



مسابقات های سه امتیازی



۱. هفده ساعت بعد از ۱۷:۰۰، ساعت چند است؟

- الف) ۸:۰۰ ب) ۱۰:۰۰ ج) ۱۱:۰۰ د) ۱۲:۰۰ ه) ۱۳:۰۰

۲. چند دختر روی دایره‌ای رو به مرکز آن ایستاده‌اند. مریم نسبت به مانا، هم نفر چهارم از سمت چپ است و هم نفر هفتم از سمت راست. چند دختر روی دایره ایستاده‌اند؟

- الف) ۹ ب) ۱۰ ج) ۱۱ د) ۱۲ ه) ۱۳

۳. از ۱۷ - چه عددی کم کنیم که حاصل، ۳۳ - بشود؟

- الف) ۵۰ - ب) ۱۶ - ج) ۱۶ د) ۴۰ ه) ۵۰

۴. در شکل، مثلث متساوی الساقینی را می‌بینید که آن را با کشیدن ارتقائعش به دو مثلث و هر مثلث را به نوارهای هم عرض تقسیم کرده‌ایم. چه کسری از شکل سفید است؟



$$\frac{2}{5} \text{ ه)$$

$$\frac{3}{4} \text{ د)$$

$$\frac{2}{3} \text{ ج)$$

$$\frac{1}{3} \text{ ب)$$

$$\frac{1}{2} \text{ الف)$$

۵. کدام تساوی درست است؟

$$\frac{5}{2} = 2,5 \text{ ب)}$$

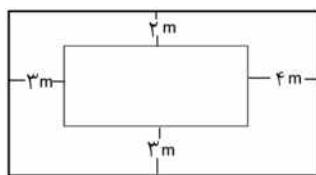
$$\frac{4}{1} = 1,4 \text{ الف)}$$

$$\frac{7}{4} = 4,7 \text{ د)}$$

$$\frac{6}{3} = 3,6 \text{ ج)}$$

$$\frac{8}{5} = 5,8 \text{ ه)}$$

۶. در شکل دو مستطیل را نشان داده‌ایم که طول‌هایشان با هم موازی‌اند. اختلاف محیط دو مستطیل چند متر است؟



$$24 \text{ ه)$$

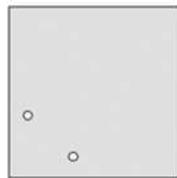
$$21 \text{ د)$$

$$20 \text{ ج)$$

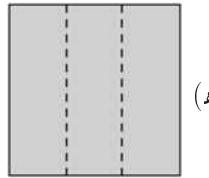
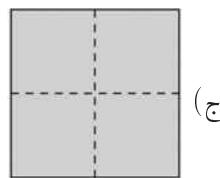
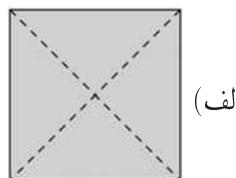
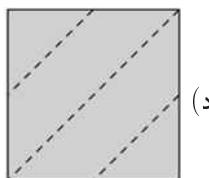
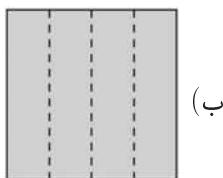
$$16 \text{ ب)}$$

$$12 \text{ الف)}$$

۷. پُگاه یک تکه کاغذ را تا کرد و دقیقاً یک جای کاغذ تاشده را سوراخ کرد، و بعد کاغذ را باز کرد. کاغذ باز شده به این شکل بود:



پُگاه کاغذ را چطور تا کرده بود؟



۸. حاصل جمع سه عدد طبیعی متمایز برابر ۷ است. حاصل ضرب آنها چیست؟

ج) ۹

ب) ۱۰

الف) ۱۲

ه) ۵

د) ۸

۹. در شکل، چهار قلب را می‌بینید که روی هم قرار گرفته‌اند. مساحت قلب‌ها برابر است با ۱، ۴، ۹ و ۱۶ سانتی‌متر مربع. مساحت ناحیه‌ی خاکستری چند سانتی‌متر مربع است؟



الف) ۹ ب) ۱۰ ج) ۱۱ د) ۱۲ ه) ۱۳

۱۰. یلدا بیست هزار تومان پول دارد و هر کدام از چهار خواهرش ده هزار تومان پول دارند. یلدا چند تومان به هر کدام از خواهرهایش بدهد تا پول هر پنج نفرشان مساوی بشود؟

الف) ۲۰۰۰ ب) ۴۰۰۰ ج) ۵۰۰۰ د) ۸۰۰۰ ه) ۱۰۰۰۰

مسئله‌های چهار امتیازی

۱۱. مطابق شکل، مورچه از سر سمت چپ تکه‌چوب حرکت کرده و $\frac{2}{3}$ طول آن را طی کرده است، و پینه‌دوز هم از سر سمت راست حرکت کرده و $\frac{3}{4}$ طول آن را طی کرده است. فاصله‌ی آن‌ها چه کسری از طول چوب است؟



(ه) $\frac{5}{12}$

(د) $\frac{1}{2}$

(ج) $\frac{5}{7}$

(ب) $\frac{1}{12}$

(الف) $\frac{3}{8}$

۱۲. در یک سالن تئاتر، یک ششم تماشاجی‌ها بزرگسال هستند و دوپنجم بچه‌ها پسر هستند. چه کسری از تماشاجی‌ها دختر هستند؟

(ج) $\frac{1}{4}$

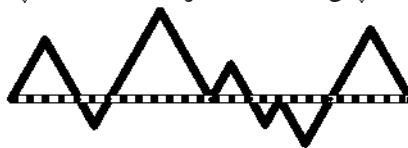
(ب) $\frac{1}{3}$

(الف) $\frac{1}{2}$

(ه) $\frac{2}{5}$

(د) $\frac{1}{5}$

۱۳. در شکل، خط‌چین و خط شکسته، هفت مثلث متساوی‌الاضلاع تشکیل داده‌اند. طول خط‌چین 20° است. طول خط شکسته چه قدر است؟



(ج) ۳۵

(ب) ۳۰

(الف) ۲۵

(ه) ۴۵

(د) ۴۰

۱۴. احمد و حامد و حمید و محمد پسرعمو هستند و سنیشان ۳، ۸، ۱۲ و ۱۴ سال است؛ اما نه لزوماً به همین ترتیب. احمد از حمید کوچک‌تر است، حاصل جمع سن محمد و احمد مضرب ۵ است، و حاصل جمع سن محمد و حمید هم مضرب ۵ است. حامد چند ساله است؟

(ه) ۳

(د) ۵

(ج) ۸

(ب) ۱۲

(الف) ۱۴

۱۵. در مسابقه‌ی کانگوروی امسال، دقیقاً ۳۵٪ از شرکت‌کنندگان دختر هستند و تعداد پسرهای شرکت‌کننده ۲۵۲ نفر بیشتر از تعداد دخترهاست. چند نفر در این مسابقه شرکت کردند؟

(ه) 840°

(د) 824°

(ج) 822°

(ب) 810°

(الف) 802°

۱۶. رؤیا می‌خواهد در هر کدام از خانه‌های شکل زیر عددی بنویسد. او دو عدد را نوشته است. رؤیا می‌خواهد حاصل جمع همهٔ عددها ۳۵ باشد، حاصل جمع عددهای سه خانه‌ی سمت چپ ۲۲ باشد و حاصل جمع عددهای سه خانه‌ی سمت راست ۲۵ باشد. حاصل ضرب عددهای دو خانه‌ی خاکستری چند است؟

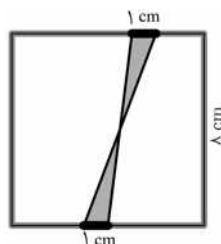


- الف) ۶۳ ب) ۱۰۸ ج) ° د) ۴۸ ه) ۳۹

۱۷. سامان می‌خواست الواری را به ۹ تکه‌ی مساوی تقسیم کند و روی جاهایی که می‌باشد برش می‌خوردند علامت زد. برديا هم می‌خواست همان الوار را به ۸ تکه‌ی مساوی تقسیم کند و او هم روی جاهایی که می‌باشد برش می‌خوردند علامت زد. بعد، کارن آمد و الوار را از همهٔ جاهایی که علامت خورده بودند برید. کارن چند تکه‌چوب به دست آورد؟

- الف) ۱۵ ب) ۱۶ ج) ۱۷ د) ۱۸ ه) ۱۹

۱۸. در شکل، دو پاره‌خط به طول ۱ cm را روی ضلع‌های روبروی مربعی به ضلع ۸ cm مشخص کرده‌ایم و دو سر پاره‌خط‌ها را به هم وصل کرده‌ایم. مساحت ناحیهٔ خاکستری چند سانتی‌متر مربع است؟



- الف) ۲ ب) ۴ ج) ۶,۴ د) ۸ ه) ۱۰

۱۹. تینا می‌خواهد برای روزهای کلاس ورزش اش در هفته برنامه‌ریزی کند. او دقیقاً دو روز در هفته به کلاس ورزش می‌رود، و کلاس‌هایش در روزهای ثابتی از هفته تشکیل می‌شوند. او دو روز پشت سرهم به ورزش نمی‌رود، با این شرایط، تینا چند برنامه‌ی مختلف می‌تواند برای کلاس‌هایش بگذارد؟

- الف) ۱۶ ب) ۱۴ ج) ۱۲ د) ۱۰ ه) ۸

۲۰. احسان می‌خواهد در خانه‌های خالی جدول زیر طوری عدد بنویسد که حاصل جمع عده‌های هر دو خانه‌ای که ضلع مشترک دارند برابر باشد. حاصل جمع همه‌ی عده‌های جدول چند است؟

۲		
		۳

- الف) ۱۸ ب) ۲۰ ج) ۲۱ د) ۲۲ ه) ۲۳

مسئله‌های پنج امتیازی



۲۱. اندازه‌ی زاویه‌های یک مثلث بر حسب درجه، عده‌های طبیعی متمایزند. کم‌ترین مقدار ممکن حاصل جمع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین زاویه‌ی این مثلث چیست؟

- الف) 61° ب) 90° ج) 91° د) 120° ه) 121°

۲۲. مطابق شکل، ده کانگورو در یک ردیف ایستاده‌اند. در یک لحظه، هر دو کانگورویی که رو به هم هستند به هم پشت می‌کنند، و این «پشت کردن» آنقدر تکرار می‌شود که دیگر نتوان آن را ادامه داد. «پشت کردن» چند بار اتفاق می‌افتد؟



- الف) ۱۵ ب) ۱۶ ج) ۱۸ د) ۲۰ ه) ۲۱

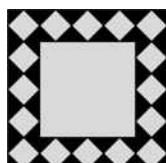
۲۳. دنیا عده‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ و ۱۰ را نوشته است. او می‌تواند به بعضی از این عده‌ها ۲ اضافه کند و به بقیه ۵، و می‌خواهد کمترین تعداد عده‌های متمایز را به دست بیاورد. کمترین تعداد نتیجه‌های متمایز چند است؟

- الف) ۵ ب) ۶ ج) ۷ د) ۸ ه) ۹

۲۴. هر سه دقیقه، اتوبوسی از فرودگاه به طرف مرکز شهر حرکت می‌کند. یک خودرو هم زمان با یکی از این اتوبوس‌ها از فرودگاه خارج می‌شود و از همان مسیر به مرکز شهر می‌رود. هر اتوبوس این مسیر را در ۶۰ دقیقه طی می‌کند و خودرو در ۳۵ دقیقه. در این مسیر، خودرو از چند اتوبوس (به جز اتوبوسی که هم زمان با آن از فرودگاه خارج شده) جلو می‌زند؟

- الف) ۸ ب) ۹ ج) ۱۰ د) ۱۱ ه) ۱۳

۲۵. رومیزی زهره، که آن را در شکل می‌بینید، طرح منظمی دارد. چه درصدی از رومیزی سیاه است؟



- الف) ۱۶ ب) ۲۴ ج) ۲۵ د) ۳۲ ه) ۳۶

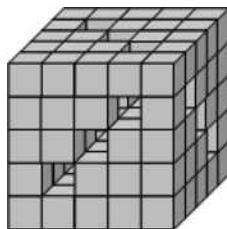
۲۶. هر عدد در دنباله‌ی

$$2, 3, 6, 8, 8, \dots$$

این طور به دست می‌آید: دو عدد اول دنباله، ۲ و ۳ هستند و از آن به بعد، هر عددی رقم یکان حاصل ضرب دو عدد قبل از خودش است. عدد ۱۳۹۶ این دنباله چیست؟

- الف) ۸ ب) ۶ ج) ۴ د) ۳ ه) ۲

۲۷. منیر ۱۲۵ مکعب کوچک همان اندازه داشت، و آن‌ها را مطابق شکل طوری به هم چسباند که مکعبی بزرگ با ۹ تونل که از کل مکعب می‌گذشتند درست شد. چند مکعب کوچک استفاده نشده‌اند؟

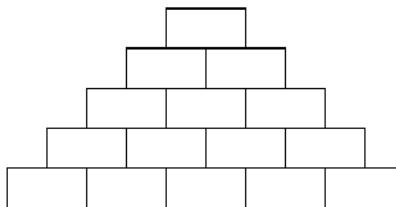


- الف) ۵۲ ب) ۴۵ ج) ۴۲ ه) ۳۶ د) ۳۹

۲۸. دو دونده در مسیری دایره‌ای به طول 72° متر در خلاف جهت هم می‌دوند و سرعت هر کدامشان ثابت است. دونده‌ی اول کل مسیر را در چهار دقیقه طی می‌کند و دونده‌ی دوم در پنج دقیقه. دونده‌ی دوم بین دو بار ملاقات با دونده‌ی اول چند متر می‌دود؟

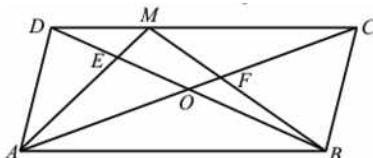
- الف) ۳۵۵ ب) ۳۵۰ ج) ۳۴۰ ه) ۳۲۰ د) ۳۳۰

۲۹. جواد می‌خواهد عدهای طبیعی را طوری در خانه‌های شکل زیر بنویسد که عدد هر خانه حاصل جمع عدهای دو خانه‌ی زیرش باشد. جواد حداکثر چند عدد فرد می‌تواند بنویسد؟



- الف) ۵ ب) ۷ ج) ۸ د) ۱۰ ه) ۱۱

۳۰. در شکل، مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ برابر S است و نقطه‌ی M را به دلخواه روی DC انتخاب کرده‌ایم. حاصل جمع مساحت مثلث‌های AED و BFC برابر $\frac{1}{3}S$ است. مساحت چهارضلعی $EOMF$ چه قدر است؟



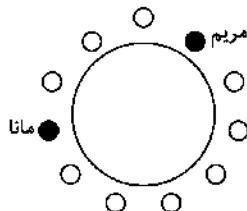
- الف) $\frac{1}{6}S$ ب) $\frac{1}{8}S$ ج) $\frac{1}{10}S$ د) $\frac{1}{12}S$ ه) $\frac{1}{14}S$

راه حل مسابقه‌ی ریاضی کانگورو ۱۷ ۲۰

راه حل مسئله‌های سه امتیازی

۱. (ب) هفت ساعت بعد از ساعت ۰۰ : ۱۷، ساعت ۰۰ : ۲۴ می‌شود و روز بعد آغاز می‌شود. از ۱۷ ساعت، ۱۰ ساعت مانده است. ۱۰ ساعت بعد، ساعت ۰۰ : ۱۰ می‌شود.

۲. (ج) بین مریم و مانا از یک طرف ۳ نفر، و از طرف دیگر ۶ نفر ایستاده‌اند. پس به جز مریم و مانا، ۹ نفر دیگر روی دایره‌اند؛ یعنی در کل، ۱۱ نفر روی دایره ایستاده‌اند.



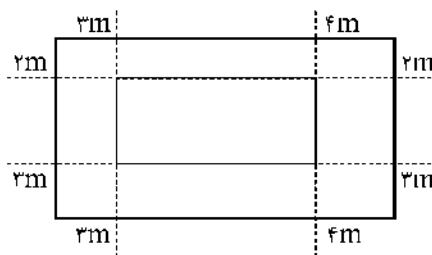
۳. (ج) باید معادله‌ی $-x = -33 - 17$ را حل کنیم. برای این کار کافی است به دو طرف معادله ۱۷ واحد اضافه کنیم تا معادله به شکل $-x = -33 + 17 + -16$ در بیاید. با ضرب کردن دو طرف معادله در -1 ، مقدار x به دست می‌آید.

۴. (الف) ارتفاع مثلث، هر نوار را به دو بخش مساوی تقسیم کرده است و بخش سمت چپ هر نوار با بخش سمت راست آن برابر است، پس نصف مساحت هر نوار سفید است. بنابراین نصف مساحت مثلث سفید است.

۵. (ب) می‌دانیم

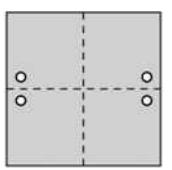
$$\frac{4}{1} = 4, \quad \frac{5}{2} = 2,5, \quad \frac{6}{3} = 2, \quad \frac{7}{4} = 1,75, \quad \frac{8}{5} = 1,6$$

۶. (ه) عرض مستطیل داخلی، $5 + 3 = 8$ متر کوچک‌تر از عرض مستطیل خارجی، و طول آن $4 + 3 = 7$ متر کم‌تر از طول مستطیل خارجی است. پس اختلاف محیط دو مستطیل برابر است با $8 + 7 + 7 + 8 = 30$.

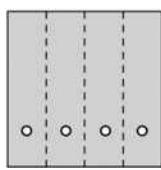


۷. (د) پس از تاکردن کاغذ باید جایی که سوراخ شده، دو لایه باشد و فقط در گزینه‌ی «د» چنین اتفاقی می‌افتد. در شکل‌های گزینه‌های «الف»، «ب» و «ج» در نقطه‌ی سوراخ شده، کاغذ چهار لایه و در شکل گزینه‌ی «ه» کاغذ سه لایه

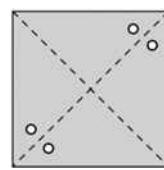
بوده است. در شکل زیر، کاغذ باز شده را در مورد همه‌ی گزینه‌ها می‌بینید:



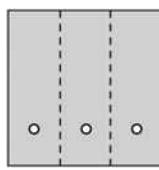
(ج)



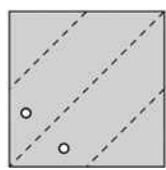
(ب)



(الف)



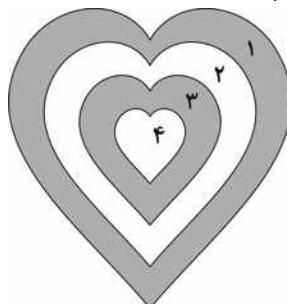
(ه)



(د)

۸. (د) اگر سه عدد طبیعی متمایز را با هم جمع کنیم، امکان ندارد که به عددی کوچک‌تر از ۶ برسیم، چون $1+2+3=6$. حالا در چه حالت‌هایی ممکن است مجموع سه عدد طبیعی متمایز برابر ۷ شود؟ تنها حالت ممکن $1+2+4=7$ است. پس حاصل ضرب این سه عدد برابر است با $1 \times 2 \times 4 = 8$.

۹. (ب) مساحت ناحیه‌ی ۱ شکل زیر برابر است با اختلاف مساحت دو قلب بزرگ‌تر، یعنی $9 - 7 = 2$. مساحت ناحیه‌ی ۳ هم برابر است با اختلاف مساحت‌های دو قلب کوچک‌تر، یعنی $3 - 1 = 2$. پس مساحت ناحیه‌ی خاکستری برابر است با $10 - 2 = 8$.



۱۰. (الف) مجموع پول پنج خواهر برابر است با

$$\text{تومان } ۲۰۰۰۰ + (۴ \times ۱۰۰۰۰) = ۶۰۰۰۰$$

برای اینکه همسگی به مقدار متساوی پول داشته باشند، باید هر کدام $\frac{۶۰۰۰۰}{۵} = ۱۲۰۰۰$ تومان پول داشته باشند. پس یلدا باید ۸۰۰۰ تومان از پول هایش را به خواهرهایش بدهد، یعنی به هر کدام ۲۰۰۰ تومان.

راه حل مسئله های چهار امتیازی

۱۱. (ه) پینه دوز از سر سمت راست تکه چوب، به اندازه $\frac{۳}{۴}$ طول تکه چوب فاصله دارد. مورچه هم از سر سمت راست تکه چوب، به اندازه $\frac{۱}{۳}$ طول تکه چوب فاصله دارد. پس فاصله ایین دو برابر است با $\frac{۹ - ۴}{۱۲} = \frac{۵}{۱۲}$.



۱۲. (الف) $\frac{۵}{۶}$ تماشاچی ها بچه اند و $\frac{۳}{۵}$ بچه ها دخترند. پس $\frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۵} \times \frac{۳}{۶}$ تماشاچی ها دختر بچه اند.

۱۳. (د) در هر مثلث، دو تا از ضلع ها خط شکسته و یکی از ضلع ها خط چین است. پس در هر مثلث، طول خط شکسته ها دو برابر خط چین است. بنابراین در کل شکل هم، طول خط شکسته ها دو برابر خط چین است؛ یعنی $۴۰ = ۲ \times ۲۰$.

۱۴. (الف) از بین این چهار عدد، تنها مجموع های مضرب ۵، این ها هستند: $۱۲ + ۳ + ۲۰ = ۱۵$. پس سن های محمد و حمید یا ۳ و $۱۲ = ۱۵$

است یا ۱۲ و ۸. همین طور سن‌های محمد و احمد یا ۳ و ۱۲ است یا ۸ و ۱۲. بنابراین سن هیچ‌یک از محمد، احمد و حمید نمی‌تواند ۱۴ سال باشد؛ یعنی حامد ۱۴ ساله است.

با توجه به اطلاعات مسئله، سن محمد ۱۲ سال است و چون احمد از حمید کوچک‌تر است، احمد ۳ ساله و حمید ۸ ساله است.

۱۵. (ه) ۳۵٪ شرکت‌کننده‌ها دختر و ۶۵٪ آن‌ها پسرند. پس اختلاف تعداد پسرها و دخترها برابر $\frac{3}{2}$ شرکت‌کننده‌هاست. یعنی اگر تعداد شرکت‌کننده‌ها را با n نمایش دهیم، داریم $\frac{3}{2}n = 252$.

برای به دست آوردن n ، می‌توانیم دو طرف معادله‌ی بالا را در $\frac{100}{3}$ ضرب کنیم:

$$n = \frac{100}{3} \times 252 = 840$$

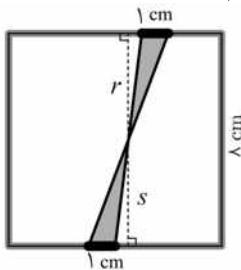
۱۶. (الف) مجموع تمام عدددها برابر ۳۵ و مجموع عدددهای سه خانه‌ی سمت چپ برابر ۲۲ است. پس مجموع عدددهای دو خانه‌ی سمت راست برابر است با $13 = 22 - 35$. یعنی عدد خانه‌ی خاکستری سمت راست برابر است با $13 - 4 = 9$.

به همین شکل، مجموع تمام عدددها برابر ۳۵ و مجموع عدددهای سه خانه‌ی سمت راست برابر ۲۵ است. پس مجموع عدددهای دو خانه‌ی سمت چپ برابر است با $10 = 25 - 35$. یعنی عدد خانه‌ی خاکستری سمت چپ برابر است با $7 = 10 - 3$. بنابراین حاصل ضرب عدددهای دو خانه‌ی خاکستری برابر است با $7 \times 9 = 63$.

۱۷. (ب) سامان ۷ علامت و برديا ۸ علامت روی الوار زده است و هیچ دو علامتی روی هم نمی‌افتد. پس در کل، ۱۵ علامت روی الوار وجود دارد. بعد از برش از روی علامت‌ها، الوار ۱۶ تکه می‌شود.

۱۸. (ب) دو مثلث خاکسته‌ی با هم همنهشت‌اند، پس ارتفاع‌های آن‌ها با هم برابر است؛ یعنی $r = s = 4\text{ cm}$. پس مساحت هر مثلث برابر است با

$$\frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2\text{ cm}^2$$



۱۹. (ب)

- اگر یکی از روزهای ورزش تینا شنبه باشد، برای روز دوم چهار انتخاب دارد (۴ حالت: دوشنبه، سه‌شنبه، چهارشنبه، پنج‌شنبه).

- اگر یکی از روزهای ورزش تینا یک‌شنبه باشد، برای روز دوم چهار انتخاب دارد که هیچ‌یک از این حالت‌ها را در قسمت قبل نشمرده‌ایم (۴ حالت: سه‌شنبه، چهارشنبه، پنج‌شنبه و جمعه).

- اگر یکی از روزهای ورزش تینا دوشنبه باشد، برای روز دوم چهار انتخاب دارد، ولی حالت «شنبه و دوشنبه» را قبلاً نشمرده‌ایم، پس در این حالت، سه انتخاب جدید دارد (۳ حالت).

- اگر یکی از روزهای ورزش تینا سه‌شنبه باشد، تنها حالت‌هایی که قبلاً نشمرده‌ایم، «سه‌شنبه، پنج‌شنبه» و «سه‌شنبه، جمعه» است (۲ حالت).

- اگر یکی از روزهای ورزش تینا چهارشنبه باشد، تنها حالتی که قبلاً نشمرده‌ایم، «چهارشنبه، جمعه» است (۱ حالت).

- تمام حالت‌هایی را که یکی از روزهای ورزش تینا پنج‌شنبه یا جمعه باشد، قبلاً نشمرده‌ایم. پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با $1 + 2 + 3 + 4 = 14$.

۲۰. (د) اگر عده‌های دو خانه از جدول را مانند شکل زیر نامگذاری کنیم، باید $x + y = 2$ باشد. پس $x + 2 = x + y$ ، پس $x = 3$.

۲	x	y
		۳

پس مجموع عده‌های هر دو خانه‌ی کنار هم باید برابر ۵ باشد. حالا می‌توانیم بقیه‌ی خانه‌های جدول را هم برکنیم و به جدول زیر برسیم:

۲	۳	۲
۳	۲	۳
۲	۳	۲

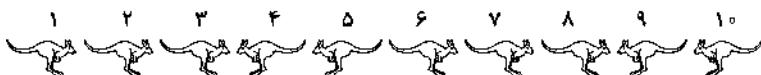
که حاصل جمع این عده‌ها برابر است با ۲۲.

راه حل مسئله‌های پنج امتیازی

۲۱. (ج) مجموع زاویه‌های کوچک‌تر و بزرگ‌تر در هر مثلث برابر است با 180° منهای اندازه‌ی زاویه‌ی وسط. پس برای کوچک‌تر شدن مجموع دو زاویه‌ی کوچک‌تر و بزرگ‌تر، باید اندازه‌ی زاویه‌ی وسط تا حد ممکن بزرگ باشد. ولی این زاویه‌ی حتماً از 90° کوچک‌تر است. (چون اگر 90° یا بیش‌تر باشد، حتماً زاویه‌ی بزرگ‌تر هم باید بیش‌تر از 90° باشد. در آن صورت مجموع زاویه‌های مثلث بیش‌تر از 180° می‌شود که ممکن نیست). پس اندازه‌ی زاویه‌ی وسط،

در بیشترین مقدار برابر 89° است. یعنی کمترین مقدار برای مجموع دو زاویه‌ی دیگر مثلث برابر است با $91^\circ - 89 = 180^\circ$. این حالت برای مثلشی با زاویه‌های $90^\circ, 90^\circ, 89^\circ$ و 1° اتفاق می‌افتد.

۲۲. (ج) به جای اینکه «هر بار که دو کانگورو رو به روی هم ایستاده‌اند، به هم پشت می‌کنند»، می‌توانیم فرض کنیم «هر بار که دو کانگورو رو به روی هم ایستاده‌اند، جایشان را با هم عوض می‌کنند». در این حالت باید تعداد جایه‌جایی‌های کانگوروها را بشماریم. کانگوروها را مانند شکل زیر شماره‌گذاری می‌کنیم.



جایه‌جا شدن کانگوروها را تا چند مرحله ادامه می‌دهیم تا لگویی برای آن بیابیم. در اولین مرحله کانگوروی ۹ با ۸ جایه‌جا می‌شود و کانگوروی ۴ با ۳. در مرحله‌ی دوم کانگوروی ۱۰ با ۸، ۹ با ۷، ۵ با ۳ و ۴ با ۲ جایه‌جا می‌شود. در مرحله‌ی سوم کانگوروی ۱۰ با ۷، ۹ با ۶، ۵ با ۳ و ۴ با ۲ جایه‌جا می‌شود. همان‌طور که می‌بینید کانگوروی ۱۰ با تمام کانگوروهای قبل از خود که در جهت مخالف با او قرار گرفته‌اند، جایه‌جا می‌شود.

بنابراین:

- کانگوروی 10° جایش را با کانگوروهای $1, 2, 3, 6, 7, 8$ و 9° عوض می‌کند. (۶ جایه‌جایی)
- کانگوروی 9° جایش را با کانگوروهای $1, 2, 3, 6, 7$ و 8° عوض می‌کند. (۶ جایه‌جایی)
- کانگوروی 5° جایش را با کانگوروهای $1, 2$ و 3° عوض می‌کند. (۳ جایه‌جایی)

- کانگوروی ۴ جایش را با کانگوروهای ۱، ۲ و ۳ عوض می‌کند. (۳ جایه‌جایی)

پس روی هم $= 18 = 6 + 3 + 3 + 6$ جایه‌جایی اتفاق می‌افتد.

۲۳. (ب) در جدول زیر، ردیف اول از جمیع کردن عددهای ۱ تا ۹ با عدد ۲ ساخته شده است و ردیف دوم از جمیع کردن عددهای ۱ تا ۹ با عدد ۵.

۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴

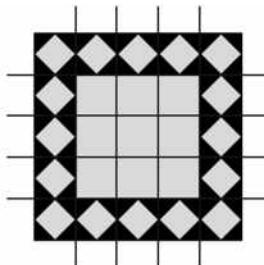
دنیا باید از عددهای هر سیون دقیقاً یک عدد را انتخاب کند به طوری که تعداد عددهای متمایز کمترین مقدار ممکن شود. با کمی بررسی به این نتیجه می‌رسیم که امکان ندارد او بتواند کمتر از ۶ عدد متمایز انتخاب کند. او به چند حالت می‌تواند ۶ عدد متمایز انتخاب کند. مثلاً کافی است از سیون‌های اول تا نهم جدول به ترتیب ۶، ۷، ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ و ۱۰ و ۱۱ را انتخاب کنیم. این انتخاب یعنی دنیا به عددهای ۱ و ۲، پنج واحد اضافه کند و به هر یک از عددهای دیگر، دو واحد اضافه کند.

۲۴. (الف) خودرو، ۲۵ دقیقه کمتر از هر اتوبوس در راه است. پس باید بینینیم چند اتوبوس حداقل ۲۵ دقیقه قبل از اتوبوس حرکت کرده‌اند. اتوبوس‌ها ۳، ۶، ۹، ...، ۲۴ و ... دقیقه قبل از خودرو حرکت کرده‌اند. بنابراین آخرین اتوبوسی که خودرو از کنارش رد می‌شود، اتوبوسی است که ۲۴ دقیقه قبل از خودرو حرکت کرده است. یعنی خودرو از $\frac{24}{3}$ اتوبوس جلو می‌زند.

۲۵. (د) در شکل صفحه‌ی بعد، رومیزی به $25 = 5 \times 5$ مربع تقسیم شده است. در مربع‌های حاشیه، نصف مساحت هر مربع سیاه و نصف دیگر خاکستری است. در حاشیه، روی هم ۱۶ مربع داریم، پس به اندازه‌ی مساحت

۸ تا از این مربع‌ها سیاه شده است. یعنی مساحت قسمت‌های سیاه‌رنگ

$$\text{به مساحت رومیزی برابر است با } \frac{8}{25} = \frac{32}{100}.$$



۲۶. (الف) چند عدد اول این دنباله چنین‌اند:

$$2, 3, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8, 8, 4, 2, 8, 6, 8, \dots$$

از عدد سوم به بعد، دسته‌های شش‌تایی از عددها تکرار می‌شود. برای فهمیدن اینکه عدد 1396 ام چه عددی است، باید 1396 را بر 6 تقسیم کنیم: $4 + 222 = 6 \times 222 = 6$. پس بین اولین 1396 عدد این دنباله، دسته‌ی 6 ناتایی داریم. دو عدد 2 و 3 هم که قبل از دسته‌های 6 قایی آمده‌اند، بنا بر این 1396 امین عدد، دومین عدد از دسته‌ی 3 است؛ یعنی 8 .

۲۷. (د) مکعب 9 تونل دارد و هر تونل 5 مکعب خالی دارد. ولی هر جایی را که سه تونل به هم می‌رسند، سه بار شمرده‌ایم، یعنی دو بار اضافه شمرده‌ایم. سه تا از این مکعب‌های کوچک، محل تقاطع سه تونل‌اند. پس تعداد مکعب‌های حذف شده در تمام تونل‌ها برابر است با

$$(5 \times 9) - (3 \times 2) = 39$$

۲۸. (ه) پس از یک بار ملاقات، به مسیری که هر یک از دو نفر دویده‌اند، توجه کنید. سرعت دونده‌ی اول $\frac{5}{3}$ برابر سرعت دونده‌ی دوم است. پس در هر لحظه