

فصل اول: اصول شمارش

بخش اول: اصل ضرب

در این فصل اصول شمارش را بیان می‌کنیم و با حل مسأله‌هایی متنوع روش‌های به کارگیری این اصول را در حل مسائل شمارشی آموزش می‌دهیم.

مسأله‌ی ۱: یک تولیدی لباس ورزشی در ۳ اندازه‌ی کوچک، متوسط و بزرگ و در چهار رنگ سفید، آبی، قرمز و زرد لباس تولید می‌کند. این تولیدی چند نوع مختلف لباس تولید می‌کند؟

راه‌حل: توجه کنید که طبق فرض مسأله نوع هر لباس با اندازه و رنگ آن مشخص می‌شود، یعنی اگر دو لباس، هم‌اندازه و هم‌رنگ باشند از یک نوع‌اند و برعکس اگر دو لباس از یک نوع باشند هم‌اندازه و هم‌رنگ‌اند. حال قفسه‌ای مانند شکل روبه‌رو در نظر می‌گیریم و هر لباس را برحسب اندازه و رنگ آن در قسمت مربوطه قرار می‌دهیم. با توجه به آنچه گفتیم لباس‌هایی که در یک قسمت قرار می‌گیرند از یک نوع‌اند و لباس‌هایی که در قسمت‌های مختلف قرار می‌گیرند از یک نوع نیستند. اکنون واضح است که این تولیدی $3 \times 4 = 12$ نوع مختلف لباس می‌تواند تولید کند.

| | | | |
|-------|-------------------|--|--|
| | زرد قرمز آبی سفید | | |
| بزرگ | | | |
| متوسط | | | |
| کوچک | | | |

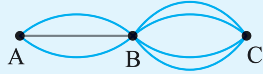
اصل ضرب (صورت ساده)

فرض کنید نحوه‌ی انجام کاری را بتوان به دو مرحله تجزیه کرد، مرحله‌ی اول به m طریق و به ازای هر طریق نحوه‌ی انجام مرحله‌ی اول، مرحله‌ی دوم به n طریق قابل انجام باشد. در این صورت کل کار به mn طریق قابل انجام است.

در مسأله‌ی قبل عمل تولید یک نوع لباس را می‌توانیم به دو مرحله تجزیه کنیم، مرحله‌ی اول انتخاب اندازه و مرحله‌ی دوم انتخاب رنگ. مرحله‌ی اول به ۳ طریق و به ازای هر طریق انتخاب اندازه، مرحله‌ی دوم به ۴ طریق قابل انجام است. لذا طبق اصل ضرب عمل تولید یک نوع لباس به 3×4 طریق قابل انجام است یا معادلاً تولیدی می‌تواند ۱۲ نوع مختلف لباس تولید کند. در حالت کلی اصل ضرب در مسأله‌هایی که بتوان نحوه‌ی انجام کار را به چند مرحله تجزیه کرد کاربرد دارد.

اصل ضرب (صورت کلی)

فرض کنید نحوه‌ی انجام کاری را بتوان به k مرحله تجزیه کرد، مرحله‌ی اول به n_1 طریق قابل انجام باشد و به ازای هر i ، $2 \leq i \leq k$ ، مرحله‌ی i ام مستقل از نحوه‌ی انجام مراحل اول تا $i-1$ ام به n_i طریق قابل انجام باشد. در این صورت کل کار به $n_1 n_2 \dots n_k$ طریق قابل انجام است.



مسئله‌ی ۲: بین دو شهر A و B سه جاده و بین شهرهای B و C چهار جاده احداث شده است.

(الف) به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C رفت؟

(ب) به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C رفت و به شهر A برگشت؟

(ج) به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C رفت و به شهر A برگشت به طوری که هر جاده حداکثر یک بار طی شود؟

راه‌حل: الف) عمل رفتن از A به C را به دو مرحله تجزیه می‌کنیم. مرحله‌ی اول، رفتن از A به B، و مرحله‌ی دوم، رفتن از B به C. مرحله‌ی اول به ۳ طریق و مرحله‌ی دوم مستقل از نحوه‌ی انجام مرحله‌ی اول به ۴ طریق قابل انجام است. لذا کل کار به 3×4 طریق قابل انجام است.

(ب) عمل رفتن از A به C و برگشت به A را به دو مرحله تجزیه می‌کنیم. مرحله‌ی اول، رفتن از A به C، و مرحله‌ی دوم، رفتن از C به A. مرحله‌ی اول به ۱۲ طریق و مرحله‌ی دوم نیز مستقل از نحوه‌ی انجام مرحله‌ی اول به ۱۲ طریق قابل انجام است. لذا کل کار به 12×12 طریق قابل انجام است.

(ج) عمل رفت و برگشت را به چهار مرحله تجزیه می‌کنیم. مرحله‌ی اول، رفتن از A به B، مرحله‌ی دوم، رفتن از B به C، مرحله‌ی سوم، رفتن از C به B و مرحله‌ی چهارم، رفتن از B به A. مرحله‌ی اول به ۳ طریق، مرحله‌ی دوم مستقل از نحوه‌ی انجام مرحله‌ی اول به ۴ طریق، مرحله‌ی سوم مستقل از نحوه‌ی انجام مراحل اول و دوم به ۳ طریق و مرحله‌ی چهارم مستقل از نحوه‌ی انجام مراحل اول، دوم و سوم به ۲ طریق انجام است. لذا کل کار به $3 \times 4 \times 3 \times 2$ طریق قابل انجام است.

مسئله‌ی ۳: الف) چند کلمه‌ی سه حرفی با حروف a، b، c، d و e می‌توان نوشت؟

(ب) در چند کلمه حروف مجاور متمایزند؟

(ج) در چند کلمه هر سه حرف متمایزند؟

راه‌حل: عمل نوشتن کلمه‌ی سه حرفی را به ۳ مرحله تجزیه می‌کنیم. مرحله‌ی اول، نوشتن حرف اول، مرحله‌ی دوم، نوشتن حرف دوم و مرحله‌ی سوم، نوشتن حرف سوم. در قسمت (الف) هر مرحله مستقل از نحوه‌ی انجام مراحل قبل به ۵ طریق قابل انجام است. لذا پاسخ قسمت (الف) برابر 5^3 است.

۵ ۵ ۵
۱ ۲ ۳

در قسمت (ب) برای حرف اول کلمه ۵ انتخاب و برای هر انتخاب حرف اول، ۴ انتخاب برای حرف دوم و برای هر انتخاب از حرف‌های اول و دوم، ۴ انتخاب برای حرف سوم وجود دارد. لذا پاسخ قسمت (ب) برابر $5 \times 4 \times 4$ است.

⑤ ④ ④
۱ ۲ ۳

در قسمت (ج) مراحل اول، دوم و سوم مستقل از نحوه‌ی انجام مراحل قبل به ترتیب به ۵، ۴ و ۳ طریق قابل انجام‌اند. لذا پاسخ قسمت (ج) برابر $5 \times 4 \times 3$ است.

⑤ ④ ③
۱ ۲ ۳

در برخی از مسائل شمارشی انتخاب مناسب ترتیب مراحل انجام، حل مسأله را بسیار ساده می‌کند.

مسأله‌ی ۴: چند عدد سه‌رقمی فرد با ارقام متمایز وجود دارد؟

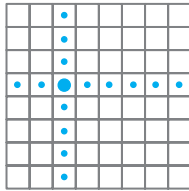
راه‌حل: عمل نوشتن یک عدد سه‌رقمی با ویژگی‌های گفته شده را به ۳ مرحله تجزیه می‌کنیم. ابتدا نوشتن رقم صدگان، سپس رقم دهگان و در نهایت رقم یکان. برای رقم صدگان ۹ انتخاب (هر یک از رقم‌های ۱ تا ۹) و به ازای هر طریق انتخاب رقم صدگان، ۹ انتخاب برای رقم دهگان (هر یک از رقم‌های ۰ تا ۹ غیر از رقمی که در مرتبه‌ی صدگان قرار گرفته) وجود دارد.

⑨ ⑨ ○
۱ ۲ ۳

حال باید یک رقم فرد در مرتبه‌ی یکان قرار دهیم. اگر رقم‌های دهگان و صدگان هر دو فرد باشند برای رقم یکان ۳ انتخاب، اگر فقط یکی از این دو رقم فرد باشند برای رقم یکان ۴ انتخاب و اگر هر دو رقم زوج باشند برای رقم یکان ۵ انتخاب وجود دارد. پس تعداد راه‌های انجام مرحله‌ی سوم به نحوه‌ی انجام مراحل اول و دوم وابسته است و لذا اینجا از اصل ضرب نمی‌توانیم استفاده کنیم. در واقع ترتیب مراحل نوشتن عدد سه‌رقمی به طور مناسب انتخاب نشده است. با توجه به این که در این مسأله رقم‌های یکان و صدگان محدودیت دارند (رقم یکان باید فرد و رقم صدگان باید ناصفر باشد) لذا برای نوشتن عدد سه‌رقمی با ویژگی‌های مورد نظر ابتدا رقم یکان، سپس رقم صدگان و در نهایت رقم دهگان را می‌نویسیم و به راحتی می‌توان دید که این سه مرحله به ترتیب به ۵، ۸ و ۸ طریق قابل انجام هستند، لذا پاسخ مسأله برابر $5 \times 8 \times 8$ است.

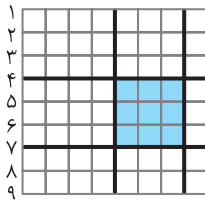
⑧ ⑧ ⑤
۲ ۳ ۱

مسأله‌ی ۵: به چند طریق می‌توان یک مهره‌ی رخ سفید و یک مهره‌ی رخ سیاه را در دو خانه از صفحه‌ی شطرنجی 8×8 قرار داد به طوری که یک‌دیگر را تهدید نکنند؟ (دو رخ در صورتی یک‌دیگر را تهدید می‌کنند که در یک سطر یا یک ستون قرار داشته باشند).



راه‌حل: عمل قرار دادن دو رخ را به دو مرحله تجزیه می‌کنیم. مرحله اول، قرار دادن رخ سفید و مرحله دوم، قرار دادن رخ سیاه. برای قرار دادن رخ سفید ۶۴ انتخاب وجود دارد و رخ سفید در هر خانه‌ای که قرار گیرد برای رخ سیاه ۴۹ انتخاب وجود دارد، زیرا رخ سفید تمام خانه‌های یک سطر و یک ستون از صفحه‌ی شطرنج را تهدید می‌کند و در واقع رخ سیاه را باید در یکی از خانه‌های واقع در تقاطع ۷ سطر و ۷ ستون باقی‌مانده قرار دهیم (شکل فوق را ملاحظه کنید). لذا پاسخ مسأله برابر ۶۴×۴۹ است.

مسأله‌ی ۶: چند مربع ۳×۳ در صفحه‌ی شطرنجی ۸×۸ وجود دارد؟



راه‌حل: هر مربع ۳×۳ از برخورد دو خط افقی به فاصله‌ی ۳ و دو خط عمودی به فاصله‌ی ۳ ایجاد می‌شود. لذا عمل ساختن یک مربع ۳×۳ را به دو مرحله تجزیه می‌کنیم، مرحله اول، انتخاب دو خط افقی به فاصله‌ی ۳ و مرحله دوم، انتخاب دو خط عمودی به فاصله‌ی ۳. هر یک از این دو مرحله به ۶ طریق قابل انجام هستند (به عنوان مثال برای انتخاب دو خط افقی به فاصله‌ی ۳ باید دو خط افقی با شماره‌های k و $k+۳$ را که در شکل فوق مشخص شده‌اند انتخاب کنیم و چون ۹ خط افقی وجود دارد لذا مقادیر قابل قبول برای k عبارتند از ۱، ۲، ...، ۶. پس به ۶ طریق می‌توان دو خط افقی به فاصله‌ی ۳ انتخاب کرد). در نتیجه $۶ \times ۶ = ۳۶$ مربع ۳×۳ در صفحه‌ی شطرنجی ۸×۸ وجود دارد.

مسأله‌ی ۷: یک مدرسه ۶ کلاس ۳۰ نفره دارد. قرار است از هر کلاس حداکثر یک نفر برای شرکت در مسابقه‌ی ریاضی انتخاب شود.

(الف) به چند طریق می‌توان شرکت‌کنندگان در مسابقه‌ی ریاضی را تعیین کرد؟ (توجه کنید یک حالت این است که هیچ فردی در مسابقه شرکت نکند.)

(ب) اگر قرار باشد که از هر کلاس دقیقاً یک نفر انتخاب شود پاسخ قسمت (الف) چگونه خواهد بود؟

راه‌حل: الف) کلاس‌ها را با اعداد ۱، ۲، ... و ۶ نام‌گذاری می‌کنیم. عمل انتخاب افراد شرکت‌کننده در مسابقه را به ۶ مرحله تجزیه می‌کنیم. مرحله اول، انتخاب حداکثر یک نفر از کلاس ۱، ... و مرحله ششم، انتخاب حداکثر یک نفر از کلاس ۶. هر مرحله به ۳۱ طریق قابل انجام است (از هر کلاس یا هیچ فردی انتخاب نمی‌شود یا یکی از ۳۰ دانش‌آموز انتخاب می‌شود). لذا پاسخ برابر $۳۱^۶$ است. ب) مشابه راه‌حل قسمت (الف) عمل انتخاب شرکت‌کنندگان را به ۶ مرحله تجزیه می‌کنیم. در این قسمت هر مرحله به ۳۰ طریق قابل انجام است و لذا پاسخ برابر $۳۰^۶$ است.

مسئله ۸: الف) به چند طریق می‌توان یک سیب، یک پرتقال و یک گلابی را بین ۵ نفر توزیع کرد؟
ب) در چند حالت به هر نفر حداکثر یک میوه می‌رسد؟

راه‌حل: عمل توزیع میوه‌ها را به ۳ مرحله تجزیه می‌کنیم. مرحله اول، توزیع سیب، مرحله دوم، توزیع پرتقال و مرحله سوم، توزیع گلابی. در قسمت (الف) هر یک از این مراحل به ۵ طریق قابل انجام است، لذا پاسخ قسمت (الف) برابر 5^3 است و در قسمت (ب) مراحل اول، دوم و سوم به ترتیب به ۵، ۴ و ۳ طریق قابل انجام‌اند، لذا پاسخ قسمت (ب) برابر $5 \times 4 \times 3$ است.

مسئله ۹: مجموعه $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند زیرمجموعه دارد؟

راه‌حل: عمل ساخت یک زیرمجموعه از X را به ۵ مرحله تجزیه می‌کنیم. مرحله اول تعیین جای عدد ۱، ... و مرحله پنجم تعیین جای عدد ۵. هر یک از این مراحل مستقل از نحوه‌ی انجام مراحل قبل به ۲ طریق قابل انجام است (در واقع قرار دادن عدد مورد نظر در داخل زیرمجموعه یا خارج آن). لذا به 2^5 طریق می‌توان یک زیرمجموعه از X را ساخت. پس X ، 2^5 زیرمجموعه دارد.

در حالت کلی قضیه‌ی زیر درست است.

قضیه ۱ یک مجموعه n عضوی، 2^n زیرمجموعه دارد.

مسئله ۱۰: در چند زیرمجموعه از مجموعه $X = \{1, 2, \dots, 7\}$ بزرگ‌ترین عضو برابر ۵ است؟

راه‌حل: عمل ساخت یک زیرمجموعه از X را به ۷ مرحله تجزیه می‌کنیم. مرحله اول تعیین جای عدد ۱، ... و مرحله هفتم تعیین جای عدد ۷. هر یک از مراحل اول تا چهارم به ۲ طریق قابل انجام‌اند و هر یک از ۳ مرحله باقی‌مانده به یک طریق، زیرا عدد ۵ باید داخل زیرمجموعه قرار گیرد و اعداد ۶ و ۷ باید خارج زیرمجموعه قرار گیرند. لذا پاسخ مسأله برابر 2^4 است.

مسئله ۱۱: عدد ۱۵۰۰ چند مقسوم‌علیه مثبت دارد؟

راه‌حل: تجزیه‌ی استاندارد ۱۵۰۰ به صورت $2^2 \times 3^1 \times 5^3$ است. لذا هر مقسوم‌علیه مثبت ۱۵۰۰ به صورت $2^a \times 3^b \times 5^c$ است که $0 \leq a \leq 2$ ، $0 \leq b \leq 1$ و $0 \leq c \leq 3$. حال عمل ساختن یک مقسوم‌علیه ۱۵۰۰ را به ۳ مرحله تجزیه می‌کنیم. مرحله اول، انتخاب a ، مرحله دوم، انتخاب b و مرحله سوم، انتخاب c . مراحل اول، دوم و سوم به ترتیب به ۲، ۳ و ۴ طریق قابل انجام‌اند (مثلاً a برابر ۱۰، ۲ یا ۳ است لذا ۳ انتخاب برای a وجود دارد). در نتیجه ۱۵۰۰ دارای $3 \times 2 \times 4 = 24$ مقسوم‌علیه مثبت است.

مسئله ۱۲: چند زیرمجموعه از مجموعه $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ تعداد فردی عضو دارند؟

راه حل: عمل ساختن یک زیرمجموعه از X را به ۵ مرحله تجزیه می‌کنیم. مرحله اول تعیین جای عدد ۱، ... و مرحله پنجم تعیین جای عدد ۵. هر یک از مراحل اول تا چهارم به ۲ طریق قابل انجام‌اند و مرحله پنجم به یک طریق قابل انجام است زیرا اگر تعداد زوجی عدد از اعداد ۱ تا ۴ داخل زیرمجموعه قرار گرفته باشند، عدد ۵ باید داخل زیرمجموعه قرار گیرد و اگر تعداد فردی عدد از اعداد ۱ تا ۴ داخل زیرمجموعه قرار گرفته باشند، عدد ۵ باید خارج زیرمجموعه قرار گیرد. لذا پاسخ مسئله برابر 2^4 است.

در حالت کلی قضیه بعد درست است.

قضیه ۲ یک مجموعه Ω عضو 2^{n-1} زیرمجموعه فرد عضوی و 2^{n-1} زیرمجموعه زوج عضوی

زوج عضوی دارد.

فصل اول

مسائل

بخش اول: اصل ضرب

- ۱- به چند طریق می‌توان کمیته‌ای دو نفره متشکل از یک مرد و یک زن از میان ۶ مرد و ۸ زن انتخاب کرد؟
- ۲- از میان ۱۰ زوج (زن و شوهر) به چند طریق می‌توان یک مرد و یک زن انتخاب کرد به طوری که همسر یکدیگر نباشند؟
- ۳- گچ‌های یک مدرسه در ۲ اندازه، ۵ رنگ و ۳ قطر مختلف هستند. حداکثر چند نوع گچ در این مدرسه وجود دارد؟
- ۴- چند عدد چهاررقمی فرد با رقم‌های متمایز وجود دارد؟
- ۵- چند کلمه‌ی چهار حرفی با حروف a, b, c, d, e, f می‌توان نوشت به شرط آن که الف) تکرار حروف مجاز باشد؟
ب) تکرار حروف مجاز نباشد؟
- ۶- الف) در چند کلمه‌ی چهار حرفی با حروف انگلیسی حروف اول و آخر صدا دارند؟
ب) در چند تا از این کلمات فقط حروف اول و آخر صدا دارند؟
- ۷- یک عدد ۵ رقمی را متقارن گوئیم هرگاه به صورت abcba باشد (مثلاً اعداد ۱۱۱۱۱، ۲۳۲۳۲ و ۷۲۸۲۷ متقارنند). چند عدد ۵ رقمی متقارن وجود دارد؟
- ۸- الف) در چند کلمه‌ی ۱۰ حرفی با حروف a, b, c, d, e, f, g حروف مجاور متمایزند؟
ب) در چند تا از این کلمات هر سه حرف مجاور متمایزند؟
- ۹- الف) به چند طریق می‌توان یک مهره‌ی سفید و یک مهره‌ی سیاه را در دو خانه از صفحه‌ی شطرنجی 8×8 قرار داد به طوری که در یک سطر یا یک ستون باشند؟
ب) به چند طریق می‌توان سه مهره‌ی متمایز را در سه خانه از صفحه‌ی شطرنجی 8×8 قرار داد به طوری که هیچ دو تایی در یک سطر یا یک ستون قرار نگیرند؟
- ۱۰- چند عدد چهاررقمی زوج با رقم‌های متمایز با رقم‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ وجود دارد؟
- ۱۱- شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید.



الف) به چند طریق می‌توان از A به D رفت؟

ب) به چند طریق می‌توان از A به D رفت و به A برگشت؟

ج) در چند مسیر از مسیرهای قسمت (ب) هر جاده حداکثر یک بار طی شده است؟

- ۱۲- در صفحه‌ی شطرنجی 8×8 چند مستطیل 3×4 (افقی یا عمودی) وجود دارد؟
- ۱۳- الف) چند عدد از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 10000\}$ دقیقاً یک رقم ۵ دارند؟
ب) چند عدد از این مجموعه دقیقاً یک رقم ۷ و یک رقم ۸ دارند؟
- ۱۴- الف) به چند طریق می‌توان ۷ نفر را در ۱۰ اتاق متمایز توزیع کرد؟
ب) در چند حالت در هر اتاق حداکثر یک نفر قرار می‌گیرد؟
- ۱۵- یک امتحان از ۱۰ تست چهارگزینه‌ای تشکیل شده است. یک دانش‌آموز به چند طریق می‌تواند به این سؤالات پاسخ دهد به طوری که
الف) پاسخ دادن به هر تست الزامی باشد (یعنی از هر تست یکی از ۴ گزینه را به عنوان پاسخ علامت بزند)؟
ب) پاسخ دادن به همه‌ی تست‌ها الزامی نباشد؟
- ۱۶- پس از ضرب، حاصل عبارت زیر چند جمله‌ی متمایز خواهد داشت؟
 $(x+y)(a+b+c)(e+f+g)(h+i)$
- ۱۷- به چند طریق می‌توان یک مهره‌ی اسب سفید و یک مهره‌ی اسب سیاه را در صفحه‌ی شطرنجی 8×8 قرار داد به طوری که یک‌دیگر را تهدید کنند؟
- ۱۸- چند عدد ۷ رقمی با رقم‌های ۱، ۱، ۱، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ می‌توان نوشت؟
- ۱۹- ۱۰ نفر را به چند طریق می‌توان به ۵ تیم دو نفره تقسیم کرد؟
- ۲۰- یک تاس سفید و یک تاس قرمز را پرتاب می‌کنیم.
الف) در چند حالت مجموع اعداد رو شده فرد است؟
ب) در چند حالت مجموع اعداد رو شده بر ۳ بخش پذیر است؟
- ۲۱- در چند زیرمجموعه از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 10\}$ اعداد ۱ و ۲ وجود دارند ولی عدد ۳ وجود ندارد؟
- ۲۲- در چند زیرمجموعه از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 10\}$ کوچک‌ترین عضو برابر ۳ و بزرگ‌ترین عضو برابر ۹ است؟
- ۲۳- در چند زیرمجموعه از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 10\}$ اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو برابر ۵ است؟
- ۲۴- ۳۰ سکو در یک ردیف از چپ به راست با شماره‌های ۱ تا ۳۰ قرار دارند. یک قورباغه روی سکوی شماره‌ی ۱ قرار دارد و می‌خواهد خود را به روی سکوی شماره‌ی ۳۰ برساند. این قورباغه در هر حرکت هر چند سکو که بخواهد می‌تواند به سمت راست پرش کند (از ۱ تا ۲۹ سکو). قورباغه به چند طریق می‌تواند خود را به سکوی شماره‌ی ۳۰ برساند؟

- ۲۵- الف) عدد $4^{10} \times 6^8 \times 10^{12}$ چند مقسوم علیه مثبت دارد؟
 ب) چند مقسوم علیه مثبت از این عدد بر 3000 بخش پذیرند؟
- ۲۶- اعداد $2^5 \times 3^{17} \times 7^9 \times 11^3$ و $2^{10} \times 3^{12} \times 5^8 \times 7^6$ چند مقسوم علیه مشترک مثبت دارند؟
- ۲۷- 10 سکه‌ی 5 تومانی، 8 سکه‌ی 10 تومانی و 17 سکه‌ی 25 تومانی در اختیار داریم. به چند طریق می‌توان یک قلک را با تعدادی (حداقل صفر و حداکثر 35) از این سکه‌ها پر کرد؟ (توجه کنید که سکه‌های هم‌ارزش یکسانند.)
- ۲۸- به چند طریق می‌توان اعداد 1 ، 2 ، \dots و 10 را در یک ردیف قرار داد به طوری که هر عدد در این ردیف (غیر از اولین عدد) از همه‌ی اعداد سمت چپ خود بزرگ‌تر یا از همه‌ی این اعداد کوچک‌تر باشد؟
- ۲۹- 5 سکه‌ی 1 ریالی (یکسان) و یک عدد از هر یک از سکه‌های 2 ، 5 ، 10 ، 20 و 50 ریالی در اختیار داریم. به چند طریق می‌توان 5 تا از این سکه‌ها را در یک قلک انداخت؟
- ۳۰- در چند زیرمجموعه از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 10\}$ اعداد 1 و 2 وجود دارند، عدد 7 وجود ندارد و در ضمن تعداد اعضا عددی فرد است؟
- ۳۱- در چند زیرمجموعه از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 10\}$ اختلاف کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عضو برابر 5 است و در ضمن تعداد اعضا عددی زوج است؟
- ۳۲- چند زیرمجموعه از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 10\}$ تعداد فردی عضو از $\{1, \dots, 5\}$ و تعداد زوجی عضو از $\{6, \dots, 10\}$ را دارد؟