

فهرست

۷	عبارت‌های جبری	فصل ۱
۲۱	معادله درجه دوم	فصل ۲
۳۹	تابع	فصل ۳
۹۳	آشنایی با منطق و استدلال ریاضی	فصل ۴
۱۱۹	آمار	فصل ۵
۱۹۳	شمارش	فصل ۶
۲۱۷	احتمال	فصل ۷
۲۳۵	الگوهای خطی	فصل ۸
۲۵۷	دبالة هندسی	فصل ۹
۲۷۵	ریشه، توان، تابع نمایی	فصل ۱۰
۲۸۹	سوالات کنکور ۹۸	
۳۰۳	فرمول‌نامه	



وعدد ۱

معادله درجه اول



معادلات به فرم $ax + b = 0$ ($a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) را معادله درجه اول می‌نامند. روش حل این‌گونه معادلات را قبل‌آموخته‌اید. از معادله درجه اول برای تبدیل صورت فارسی به صورت ریاضی استفاده می‌شود تا مجھول به دست آید.

تست: در یک کارخانه، حقوق یک مهندس ۲ برابر یک تکنسین و $\frac{2}{3}$ مدیر ارشد کارخانه است. قسمت تولید این کارخانه، ۳ مدیر ارشد، ۸ مهندس و ۱۲ تکنسین دارد. اگر حقوق اختصاص داده شده به کل این بخش ماهیانه $55 / 5$ میلیون تومان باشد، حقوق یک مهندس در ماه چند میلیون تومان است؟

(۴) ۶

(۳) ۵/۴

(۲) ۳

(۱) ۵/۱

پاسخ گزینه «۲»

حقوق یک مهندس را برابر x ، تکنسین را برابر y و مدیر ارشد را برابر z در نظر می‌گیریم پس طبق فرض تست داریم:

$$x = 2y \quad x = \frac{2}{3}z \Rightarrow x = ?$$

مجموع حقوق ۳ مدیر ارشد، ۸ مهندس و ۱۲ تکنسین برابر $55 / 5$ میلیون تومان است، پس:

$$3z + 8x + 12y = 55 / 5 \xrightarrow{\begin{array}{l} y = \frac{x}{2} \\ z = -\frac{x}{2} \end{array}} 3\left(-\frac{x}{2}\right) + 8x + 12\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$= 55 / 5 \Rightarrow \frac{9}{2}x + 8x + 6x = 55 / 5$$

$$\Rightarrow \frac{9x + 16x + 12x}{2} = 55 / 5$$

$$\Rightarrow 37x = 111 \Rightarrow x = \frac{111}{37} = 3$$

وعده ۲ معادله درجه دوم



معادلات به فرم $ax^2 + bx + c = 0$ را معادله درجه دوم می‌نامند.

تست: اگر a , b و c ضرایب معادله درجه دوم

$x(3x - 2) = 7x + 6$ باشند، حاصل $a + b$ کدام است؟

۹ (۴)

-۶ (۳)

۳ (۲)

-۱۲ (۱)

پاسخ گزینه «۳»

$$x(3x - 2) = 7x + 6 \Rightarrow 3x^2 - 2x = 7x + 6$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 2x - 7x - 6 = 0 \Rightarrow \frac{3}{a}x^2 - \frac{9}{b}x - \frac{6}{c} = 0$$

$$\Rightarrow a + b = 3 + (-9) = 3 - 9 = -6$$

وعده ۳ روش‌های حل معادله درجه دوم



چهار روش کلی برای حل معادله درجه دوم وجود دارد:

۱. **روش تجزیه:** در این روش با استفاده از فاکتورگیری، اتحادها و دسته‌بندی معادله را تبدیل به حاصل ضرب دو یا چند عبارت می‌کنیم. سپس تک‌تک عبارت‌ها را مساوی صفر قرار داده و جواب را می‌یابیم.



تست: یکی از ریشه‌های معادله $(x+1)(x-5) + 12(x+1) = 0$ کدام است؟

-۳ (۲)

۱ (۱)

-۷ (۴)

۵ (۳)

پاسخ گزینه «۴»

از عبارت $(x+1)$ فاکتور می‌گیریم:

$$(x+1)(x-5+12) = 0 \Rightarrow (x+1)(x+7) = 0$$

$$\Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1, \quad x+7=0 \Rightarrow x=-7$$

تذکر: می‌توانستید از همان ابتدا گزینه‌ها را جای‌گذاری کنید تا ببینید به ازای کدام x کل عبارت صفر می‌شود

چاشنی: گاهی اوقات معادلاتی دارای فرم کلی درجه دوم هستند اما درجه دو نیستند که این معادلات را می‌توان با تغییر متغیر به درجه دو تبدیل و حل کرد.

تست: تعداد جواب‌های حقیقی معادله $x^4 + 10x^2 + 9 = 0$ کدام است؟

(انسانی خارج ۹۲)

۱ (۲)

۱) صفر

۴ (۴)

۲ (۳)

پاسخ گزینه «۱»

x^2 را برابر t در نظر گرفته و معادله را حل می‌کنیم:

$$(x^2)^2 + 10x^2 + 9 = 0 \xrightarrow{x^2=t} t^2 + 10t + 9 = 0$$



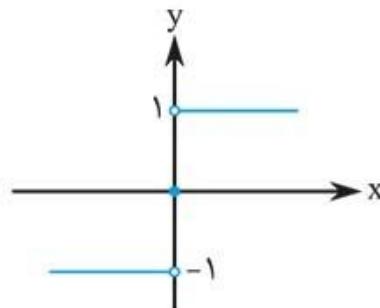
وعدد ۱۶

تابع علامت



تابع پلکانی که به صورت زیر است را تابع علامت گویند و با نماد $f(x) = \text{sign}(x)$ نشان می‌دهند.

$$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad x > 0 \\ 0 & ; \quad x = 0 \\ -1 & ; \quad x < 0 \end{cases}$$



چاشنی: دامنه تابع علامت \mathbb{R} ، (اعداد حقیقی) و بُرد آن $R = \{-1, 0, 1\}$ است.

تست: اگر $g(x) = \text{sign}(x)$ و $f(x) = x$ باشد، حاصل

$$\frac{f(-2) + g(\sqrt{2})}{f(3) - g(-\sqrt{3})}$$

کدام است؟

$$\frac{1}{4} (4)$$

$$-4 (3)$$

$$-\frac{1}{4} (2)$$

$$4 (1)$$

پاسخ گزینه (2)

$$f(x) = x \Rightarrow f(-2) = -2, f(3) = 3$$

$$g(x) = \text{Sign}(x) = \begin{cases} 1 & ; \quad x > 0 \\ 0 & ; \quad x = 0 \Rightarrow \text{Sign}(\sqrt{2}) \\ -1 & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

$$= 1, \text{Sign}(-\sqrt{3}) = -1 \Rightarrow \frac{-2+1}{3-(-1)} = \frac{-1}{4}$$

تذکر: حاصل تقریبی $\sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{2}$ را حفظ باشید:

$$\sqrt{2} \approx 1/4, \sqrt{3} \approx 1/7, \sqrt{5} \approx 2/2$$

 وعده ۱۷
جزء صحیح


جزء صحیح عدد حقیقی a برابر با بزرگترین عدد صحیح کوچک‌تر یا مساوی a است و با نماد $[]$ نشان می‌دهند.

صحیح است \Leftarrow جزء صحیح برابر همان عدد است
 $[-2] = -2$

صحیح نیست \Leftarrow در این صورت مشخص می‌کنیم
 که عدد مورد نظر بین کدام دو عدد صحیح است و
 عدد کوچک‌تر را انتخاب می‌کنیم:

$$\begin{array}{c} \text{کوچک‌تر} \\ \uparrow \\ [-1/9]: -2 < -1/9 < -1 \Rightarrow [-1/9] = -2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{کوچک‌تر} \\ \uparrow \\ [2/1]: 2 < 2/1 < 3 \Rightarrow [2/1] = 2 \end{array}$$



کوچکتر



$$[\sqrt{3}]: 1 < \sqrt{3} < 2 \Rightarrow [\sqrt{3}] = 1$$

کوچکتر



$$[\sqrt{5} - 2]: 0 < \sqrt{5} - 2 < 1 \Rightarrow [\sqrt{5} - 2] = 0$$

تست: حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$[-\sqrt{3} + 3] + [\frac{8/4}{5}] + [\frac{10}{3}] - [-2/3]$$

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

پاسخ گزینه «۴»

$$-\sqrt{3} + 3 = -1/7 + 3 = 1/3$$

$$\Rightarrow 1 < 1/3 < 2 \Rightarrow [-\sqrt{3} + 3] = 1$$

$$\frac{8/4}{5} = 1/68 \Rightarrow 1 < 1/68 < 2 \Rightarrow [\frac{8/4}{5}] = 1$$

$$\frac{10}{3} = 3/33 \Rightarrow 3 < 3/33 < 4 \Rightarrow [\frac{10}{3}] = 3$$

$$-3 < -2/3 < -2 \Rightarrow [-2/3] = -3 \Rightarrow 1 + 1 + 3 - (-3)$$

$$= 1 + 1 + 3 + 3 = 8$$

چاشنی: برای رسم توابع جزء صحیح شامل $[x]$ باید دامنه هارا یک

واحد یک واحد جدا کنیم و برای هر قسمت از دامنه یک ضابطه جدا تعريف کنیم؛ سپس با توجه به دامنه هر قسمت، نمودار را رسم می کنیم.



وعدد ۱۰

جدول تغییرات معیارهای گرایش به مرکز



میانه	میانگین	مُد	شاخص‌ها	تغییرات
+k	+k	+k		اگر همه داده‌ها را با عدد k جمع کنیم
-k	-k	-k		اگر همه داده‌ها را منهای عدد k کنیم
$\times k$	$\times k$	$\times k$		اگر همه داده‌ها را در عدد k ضرب کنیم
$\div k$	$\div k$	$\div k$		اگر همه داده را بر عدد k تقسیم کنیم ($k \neq 0$)

پس همان‌طور که مشاهده می‌کنید هر اتفاقی برای همه داده‌ها بیفتند دقیقاً همان اتفاق برای معیارهای گرایش به مرکز می‌افتد.

تست: در جدول فراوانی داده‌های دسته‌بندی شده زیر، اگر به تمام داده‌ها $1/5$ واحد اضافه شود، میانگین داده‌های جدید برابر ۱۰ می‌شود. فراوانی دسته سوم کدام است؟

داده‌ها	۳	۷	۱۱	۱۵
فراوانی	۴	۵	a	۳
	۶(۴)	۵(۳)	۴(۲)	۳(۱)

پاسخ گزینه «۲»

چون به همه داده‌ها $1/5$ واحد اضافه شده پس به میانگین نیز $1/5$ واحد اضافه شده و برابر 10 شده است در نتیجه میانگین اولیه برابر است با: $10 - 1/5 = 8/5 \Rightarrow \bar{x} = 8/5$ حال با استفاده از رابطه میانگین موزون، مقدار a را به دست می‌آوریم:

$$8/5 = \frac{4 \times 3 + 5 \times 7 + 11a + 3 \times 10}{4 + 5 + a + 3}$$

$$\Rightarrow 8/5 = \frac{12 + 35 + 11a + 45}{a + 12} \Rightarrow 8/5a + 10.2 = 92 + 11a$$

$$\Rightarrow 2/5a = 10 \Rightarrow a = \frac{10}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

تست: در داده‌های $8, 10, 2, 4, 7, 10$ و 1 داده دورافتاده را حذف کرده و کل داده‌ها را در (-2) ضرب و به علاوه عدد (1) می‌کنیم. شاخص حد وسط در حالت اول چقدر از شاخص حد وسط در حالت دوم بیشتر است؟

۱۴/۱) ۴

۹/۳) ۳

۵/۵) ۲

۳/۱) ۱

پاسخ گزینه «۴»

در حالت اول چون داده دورافتاده داریم، شاخص حد وسط، میانه است:

 $1, 2, 4, 7, 10, 80$
 \downarrow
میانه

$$\frac{4+7}{2} = \frac{11}{2} = 5/5 = \text{میانه}$$

در حالت دوم داده پرت (80) حذف شده، پس شاخص حد وسط، میانگین است.



از طرفی همه داده‌ها در عدد (۲) ضرب و به علاوه عدد (۱) شده‌اند پس میانگین نیز همین‌گونه تغییر می‌کند:

$$1, 2, 4, 7, 10 \Rightarrow \bar{x} = \frac{1+2+4+7+10}{5} = \frac{24}{5} = 4.8$$

$$\bar{x} = -2(4.8) + 1 = -8/6 \text{ جدید}$$

شاخص حد وسط در حالت دوم برابر $6/8$ است، پس:
 $5/5 - (-8/6) = 5/5 + 8/6 = 14/1$

چاشنی: اگر همه داده‌ها با هم برابر باشند میانگین، میانه و مُد با هم برابرند و مقدارشان برابر یکی از داده‌هاست.

وعدد ۱۱

معیارهای پراکندگی



این معیارهای به چهار دسته تقسیم می‌شوند: ۱. دامنه تغییرات واریانس ۲. انحراف معیار ۳. دامنه میان‌چارکی

۱. **دامنه تغییرات (R):** اختلاف کوچک‌ترین داده از بزرگ‌ترین داده را

$$R = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{\text{دامنه تغییرات می‌نامند.}}$$

کوچک‌ترین بزرگ‌ترین دامنه
داده داده تغییرات

این معیار برای نشان دادن پراکندگی داده‌ها مناسب نیست چون در آن فقط دو داده دخیل هستند.

چاشنی: اگر تمام داده‌ها با هم برابر باشند، دامنه تغییرات برابر صفر است و بالعکس (این ویژگی در مورد تمام معیارهای پراکندگی صادق است). $R = 0 \Leftrightarrow$ داده‌ها برابر باشند.



کنکور سراسری ۹۸

۱. حاصل عبارت با معنی $\frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{x - 1}{2x + 1} - \frac{2x + 1}{2x - 1}$ به صورت

$\frac{P(x)}{4x^2 - 1}$ است. $P(x)$ کدام است؟

- ۲x - ۳ (۴) -۴x + ۱ (۳) -۴x (۲) -۸x (۱)

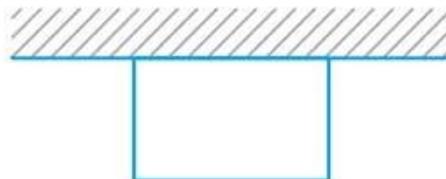
۲. به ازای کدام مقدار a ، معادله $\frac{x - 2}{ax - 5} = \frac{a + 2}{x - 1}$ دارای جواب $x = ۳$ است؟

- $\frac{2}{3}, 1$ (۴) $-\frac{2}{3}, 1$ (۳) $-\frac{1}{3}, 2$ (۲) $\frac{1}{3}, -2$ (۱)

۳. اگر رابطه $\{(3, a+2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a-b)\}$ ، یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟

- ۶ (۴) ۵ (۳) ۴ (۲) ۳ (۱)

۴. می خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل، که یک طرف آن دیوار است محصور شود. بیشترین مساحت زمین محصور شده، کدام است؟



- ۳۷۸ (۲) ۳۶۴ (۱)
۴۰۶ (۴) ۳۹۲ (۳)



پاسخنامه کنکور ۹۸

۱. گزینه «۱»

روش اول: ابتدا بین کسرها مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\begin{aligned} & \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{x - 1}{2x + 1} - \frac{2x + 1}{2x - 1} \\ &= \frac{2x^2 - x + 2x^2 - 3x + 1 - 4x^2 - 4x - 1}{4x^2 - 1} = \frac{-8x}{4x^2 - 1} \end{aligned}$$

باتوجه به اینکه حاصل عبارت برابر $\frac{P(x)}{4x^2 - 1}$ است، بنابراین:
 $P(x) = -8x$

روش دوم: با جای‌گذاری عدد ۱ در عبارت اصلی و عبارت شامل $P(x)$ و همچنین در گزینه‌ها داریم:

$$\frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1} + \frac{x - 1}{2x + 1} - \frac{2x + 1}{2x - 1} \xrightarrow{x=1} \frac{1}{3} + 0 - \frac{3}{1} = \frac{-8}{3} \quad (1)$$

$$\frac{P(x)}{4x^2 - 1} \xrightarrow{x=1} \frac{P(x)}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{P(x)}{3} = -\frac{8}{3} \Rightarrow P(x) = -8$$

بررسی گزینه‌ها:

۱: گزینه $\xrightarrow{x=1} -8x = -8 \checkmark$

۲: گزینه $\xrightarrow{x=1} -4x = -4 \times$

پیوست ۲

فرمول نامه



عبارت‌های جبری

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

۱. اتحاد مربع دو جمله‌ای:

۲. اتحاد مربع سه جمله‌ای:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc)$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

۳. اتحاد مزدوج:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

۴. اتحاد جمله مشترک:

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

۵. اتحاد مکعب دو جمله‌ای:

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

۶. اتحاد چاق و لاغر:

۷. مجموع اعداد هر سطر در مثلث خیام:

$$2^{n-1} \quad (n \text{ شماره سطر است})$$

۸. ب.م.م: حاصل ضرب عوامل مشترک با کمترین توان

۹. ک.م.م: حاصل ضرب عوامل مشترک بابیشترین توان در عوامل غیرمشترک

۱۰. دامنه عبارت گویا:

۱۱. ضرب و تقسیم دو عبارت گویا:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}, \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

معادله درجه دوم

$$ax + b = 0 \quad (a \neq 0, b \in \mathbb{R})$$

۱. معادله درجه اول:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

۲. معادله درجه دوم:

۳. روش ریشه‌گیری:

$$\Delta^2 = \Delta^2 \Rightarrow \Delta = \pm \Delta, \quad \Delta^2 = \Delta, \quad \Delta = \pm \sqrt{\Delta}$$