: $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

شناسایی

اختلاف هر جمله‌ی دنباله از قبلی خودش، عددی ثابت است به نام قدر نسبت که با d نشان داده می‌شود. $d = t_n - t_{n-1}$

علامت d

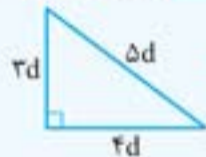
$d > 0$: دنباله صعودی است.

$d < 0$: دنباله نزولی است.

وقتی سه عدد، دنباله‌ی حسابی‌اند

آن سه عدد داده شده‌اند واسطه‌ی حسابی اگر a و b و c دنباله‌ی حسابی باشند: $b = \frac{a+c}{2}$

ویژگی‌هایی از آن سه عدد داده شده است \leftarrow آن‌ها را $a+d, a, a-d$ بگیرد \leftarrow اعمال ویژگی‌ها



در مثلث: سه ضلع مثلث قائم‌الزاویه، دنباله‌ی حسابی‌اند \leftarrow اندازه‌ی ضلع‌ها $3d, 4d, 5d$ است. شکل

فرمول: $t_n = t_1 + (n-1)d$

جمله‌ی عمومی

فرم: بر حسب n ، درجه‌ی اول است.

داده شده است. d : همان ضریب n است. $t_n = 3n - 5$

t_1 : به جای n ، بذار ۱.

دنباله‌ی حسابی

تعداد اعداد موجود در دنباله‌ی حسابی: $n = \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{d} + 1$

فرمول: $t_m - t_n = (m-n)d$ کاربرد d را پیدا کن.

فرمول دو جمله و شماره

وقتی دو جمله از دنباله را به همراه شماره‌ی آن‌ها را داری

شناسایی در تست: وقتی تفاضل دو جمله از دنباله‌ی حسابی رو دارید، یاد این فرمول بیفتید!

حالت کلی: $m+n = r+s \Rightarrow t_m + t_n = t_r + t_s$

قانون اندیس‌ها

حالت خاص: مجموع اندیس‌ها مضربی از تعداد جمله‌هاست

$m+n = 2r \Rightarrow t_m + t_n = 2t_r$

$m+n+r = 3s \Rightarrow t_m + t_n + t_r = 3t_s$

شناسایی در تست: وقتی مجموع چند جمله از دنباله‌ی حسابی را دارید، یاد این فرمول بیفتید!

درج واسطه: اگر بخواهی بین a و b دقیقاً m تا واسطه حسابی بذاری، آن وقت: $d = \frac{b-a}{m+1}$ ($a < b$)

← شناسایی: حاصل تقسیم هر جمله (به جز t_1) بر جمله قبلی خودش، عددی ثابت است به نام قدر نسبت که با r نشان داده می‌شود.

آن سه عدد داده شده‌اند ← واسطه هندسی $b^2 = ac$ → دنباله هندسی a, b, c
 به زبان ریاضی: $b^2 = ac$ → دنباله هندسی a, b, c
 به فارسی: مجذور وسطی مساوی ضرب دو تای دیگر

وقتی سه عدد، دنباله هندسی‌اند

ویژگی‌هایی از آن سه عدد داده شده است ← آن‌ها را $ar, a, \frac{a}{r}$ در نظر بگیر و ویژگی‌ها را برای آن‌ها اعمال کن.

فرمول: $t_n = t_1 r^{n-1}$ ($t_1, r \neq 0$)

فرم: بر حسب n به صورت یک تابع با فرم نمایشی است: $t_n = a(b)^{mn+k}$

$r = b^m$

t_1 : به جای n ، بذار!

دنباله هندسی

جمله عمومی

داده شده است

فرمول: $\frac{t_m}{t_n} = r^{m-n}$

فرمول دو جمله و شماره

وقتی نسبت دو جمله را دارید، یاد این فرمول بیفتید.

کاربرد در تست

وقتی دو جمله از دنباله را به همراه شماری آن‌ها داری

پیدا کردن r با داشتن دو جمله از دنباله

حالت کلی: $m + n = r + s \Rightarrow t_m t_n = t_r t_s$

قانون اندیس‌ها

حالت خاص: وقتی مجموع اندیس‌ها ضربی از تعداد جمله‌هاست

$m + n = 2k \Rightarrow t_m t_n = t_k^2$

$m + n + k = 3s \Rightarrow t_m t_n t_k = t_s^3$

شناسایی در تست: وقتی حاصل ضرب چند جمله از دنباله را دارید، یاد این فرمول بیفتید!

درج واسطه: اگر بخواهی بین a و b ، دقیقاً m تا واسطه هندسی بذاری: $r^{m+1} = \frac{b}{a}$ ($a < b$)

توجه ← اگر m فرد باشد، باید a و b هم‌علامت باشند و در این حالت برای r دو جواب قرینه داریم.

برای دوران مرور و جمع‌بندی، فقط تست‌های با شماره‌ی مشکی...

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

ایستگاه ۱: الگو و مفهوم دنباله

۷۶. در دنباله با جمله‌ی عمومی $t_n = \begin{cases} n^2 - n & n \leq 10 \\ 2n + 1 & n > 10 \end{cases}$ حاصل $t_9 + t_{11}$ کدام است؟

- ۹۷ (۱) ۹۶ (۲) ۹۵ (۳) ۹۴ (۴)

۷۷. در یک الگوی خطی جمله‌ی اول ۵ و جمله‌ی هشتم -۱۶ است. جمله‌ی دهم این الگو کدام است؟

- ۱۹ (۱) -۲۰ (۲) -۲۱ (۳) -۲۲ (۴)

۷۸. جمله‌ی چندم دنباله‌ی خطی $t_n = mn(n-1) + 2(n^2 - 1)$ برابر ۴۶ است؟ ($m \in \mathbb{R}$)

- ۲۳ (۱) ۲۴ (۲) ۲۵ (۳) ۲۶ (۴)

۷۹. شکل هفتم الگوی زیر، از چند نقطه تشکیل شده است؟

- ۲۳ (۱) ۳۰ (۲) ۴۷ (۴)

(کتاب درسی)



شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

۸۰. در الگوی زیر، تعداد گلوله‌های توپ در شکل هفدهم کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۴)

(کتاب درسی)



شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳)

۸۱. با تعدادی چوب‌کبریت، الگوی زیر را ساخته‌ایم. تعداد چوب‌کبریت‌های شکل هفتم کدام است؟

- ۲۸ (۱) ۲۹ (۲) ۳۰ (۳) ۳۱ (۴)

(کتاب درسی)



شکل (۱) شکل (۲) شکل (۳) شکل (۴)

۸۲. در یک سالن سینما صندلی‌های تماشاچیان از الگوی زیر پیروی می‌کنند. مجموع صندلی‌های ردیف پنجم و هشتم کدام است؟

- ۲۵ (۱) ۲۶ (۲) ۲۷ (۳) ۲۸ (۴)

ردیف اول: □ □

ردیف دوم: □ □ □ □ □

ردیف سوم: □ □ □ □ □ □ □ □ □

۸۳. اگر جمله‌ی عمومی یک دنباله به صورت $t_n = an^2 + bn$ و جمله‌های دوم و پنجم آن به ترتیب ۲ و -۲۵ باشند، جمله‌ی هفتم این دنباله کدام است؟

- ۶۳ (۱) -۱۳۳ (۲) ۶۳ (۳) ۱۳۳ (۴)

۸۴. در دنباله‌ی ۱، ۳، ۶، ۱۰، ... مجموع جملات هفتم و نهم کدام است؟

- ۹۱ (۱) ۷۳ (۲) ۵۷ (۳) ۴۳ (۴)

۸۵. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی $-\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, -\frac{3}{10}, \frac{4}{17}, \dots$ کدام می‌تواند باشد؟

- $t_n = \frac{-n}{n^2 + 1}$ (۱) $t_n = \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$ (۲) $t_n = \frac{(-1)^{n+1}n}{n^2 + 1}$ (۴) $t_n = \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1}$ (۳)

۸۶. چندمین جمله از دنباله با جمله‌ی عمومی $t_n = \frac{2n^2 - 9n - 10}{n + 7}$ برابر صفر است؟

- جمله‌ی اول (۱) جمله‌ی نهم (۲) جمله‌ی دهم (۳) هیچ کدام از جملات دنباله برابر صفر نیستند. (۴)

۸۷. اگر $a_n = \frac{n}{n^2 + 5}$ و $b_n = \frac{1}{n+1}$ جمله‌های عمومی دو دنباله باشند، چندمین جمله‌ی این دو دنباله با هم برابر است؟

- سوم (۱) چهارم (۲) پنجم (۳) ششم (۴)

۸۸. در دنباله‌ی ۱، ۲، ۳، ۵، ۸، ۱۳، ... جمله‌ی بعدی کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۲۱ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴)

آموزش ۴۵٪

تثبیت 7.70+

(خارج ۹۵)

۸۹. در یک دنباله‌ی اعداد $t_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $t_n = 2t_{n-1} - 2$. حاصل $t_8 - t_7$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴

۹۰. در دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی t_n داریم: $t_1 = 2$ و $t_n - t_{n-1}^2 = 0$. جمله‌ی پنجم این دنباله کدام است؟

- (۱) 2^{29} (۲) 2^{80} (۳) 2^{81} (۴) 2^{82}

۹۱. اولین جمله‌ی مثبت دنباله با جمله‌ی عمومی $t_n = \frac{n-100}{2n+1} + \frac{1}{2}$ کدام است؟

- (۱) هشتاد و پنجم (۲) هشتاد و ششم (۳) هشتاد و هفتم (۴) هشتاد و هشتم

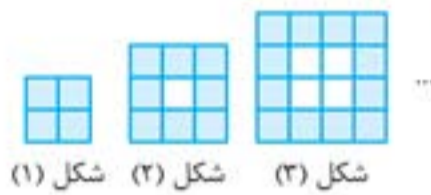
۹۲. در یک الگوی خطی جمله‌های چهارم و نهم به ترتیب برابر ۸ و -۲ است. این الگو چند جمله‌ی مثبت دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۹۳. در یک الگوی خطی با جملات متمایز و جمله‌ی عمومی t_n ، حاصل $\frac{2t_{10} + t_{18}}{4}$ با کدام جمله از الگو برابر است؟

- (۱) t_{11} (۲) t_{12} (۳) t_{13} (۴) t_{14}

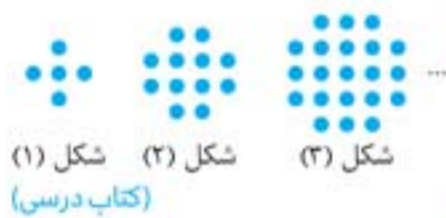
۹۴. الگوی روبه‌رو را در نظر بگیرید. در کدام شکل، تعداد مربع‌های رنگی برابر ۱۴۴ خواهد بود؟



- (۱) شکل سی‌ام
(۲) شکل سی و دوم
(۳) شکل سی و چهارم
(۴) شکل سی و ششم

(کتاب درسی)

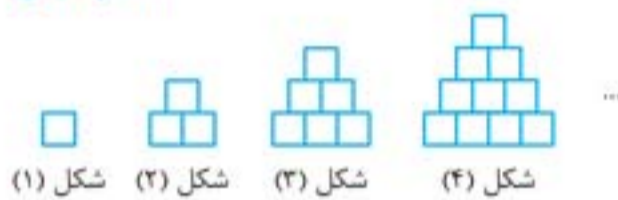
۹۵. تعداد نقاط شکل دهم الگوی روبه‌رو کدام است؟



- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۳۰ (۳) ۱۴۰ (۴) ۱۵۰

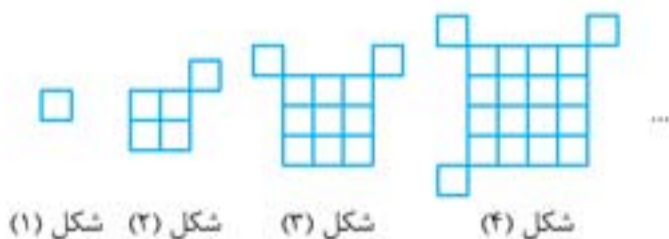
(کتاب درسی)

۹۶. تعداد مربع‌های شکل هشتم الگوی روبه‌رو کدام است؟



- (۱) ۳۴ (۲) ۳۶ (۳) ۳۸ (۴) ۴۰

۹۷. با توجه به الگوی شکل مقابل، در شکل دوازدهم چند مربع کوچک وجود دارد؟



- (۱) ۱۴۸ (۲) ۱۵۳ (۳) ۱۵۵ (۴) ۱۵۴

۹۸. دنباله با جمله‌ی عمومی $t_n = 80n - 5n^2$ ، چند جمله‌ی مثبت دارد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۹۹. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی $\frac{1}{3}, 0, \frac{1}{6}, 0, \dots$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $t_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2n}$ (۲) $t_n = \frac{n-1}{2n}$ (۳) $t_n = \frac{1}{2n}$ (۴) $t_n = \frac{1+(-1)^{n+1}}{4n}$

۱۰۰. در دنباله‌ی $1, 1, 2, 2, 4, 8, \dots$ جمله‌ی دهم دنباله کدام است؟

- (۱) 2^{21} (۲) 2^{20} (۳) 2^{19} (۴) 2^{18}

۱۰۱. در دنباله‌ی $2, 7, 15, 26, \dots$ جمله‌ی بعدی کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۴۲ (۳) ۴۰ (۴) ۳۶

۱۰۲. مجموع نود و نه جمله‌ی اول از دنباله با جمله‌ی عمومی $t_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$ کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۷ (۴) ۶

۱۰۳. دنباله با جمله‌ی عمومی $t_n = \begin{cases} n^2 + n - 20 & n < 5 \\ \cos(\frac{\Delta\pi}{n}) & n \geq 5 \end{cases}$ چند جمله‌ی منفی دارد؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

(کتاب درسی)

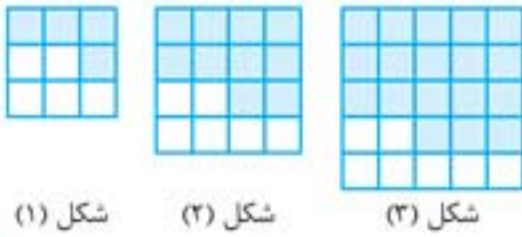
۱۰۴. با توجه به الگوی زیر، در شکلی که تعداد کاشی‌های سفید آن برابر ۱۰۰ است، چند کاشی تیره وجود دارد؟



- (۱) ۱۰۱ (۲) ۱۰۲ (۳) ۱۰۳ (۴) ۱۰۴

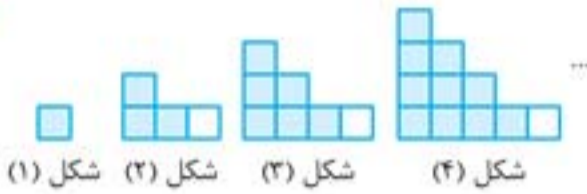
تسلط 7.85+

۱۰۵. طبق الگویی که در شکل‌های زیر مشاهده می‌کنید، اختلاف تعداد مربع‌های رنگی شکل‌های سی و نهم و چهلم چندتا است؟



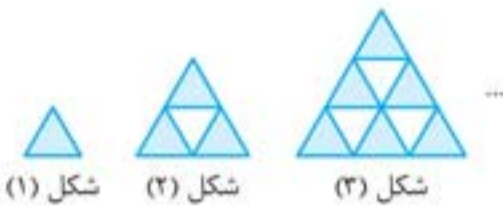
- ۸۰ (۱)
- ۸۱ (۲)
- ۸۲ (۳)
- ۸۳ (۴)

۱۰۶. تعداد مربع‌های رنگ‌شده در شکل هشتم، طبق الگوی روبه‌رو کدام است؟



- ۳۳ (۱)
- ۳۴ (۲)
- ۳۵ (۳)
- ۳۶ (۴)

۱۰۷. در الگوی زیر، در کدام شکل نسبت تعداد مثلث‌های رنگی به تعداد مثلث‌های سفید برابر ۱/۱ است؟



- (۱) شکل یازدهم
- (۲) شکل بیست و یکم
- (۳) شکل بیست و دوم
- (۴) شکل دوازدهم

(کانون فرهنگی آموزش)

۱۰۸. در الگوی شکل زیر، تعداد دایره‌های توپر شکل دوازدهم چندتا از تعداد دایره‌های توخالی آن کمتر است؟



- ۱۲ (۱)
- ۳۶ (۲)
- ۶۶ (۳)
- ۷۸ (۴)

۱۰۹. دنباله‌ی $1, 3, 2, \frac{5}{3}, \frac{9}{4}, \dots$ را در نظر بگیرید. جمله‌ی هشتم این دنباله کدام است؟

- $\frac{75}{16}$ (۱)
- $\frac{73}{16}$ (۲)
- $\frac{75}{32}$ (۳)
- $\frac{73}{32}$ (۴)

۱۱۰. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی $\dots, -\frac{1}{3}, 1, -3, 9, -27, \dots$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $t_n = (-1)^{n+6} \times 3^{4-n}$
- (۲) $t_n = (-1)^{n+5} \times 3^{4-n}$
- (۳) $t_n = (-1)^{n+6} \times 3^{n-4}$
- (۴) $t_n = (-1)^{n+5} \times 3^{n-4}$

۱۱۱. در یک الگوی خطی با جمله‌ی عمومی t_n ، می‌دانیم $\frac{t_{12}}{t_4} = \frac{7}{5}$ و جمله‌ی سیزدهم، پانزده واحد بیشتر از نصف جمله‌ی دوم است. جمله‌ی بیستم این الگو کدام است؟

- ۲۷ (۱)
- ۲۸ (۲)
- ۲۹ (۳)
- ۲۶ (۴)

۱۱۲. در دنباله‌ای درجه‌ی دوم، جملات به‌صورت $\dots, -3, 0, 5, \dots$ هستند. جمله‌ی دهم این دنباله کدام است؟

- ۹۲ (۱)
- ۹۶ (۲)
- ۹۸ (۳)
- ۱۰۴ (۴)

(کنکور ۹۵)

۱۱۳. در دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی $t_n = 1 \cdot t_{n-1}$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $t_n = 2t_{n-1} + 1$. جمله‌ی هشتم این دنباله کدام است؟

- ۱۲۷ (۱)
- ۱۵۹ (۲)
- ۲۴۷ (۳)
- ۲۵۵ (۴)

ایستگاه ۲: دنباله‌ی حسابی و ویژگی‌های آن



(کتاب درسی)

۱۱۴. در دنباله‌ای حسابی، جملات سوم و هفتم به‌ترتیب ۲۰ و ۵۶ است. در این دنباله جمله‌ی بیستم کدام است؟

- ۱۷۰ (۱)
- ۱۷۱ (۲)
- ۱۷۲ (۳)
- ۱۷۳ (۴)

۱۱۵. اعداد $2x-1, 3x+7$ و $5x+1$ سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی هستند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- $-\frac{11}{2}$ (۱)
- $-\frac{13}{2}$ (۲)
- $-\frac{15}{2}$ (۳)
- $-\frac{5}{2}$ (۴)

(کتاب درسی)

۱۱۶. در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع سه جمله‌ی اول برابر ۳ و مجموع سه جمله‌ی بعدی آن ۳۹ است. جمله‌ی دهم این دنباله کدام است؟

- ۳۱ (۱)
- ۳۲ (۲)
- ۳۳ (۳)
- ۳۴ (۴)

۱۱۷. در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی t_n ، $t_1 + t_8 = k$ است. حاصل عبارت $t_7 + t_7 + \dots + t_7$ در این دنباله کدام است؟

- $3k$ (۱)
- $2k$ (۲)
- $\frac{7}{2}k$ (۳)
- $\frac{5}{2}k$ (۴)

۱۱۸. در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع جمله‌ی ششم و دو برابر جمله‌ی نهم برابر ۹۰ است. جمله‌ی هشتم این دنباله کدام است؟

- ۱۵ (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴)

۱۱۹. در دنباله‌ی حسابی ۵, ۹, ۱۳, ..., ۴۰۵ چند عدد وجود دارد؟

- ۱۰۰ (۱) ۱۰۱ (۲) ۱۰۲ (۳) ۹۹ (۴)

۱۲۰. بین اعداد -۱۰ و ۸۰ ، پنج واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. مجموع این پنج واسطه کدام است؟

- ۱۷۵ (۱) ۱۷۶ (۲) ۱۷۷ (۳) ۱۷۸ (۴)

۱۲۱. جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی $۱۵, -۹, -۳, \dots$ کدام است؟

- $t_n = -6n + 21$ (۱) $t_n = 6n - 21$ (۲) $t_n = -6n - 9$ (۳) $t_n = 6n + 21$ (۴)

۱۲۲. کدام یک از گزینه‌های زیر، جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی است؟

- $t_n = 2 + \frac{1}{n}$ (۱) $t_n = -7 - 4n$ (۲) $t_n = 2n^2 - n + 1$ (۳) $t_n = 2n^2 + 2$ (۴)

۱۲۳. اگر هزینه ثابت ماهانه‌ی یک سیم‌کارت ۳۰۰۰ تومان و هزینه‌ی هر ۲ دقیقه مکالمه ۴۰ تومان باشد، هزینه‌ی ۵ ساعت مکالمه در یک ماه چقدر است؟

- ۷۴۲۰ (۱) ۹۴۲۰ (۲) ۸۹۸۰ (۳) ۹۰۰۰ (۴) (کتاب‌درسی)

۱۲۴. بین دو عدد ۱۹ و ۸۹، چهار عدد قرار می‌دهیم تا یک دنباله‌ی حسابی ایجاد شود. بزرگ‌ترین عددی که بین ۱۹ و ۸۹ قرار داده‌ایم، کدام است؟

- ۶۵ (۱) ۷۰ (۲) ۷۵ (۳) ۸۰ (۴)

۱۲۵. اگر $t_n = (m+6)n^2 + \frac{mn}{3} + 4$ جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی باشد، جمله‌ی دهم این دنباله کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۱۶ (۲) ۲۴ (۳) -۱۶ (۴)

۱۲۶. اگر جمله‌های دوم و پنجم یک دنباله‌ی حسابی به ترتیب ۴۰ و ۲۵ باشند، در این صورت این دنباله چند جمله‌ی مثبت دارد؟

- ۷ (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

۱۲۷. اگر سه عدد $a, b+2$ و $c+4$ سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی باشند و مجموع این سه عدد هم، ۱۸۰ باشد، مقدار b کدام است؟

- ۵۷ (۱) ۵۸ (۲) ۵۹ (۳) ۶۰ (۴)

۱۲۸. در یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت با جمله‌ی عمومی t_n داریم: $t_1 + t_4 + t_7 + t_{10} = 160$. جمله‌ی ششم این دنباله کدام است؟

- ۳۸ (۱) ۳۹ (۲) ۴۰ (۳) ۴۱ (۴)

۱۲۹. تعداد اعداد سه‌رقمی مضرب ۱۱ کدام است؟

- ۶۱ (۱) ۸۱ (۲) ۱۰۱ (۳) ۱۲۱ (۴)

۱۳۰. در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول برابر با ۲ و مجموع شش جمله‌ی اول برابر با $\frac{1}{5}$ مجموع شش جمله‌ی بعدی است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- ۳ (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) -۳ (۴)

۱۳۱. اگر جملات دنباله‌ی حسابی $1-x, 2+x, 1+2x, \dots$ را در عدد حقیقی m ضرب کنیم، قدرنسبت دنباله‌ی جدید ۴۸ می‌شود. مقدار m چقدر است؟

(کانون فرهنگی آموزش)

- ۱۹ (۱) -۱۲ (۲) -۱۸ (۳) -۱۶ (۴)

۱۳۲. اگر در یک دنباله‌ی حسابی به جمله‌ی اول، ۴ واحد و به قدرنسبت آن، ۵ واحد اضافه کنیم، جمله‌ی هشتم دنباله نسبت به قبل چقدر افزایش می‌یابد؟

- ۳۷ (۱) ۳۸ (۲) ۳۹ (۳) ۴۰ (۴)

۱۳۳. بین دو عدد ۱ و ۶۴، تعداد m واسطه‌ی حسابی درج کرده‌ایم. اگر قدرنسبت این دنباله‌ی حسابی برابر $\frac{3}{5}$ باشد، مقدار m کدام است؟

- ۷ (۱) ۱۷ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)

۱۳۴. دنباله‌ی حسابی $۴, ۱۰, ۱۶, \dots$ چند جمله‌ی کوچک‌تر از ۱۲۰ دارد؟

- ۱۸ (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴)

۱۳۵. در یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت مثبت، مجموع سه جمله‌ی اول برابر ۳۹ و مجموع مربعات این سه جمله ۵۷۹ است. حاصل ضرب این سه جمله کدام است؟

- ۱۷۲۹ (۱) ۱۸۵۹ (۲) ۱۴۴۹ (۳) ۱۶۸۹ (۴)

۱۳۶. دنباله‌ی حسابی a_n با جملات $1, 4, 7, 10, \dots$ مفروض است. دنباله‌ی جدید O_n به صورت $O_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ تعریف می‌شود. اختلاف جمله‌های

(کانون فرهنگی آموزش)

شانزدهم و پانزدهم دنباله‌ی O_n چقدر است؟

- ۴۳ (۱) ۴۹ (۲) ۴۶ (۳) ۵۲ (۴)

۱۳۷. مجموع پنج جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی برابر ۱۸۰ است. جمله‌ی وسط این پنج جمله کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۲۸ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)

۱۳۸. اگر $2x, 3x+y, 6x-1, 5x+7y, \dots$ یک دنباله‌ی حسابی باشد، حاصل $|x-y|$ کدام است؟

- ۲ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) صفر (۴)

۱۳۹. در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی سوم و قدرنسبت دو عدد متوالی‌اند. جمله‌ی دوم این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) -۳ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) صفر

۱۴۰. در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی t_n ، رابطه‌ی $t_{19} - t_{13} = 128d$ برقرار است. مجموع جملات پانزدهم و هفدهم کدام است؟

- (۱) $\frac{22}{3}$ (۲) $\frac{64}{3}$ (۳) $\frac{128}{3}$ (۴) $\frac{256}{3}$

۱۴۱. جملات پنجم، نهم و سیزدهم دنباله‌ی حسابی $3, 7, 11, \dots$ تشکیل یک دنباله‌ی حسابی جدید می‌دهند. در دنباله‌ی جدید، جمله‌ی دهم کدام است؟

- (۱) ۱۴۳ (۲) ۱۵۳ (۳) ۱۶۳ (۴) ۱۷۳

۱۴۲. در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی t_n ، $t_1 + t_5 + t_9 = 18$ است. اگر $t_r + t_m = 12$ باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۴

۱۴۳. بین دو عدد ۱۲ و ۶۸، تعداد ۱۰ واسطه‌ی حسابی به ترتیب از کوچک به بزرگ قرار می‌دهیم. مجموع واسطه‌های دوم، چهارم، هفتم و نهم کدام است؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۶۰ (۴) ۳۰۰ (کانون فرهنگی آموزش)

۱۴۴. در دنباله‌ی حسابی $\dots, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, \dots$ جمله‌ی اول را با $\frac{13}{4}$ ، جمله‌ی دوم را با ۳ و جمله‌ی سوم را با $\frac{11}{4}$ جمع می‌کنیم. جمله‌ی پنجاه و یکم دنباله‌ی جدید چند است؟

- (۱) $27\frac{1}{4}$ (۲) $28\frac{1}{4}$ (۳) $29\frac{1}{4}$ (۴) $30\frac{1}{4}$

ایستگاه ۳: دنباله‌ی هندسی و ویژگی‌های آن

۱۴۵. کدام یک از دنباله‌های زیر، نشان‌دهنده‌ی یک دنباله‌ی هندسی نیست؟

- (۱) اندازه‌ی زاویه‌های یک چهارضلعی که $9^\circ, 27^\circ, 81^\circ$ و 243° هستند.
 (۲) قیمت یک آپارتمان در چهار سال متوالی، وقتی در هر سال، ۱۰ درصد سال قبل کاهش قیمت دارد.

(۳) $\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{3}, \frac{\sqrt{3}}{9}, \frac{1}{27}$

(۴) $\frac{1}{\sqrt{2}}, \sqrt[4]{2}, \sqrt[8]{2}, 2\sqrt[4]{2}$

۱۴۶. در یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت ۴ و جمله‌ی عمومی t_n ، حاصل $\frac{t_2 t_9}{t_7}$ کدام است؟

- (۱) ۵۱۲ (۲) ۱۰۲۴ (۳) ۲۵۶ (۴) ۱۲۸

۱۴۷. جملات سوم و ششم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ هستند. جمله‌ی دهم این دنباله کدام است؟

- (۱) 3×2^9 (۲) 3×2^7 (۳) 2×3^9 (۴) 2×3^7

۱۴۸. اگر جملات دوم و پنجم یک دنباله‌ی هندسی به ترتیب ۹ و ۲۴۳ باشند، جمله‌ی هشتم چند برابر جمله‌ی ششم است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۴۹. در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی $t_n = 3(-\frac{1}{4})^{2n-1}$ ، حاصل نسبت جمله‌ی دوم دنباله به مربع قدرنسبت آن کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۵ (۳) -۶ (۴) -۷

۱۵۰. در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی t_n داریم: $t_8 t_7 = k$. آن‌گاه حاصل $t_{12} t_7 - t_8 t_6$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۵۱. اگر حاصل ضرب پنج جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی برابر ۱۰۲۴ باشد، جمله‌ی سوم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۱۵۲. بین دو عدد ۳ و ۷۲۹، چهار واسطه‌ی هندسی درج کرده‌ایم. مجموع این چهار واسطه کدام است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۴۸۰

۱۵۳. در دنباله‌ی هندسی $x, x+3, x+5, \dots$ جمله‌ی دهم کدام است؟

- (۱) $\frac{-256}{729}$ (۲) $\frac{256}{729}$ (۳) $\frac{-512}{2187}$ (۴) $\frac{512}{2187}$

۱۵۴. کدام عدد حقیقی می‌تواند واسطه‌ی هندسی بین $1-\sqrt{2}$ و $1+\sqrt{2}$ باشد؟

- (۱) -۱ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۱ (۴) امکان پذیر نیست.

۱۵۵. جملات سوم، هفتم و دوازدهم یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت، به ترتیب جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی‌اند. قدرنسبت این دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{7}{4}$



آموزش ۴۵٪

۱۵۶. اگر دنباله‌های حسابی و $x, y, 18, \dots$ دنباله‌ای هندسی باشد، آن گاه حاصل $|x - y|$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۱۵۷. جملات متمایز t_1, t_2, t_3 سه جمله‌ی نخست یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت ۳ هستند. اگر با قراردادن چهار جمله بین t_1 و t_2 و همچنین $(k-1)$ جمله بین t_2 و t_3 حاصل، یک دنباله‌ی حسابی بسازند، مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۵

۱۵۸. علی دو چرخه‌ای را به قیمت ۵۰۰ هزار تومان خریده است. فرض کنید قیمت دو چرخه‌ی دست‌دوم در هر سال ۲۰ درصد نسبت به سال قبل کاهش یابد. اگر بعد از ۳ سال قصد فروش داشته باشد، آن را با چه قیمتی می‌تواند بفروشد؟

(کتاب درسی)

- (۱) ۱۸۰ هزار تومان (۲) ۲۴۰ هزار تومان (۳) ۲۵۶ هزار تومان (۴) ۳۲۰ هزار تومان

۱۵۹. جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی هندسی $t_n = \frac{3^{1+2n}}{4}$ است. قدرمطلق اختلاف قدرنسبت و جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{15}{4}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{7}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۶۰. در دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی t_n داریم: $\frac{t_2 t_4 t_8}{t_5^3} = 25$. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{1}{25}$ (۴) ۲۵

۱۶۱. در یک دنباله‌ی هندسی، تفاضل جمله‌ی نهم از جمله‌ی یازدهم برابر $\frac{1}{243}$ است. اگر قدرنسبت این دنباله $\frac{1}{3}$ باشد، جمله‌ی دوم کدام است؟

- (۱) $\frac{81}{8}$ (۲) $\frac{-81}{8}$ (۳) $\frac{8}{81}$ (۴) $\frac{-8}{81}$

۱۶۲. در دنباله‌ی هندسی $\dots, -1, \frac{1}{5}, -25, 5, \dots$ چندمین جمله‌ی دنباله برابر $\frac{1}{3125}$ است؟

- (۱) پنجم (۲) ششم (۳) هفتم (۴) هشتم

۱۶۳. در یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت مثبت، مجموع دو جمله‌ی نخست برابر $1 + \sqrt{3}$ و حاصل ضرب پنج جمله‌ی اول برابر ۲۴۳ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۳ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) ۹

۱۶۴. بین دو عدد ۴ و ۴۰۰، بیست‌ونه عدد چنان قرار داده‌ایم که یک دنباله‌ی هندسی تولید شده است. جمله‌ی شانزدهم این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۳۶

۱۶۵. در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی عمومی $t_n = 4n - 3$ ، جملات با شماره‌های فرد را کنار می‌گذاریم. دنباله‌ی حاصل چگونه است؟

- (۱) دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۶ (۲) دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت ۴
(۳) دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۸ (۴) دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت ۶

۱۶۶. بزرگ‌ترین جمله‌ی دنباله‌ی هندسی $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, c, d, \frac{1}{3}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{8}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۱۶۷. در یک دنباله‌ی هندسی، مجموع سه جمله‌ی متوالی ۱۹ و حاصل ضرب آن‌ها ۲۱۶ است. تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین این سه عدد کدام است؟ (کنکور ۹۰)

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۶۸. در یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی t_n ، جمله‌ی اول $\frac{1}{4}$ و قدرنسبت $\sqrt[4]{2}$ است. حاصل عبارت $\frac{4}{t_1 t_{19}} + \frac{4}{t_2 t_{18}} + \frac{4}{t_3 t_{17}} + \dots + \frac{4}{t_9 t_{11}} + \frac{4}{t_{10} t_{10}}$ کدام است؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۲۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۰

۱۶۹. در یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت، جملات سوم، هفتم و نهم می‌توانند به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی باشند. چندمین جمله‌ی این دنباله‌ی حسابی، صفر است؟

(کانون فرهنگی آموزش)

- (۱) نهم (۲) دهم (۳) یازدهم (۴) دوازدهم

۱۷۰. حاصل ضرب بیست جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی $2, 4, 8, \dots$ کدام است؟

- (۱) 2^{210} (۲) 2^{180} (۳) 2^{190} (۴) 2^{320}

۱۷۱. جمعیت یک روستا ۱۰۰۰ نفر است. اگر جمعیت این روستا هر سال به اندازه‌ی $\frac{1}{10}$ جمعیت سال قبل کاهش یابد، پس از ۳ سال چند نفر در این روستا زندگی خواهند کرد؟

(کتاب درسی)

- (۱) ۸۱۰ (۲) ۷۲۹ (۳) ۹۰۰ (۴) ۶۵۱

۱۷۲. در یک دنباله هندسی با جمله عمومی t_n داریم: $t_2 t_6 = \frac{4}{5}$ و $t_4 t_8 = \frac{8}{7}$. جمله بیستم این دنباله چند برابر جمله ششم آن است؟

- (۱) $\frac{5}{7}$ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) $\frac{10}{7}$ (۴) $\frac{7}{10}$

۱۷۳. در یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲-، مجموع پنج جمله اول چند برابر جمله اول است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۷۴. اعداد $2^{-n}, 2\sqrt{2}, 8, 4^b$ ، جملات متوالی یک دنباله هندسی اند. حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{11}{4}$

۱۷۵. چهار عدد مثبت، جملات متوالی یک دنباله هندسی اند. مجموع دو عدد کوچکتر برابر ۳ و مجموع دو عدد بزرگتر برابر ۷۵ است. بزرگترین عدد در بین این چهار عدد کدام است؟

- (۱) ۱۲۵ (۲) $\frac{125}{2}$ (۳) ۷۵ (۴) $\frac{75}{2}$

۱۷۶. دنباله حسابی $4, 10, \dots$ با قدرنسبت d مفروض است. اگر دنباله‌ای هندسی با جمله اول $\frac{8}{27}$ ، قدرنسبتی برابر با d داشته باشد، جمله مشترک این دو دنباله، چندمین جمله از دنباله حسابی است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۳ (۳) ۱۱ (۴) ۸

۱۷۷. جملات سوم، ششم و دهم یک دنباله حسابی غیر ثابت، به ترتیب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی اند. نسبت جمله یازدهم به جمله چهارم دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) $1/1$ (۳) $1/7$ (۴) $1/8$

۱۷۸. در یک دنباله حسابی جمله دوم برابر ۱۸ است. اگر به جمله سوم این دنباله ۷۵ واحد اضافه کنیم، در این صورت سه جمله نخست آن تشکیل یک دنباله هندسی صعودی می‌دهند. قدرنسبت این دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲



۱۷۹. با توجه به الگوی مقابل، تعداد پاره‌خطها در شکل دهم چندتا است؟



- (۱) ۴۵
(۲) ۵۵
(۳) ۴۴
(۴) ۵۶

۱۸۰. اعداد فرد را به صورت $\{1\}, \{3, 5\}, \{7, 9, 11\}, \{13, 15, 17, 19\}, \dots$ دسته‌بندی کرده‌ایم. تفاضل بزرگترین و کوچکترین عدد در دسته‌ی دهم کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

۱۸۱. در چهل جمله نخست دو دنباله حسابی مقابل، چند جمله یکسان وجود دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۱۸۲. بین دو عدد ۱ و ۶۴، پنج واسطه‌ی حسابی درج می‌کنیم و جمله وسط آن‌ها را A می‌نامیم؛ یک بار دیگر بین همین دو عدد پنج واسطه‌ی هندسی درج می‌کنیم و جمله وسط را B می‌نامیم. کدام گزینه‌ی زیر درست است؟

- (۱) $A + B = 40/5$ (۲) $A - B = 24$ (۳) $A = B$ (۴) $A = \sqrt{B}$

۱۸۳. جملات دوم، پنجم و یازدهم یک دنباله حسابی غیر ثابت به ترتیب سه جمله اول یک دنباله هندسی اند. جمله چهارم این دنباله هندسی، چندمین جمله از دنباله حسابی است؟

- (۱) بیستم (۲) بیست و سوم (۳) دوازدهم (۴) بیست و چهارم

۱۸۴. در یک دنباله هندسی غیر ثابت جملات سوم، چهارم و پنجم داده شده‌اند. اگر بین جملات چهارم و پنجم این دنباله، چهار جمله درج کنیم، هفت جمله متوالی یک دنباله حسابی به دست می‌آید. قدرنسبت دنباله هندسی چه عددی بوده است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۱۸۵. دایره‌ای با مساحت S_1 را در نظر بگیرید. مطابق شکل، داخل آن دو دایره رسم می‌کنیم و مجموع مساحت آن دو را S_2 می‌نامیم. با تکرار این عملیات، دنباله‌ی S_1, S_2, \dots ساخته می‌شود. کدام گزینه جمله عمومی این دنباله را نمایش می‌دهد؟

- (۱) $t_n = \frac{S_1}{2^n - 1}$ (۲) $t_n = \frac{S_1}{2^{n+1}}$ (۳) $t_n = \frac{S_1}{2^{n-1}}$ (۴) $t_n = \frac{S_1}{2^{n-2}}$



آزمون فصل

⌚ زمان پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

۱۸۶. در دنباله با جمله عمومی $t_n = \frac{n}{81} + (-\frac{1}{3})^n$ چند جمله منفی وجود دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۸۷. الگوی شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید. در این الگو تعداد نقطه‌های توپر، یک دنباله‌ی ... است و در

(کتاب درسی)

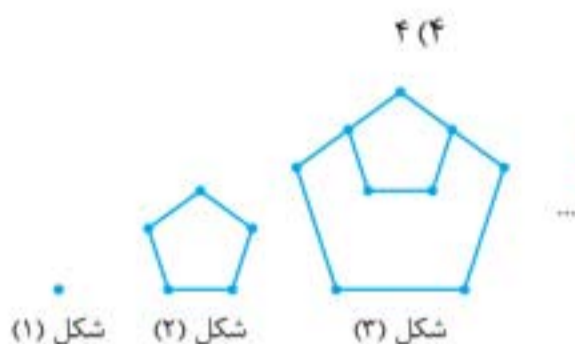
شکل ... تعداد نقاط توپر برابر ۳۹۷ می‌شود.

(۱) حسابی - صدم

(۲) حسابی - نودونهم

(۳) هندسی - دهم

(۴) هندسی - نهم



شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

۱۸۸. مجموع صد و چهل جمله اول دنباله با جمله عمومی $t_n = \frac{2}{\sqrt{n+4} + \sqrt{n+3}}$ کدام است؟

- ۲۰ (۱) ۲۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴)

۱۸۹. در یک الگوی خطی، تفاضل دو جمله متوالی برابر ۶ و مجموع جملات سوم و پنجم برابر ۵۰ است. جمله دهم این دنباله کدام است؟

- ۶۰ (۱) ۶۱ (۲) ۶۴ (۳) ۶۶ (۴)

۱۹۰. در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع پنج جمله بعدی آن ۳۰ است. جمله یازدهم این دنباله کدام است؟

- ۷/۵ (۱) ۸ (۲) ۸/۵ (۳) ۹ (۴)

۱۹۱. ۱۰۰ قرص نان را بین ۵ نفر تقسیم می‌کنیم به طوری که سهم‌های دریافت‌شده تشکیل یک دنباله‌ی حسابی می‌دهند. در این تقسیم‌بندی، یک سوم

(کتاب درسی)

مجموع سه سهم بزرگ‌تر، برابر مجموع دو سهم کوچک‌تر است. کمترین سهم تقسیم‌شده بین این ۵ نفر کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

۱۹۲. اگر در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌های اول و دهم به ترتیب ۲ و ۲۰ باشد، حاصل ضرب ده جمله اول این دنباله کدام است؟

- ۲۰^۵ (۱) ۴۰^۵ (۲) ۶۰^۵ (۳) ۸۰^۵ (۴)

۱۹۳. اعداد a ، 4 و b سه جمله متوالی یک دنباله‌ی حسابی هستند. اگر عدد b را چهار برابر کنیم، این سه عدد تشکیل یک دنباله‌ی هندسی می‌دهند.

مقدار a کدام است؟

- ۳ ± ۲√۲ (۱) ۴ ± ۲√۳ (۲) ۲ ± ۲√۲ (۳) ۲ ± ۲√۳ (۴)

۱۹۴. اعداد a ، 4 و b جملات متوالی از یک دنباله‌ی هندسی و اعداد a ، 4 و $b-1$ تشکیل یک دنباله‌ی حسابی می‌دهند. مقدار b کدام است؟

- ۸ یا ۱ (۱) ۷ یا ۲ (۲) ۹ یا ۱ (۳) ۹ یا ۲ (۴)

۱۹۵. جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله‌ی حسابی غیر ثابت، می‌توانند به ترتیب سه جمله متوالی از دنباله‌ی هندسی باشند. قدرنسبت دنباله‌ی

(کنکور ۹۲)

هندسی کدام است؟

- ۵/۳ (۱) ۷/۴ (۲) ۹/۴ (۳) ۷/۳ (۴)

تا صد درصد پرواز کن!

برو سراغ «ریاضی تجربی» فقط آزمون‌های استاندارد و سطح‌بندی شده بزن.

خودتو بیمه کن.

صد آزمون برای صد درصد

